全国成人高考指导与训练

QUANGUO CHENGREN GAOKAO ZHIDAO YU XUNLIAN

新编本
第二版

数学

主编单位

复旦大学继续教育学院培训部

上海交通大学成人教育学院培训部

同济大学继续教育学院招生办公室

华东师范大学继续教育学院夜大学部

上海财经大学成人教育学院夜大学部

上海大学成人教育学院招生办公室

复旦大学出版社

全国成人高考指导与训练

数　学

（新编本第二版）

主 编 单 位

复旦大学继续教育学院培训部
上海交通大学成人教育学院培训部
同济大学继续教育学院招生办公室
华东师范大学继续教育学院夜大学部
上海财经大学成人教育学院夜大学部
上海大学成人教育学院招生办公室

本 册 撰 稿

许志伟　秦杜馨　张　工
须　峰　刘玉坤等

复旦大學 出版社

图书在版编目(CIP)数据

全国成人高考指导与训练. 数学:新编本/复旦大学继续教育学院培训部等主编. —2 版. —上海:复旦大学出版社,2004.12
ISBN 7-309-04279-4

Ⅰ. 全… Ⅱ. 复… Ⅲ. 数学-成人教育:高等教育-入学考试-自学参考资料 Ⅳ. G723.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 122980 号

全国成人高考指导与训练·数学(新编本第二版)
复旦大学继续教育学院培训部　等主编

出版发行　复旦大学出版社　上海市国权路 579 号　邮编 200433
86-21-65642857(门市零售)
86-21-65118853(团体订购)　86-21-65109143(外埠邮购)
fupnet@fudanpress.com　http://www.fudanpress.com

责任编辑　范仁梅
装帧设计　马晓霞
总 编 辑　高若海
出 品 人　贺圣遂

印　　刷　上海第二教育学院印刷厂
开　　本　787×1092　1/16
印　　张　12.25
字　　数　298 千
版　　次　2005 年 11 月第二版第二次印刷
印　　数　6 001—10 100

书　　号　ISBN 7-309-04279-4/O·335
定　　价　18.00 元

内 容 提 要

《全国成人高考指导与训练(新编本第二版)》丛书共3种,由上海市成人高校的培训招生部门和各所成人高校的有关行家联合组织编写.本丛书贯彻教育部新颁布的全国各类成人高校招生考试大纲,并分析了历年各科考试的情况,按照2005年招生考试的具体要求,注重引导成人考生把握复习迎考的最佳战略,提供体系完整、重点突出的强化训练内容,力求达到科学性、针对性和可操作性的统一.本丛书新编本第二版可供高中起点升本科、专科和专科起点升本科的考生(含三校生)使用,也可供高等职业技术院校的报考生参考.

《数学》为本丛书之一种.分"代数"."三角"、"平面解析几何"、"概率与统计初步"几部分,各课题紧扣大纲,提示复习要求,精心设计了基础练习和自测题(附参考答案或提示),并提供了历年数学(文科)考题.成人高考数学试题,其命题不回避历年考题中已考查过的知识点及题型,这是成人高考数学试题的连续性与稳定性的突出表现,因而此项训练对考生来说也是必要的."总复习题"部分(编入"选择题的特点及解题技巧"内容)和"综合测试题"部分,体现了很强的系统性和针对性,提供了考生加强能力训练的有效途径.本书经过此次修订不仅更加适合文科考生使用,也可供理科考生参考.

前　言

成人高等学历教育是我国成人教育的重要组成部分.每年都有数以百万计的考生报考各类成人高校,这直接反映着时代和社会对人才的紧迫需求,密切关系到社会主义现代化建设事业的发展进程.

成人高校的入学考试有其特殊规律.成人考生,无论是在职的,还是尚未就职的,都有自身特点.为了帮助成人考生在较短的时间内,把握复习迎考的最佳战略,进行切实有效的基本能力训练,上海市成人高校的有关招生办公室和各所成人高校的有关行家联合组织编写了《全国成人高考指导与训练(新编本)》丛书,分为语文(第二版)、数学(第二版)、英语(第二版)、历史地理综合共4种.本丛书新编本,按照教育部新颁布的全国各类成人高校招生考试大纲的精神编写,供高中起点升本科、专科和专科起点升本科考生(含三校生)使用,也可供高等职业技术院校的报考生参考.

本丛书编委和撰稿者,均由对成人高等教育富有经验、对成人高考试题素有研究的教师担任.编写的原则是,吸收历年成人高考的成功经验,适应成人考生的特点和需要,注重给予复习迎考的战略性指导,精心设计加强能力训练的有效途径;同时,全书有富于创意的结构和简明扼要的表述.

现在出版的本丛书在贯彻新大纲的基础上,各册均以主要篇幅,提供分项训练与综合训练内容,体系完整,层次分明,重点突出,力求达到科学性、针对性和可操作性的统一;并分析了历年各科考试的情况,体现了2005年招生考试的具体要求,有助于考生真正取得实效,达到复习迎考的预期目的.

《数学》一书,分"代数"、"三角"、"平面解析几何"、"概率与统计初步"几部分,各课题紧扣大纲,提示复习要求,精心设计了基础练习和自测题(附参考答案或提示),并提供了历年数学(文科)考题,其中包括2004年的最新考题.近几年成人高考数学试题,其命题不回避历年考题中已考查过的知识点及题型,这是成人高考数学试题的连续性与稳定性的突出表现,因而此项训练对考生来说也是必要的."总复习题"部分(编入"选择题的特点及解题技巧"内容)和"综合测试题"部分,体现了很强的系统性和针对性,提供了考生加强能力训练的切实途径.本书经过此次修订,不仅更加适合文科考生使用,也可供理科考生参考.

恳请成人高校考生和其他读者,对本丛书提出意见和建议,使之在今后的改版中臻于完善.

《全国成人高考指导与训练》编委会

2004年11月

目　　录

第一部分　代　　数

第二部分　三　　角

第三部分　平面解析几何

第四部分　概率与统计初步

第五部分　总复习题

第六部分　综合测试题

第一部分　代　数

〇、数、式、方程和方程组

复 习 要 求

1. 理解有理数、实数及数轴、相反数、绝对值、倒数、算术平方根的概念，会进行有关计算.

2. 理解有关整式、分式、二次根式的概念，掌握它们的一些性质和运算法则.

3. 掌握一元一次方程、一元二次方程的解法，能运用一元二次方程根的判别式以及根与系数的关系解决有关问题.

4. 会解有惟一解的二元一次方程组、三元一次方程组；会解由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组；会解简单的由两个二元二次方程组成的方程组.

本章知识是初中数学的内容，新考纲作了删除. 但其内容是基础知识，对其掌握得如何，会直接影响高考成绩. 本章的重点是：(1)解方程；(2)一元二次方程中的判别式、韦达定理的综合运用(经常和数列、不等式、函数综合在一起出现).

基础练习(〇)

一、填空题

1. 配上适当的数，使下列各等式成为恒等式：

(1) $x^2+8x+\underline{\qquad}=(x+\underline{\quad})^2$；

(2) $x^2-5x+\underline{\quad}=(x-\underline{\quad})^2$；

(3) $x^2+\frac{7}{3}x+\underline{\quad}=(x+\underline{\quad})^2$；

(4) $x^2-tx+\underline{\quad}=(x-\underline{\quad})^2$.

2. 已知方程 $2x^2+3x-6=0$ 的两根为 x_1，x_2，则：

(1) $x_1+x_2=\underline{\qquad}$；　　(2) $x_1\cdot x_2=\underline{\qquad}$；

(3) $x_1^2+x_2^2=\underline{\qquad}$；　　(4) $-\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}=\underline{\qquad}$；

(5) $x_1^3+x_2^3=\underline{\qquad}$；　　(6) $|x_1-x_2|=\underline{\qquad}$.

3. 设 x_1，x_2 是方程 $x^2+4x-6=0$ 的两个根，求下列各式的值：

(1) $\frac{x_2}{x_1}+\frac{x_1}{x_2}=\underline{\qquad}$；　　(2) $x_1^2+x_1x_2+x_2^2=\underline{\qquad\qquad}$；

(3) $(x_1-2)(x_2-2)=\underline{\qquad}$；　　(4) $\frac{1}{x_1^3}+\frac{1}{x_2^3}=\underline{\qquad}$.

二、解下列各方程

1. $x^2-25=0$.　2. $x^2-2x-3=0$.　3. $x^2-12x+35=0$.　4. $y^2+y-6=0$.

5. $z^2-2z-8=0$.　6. $m^2-11m+24=0$.　7. $2x^2-9x+7=0$.

8. $4y^2-y-14=0$.　9. $\frac{1}{25}(x-1)^2=\frac{1}{16}(x+1)^2$.　10. $(1-\sqrt{2})x^2=(1+\sqrt{2})x$.

11. $3x^2+2x-6=0$.　12. $2x^2+8x-7=0$.

三、解下列各方程组

1. $\begin{cases}x-4y=4\\x-3y=5.\end{cases}$　　2. $\begin{cases}x+y=2\\3x+y=3.\end{cases}$

3. $\begin{cases}2x+y=8\\y-6x=4.\end{cases}$　　4. $\begin{cases}x-3y+4=0\\x+y-4=0.\end{cases}$

四、解答题

1. m 是什么值时，方程 $9x^2-(m+6)x+m-2=0$ 的两根相等？

2. k 在什么范围内，方程 $kx^2-(2k+1)x+k=0$ 有两个不相等的实数根？

3. 已知：$x=\sqrt{3}+\sqrt{5}$，$y=\sqrt{5}-\sqrt{3}$，

求：(1) x^2-xy+y^2 的值；(2) $\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}$ 的值.

4. 解方程：$\sqrt{2x^2+7x}-x=2$.

5. 求证：方程 $(k^2+1)x^2-2kx+(k^2+4)=0$ 没有实数根 ($k\in\mathbf{R}$).

6. 当 m 取何值时，方程 $x^2+(2m+1)x+(m^2-1)=0$

(1) 有两个不相等的实数根？　(2) 有两个相等的实数根？

(3) 没有实数根？　(4) 有两个不相等的正数根？

7. 已知一元二次方程 $3x^2+tx+10=0$ 的两根的倒数之和为 $-\dfrac{11}{10}$，求此方程的根及 t 的值.

参考答案或提示

一、1. (1) 16，4；(2) $\dfrac{25}{4}$，$\dfrac{5}{2}$；(3) $\dfrac{49}{36}$，$\dfrac{7}{6}$；(4) $\dfrac{t^2}{4}$，$\dfrac{t}{2}$.　2. (1) $-\dfrac{3}{2}$；(2) -3；(3) $8\dfrac{1}{4}$；

(4) $-\dfrac{1}{2}$；(5) $-\dfrac{135}{8}$；(6) $\dfrac{\sqrt{57}}{2}$.　3. (1) $-4\dfrac{2}{3}$；(2) 22；(3) 6；(4) $\dfrac{17}{27}$.

二、1. $x_1=5$，$x_2=-5$.　2. $x_1=3$，$x_2=-1$.　3. $x_1=5$，$x_2=7$.

4. $y_1=2$，$y_2=-3$.　5. $z_1=4$，$z_2=-2$.　6. $m_1=3$，$m_2=8$.

7. $x_1=\dfrac{7}{2}$，$x_2=1$.　8. $y_1=-\dfrac{7}{4}$，$y_2=2$.　9. $x_1=-9$，$x_2=-\dfrac{1}{9}$.

10. $x_1=0$，$x_2=-3-2\sqrt{2}$.　11. $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{19}}{3}$.　12. $x=\dfrac{-4\pm\sqrt{30}}{2}$.

三、1. $\begin{cases}x=8\\y=1.\end{cases}$　2. $\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}\\y=\dfrac{3}{2}.\end{cases}$　3. $\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}\\y=7.\end{cases}$　4. $\begin{cases}x=2\\y=2.\end{cases}$

四、1. $m=6$ 或 $m=18$.　2. $k>-\dfrac{1}{4}$ 且 $k\neq0$.　3. (1) 14；(2) 8.

4. 经检验 $x=1$ 是原方程的解，$x_2=-4$ 舍去.

5. 解：$\Delta=-4(k^4+5k^2+4-k^2)=-4(k^2+2)^2<0$，$\therefore$ 无实根.

6. (1) $m>-\dfrac{5}{4}$；(2) $m=-\dfrac{5}{4}$；(3) $m<-\dfrac{5}{4}$；(4) $-\dfrac{5}{4}<m<-1$.

7. $t=11$，$x_1=-2$，$x_2=-\dfrac{5}{3}$.

自 测 题 (○)

1. 解下列各方程:(1) $x^2 = 9$;　(2) $(x-1)(x+2) = 5$;　(3) $2x^2 - x - 1 = 0$;
(4) $x^2 = x$.

2. 不解方程,判断下列关于 x 的 ·元二次方程根的情况:

(1) $5x^2 - x - 3 = 0$;　(2) $(x-1)(3x+1) = -\frac{4}{3}$;

(3) $x^2 - (2m-n)x - 2mn = 0$, 其中 $m \in \mathbf{R}$, $n \in \mathbf{R}$;

(4) $(a^2 + b^2)x^2 + 2b(a+c)x + b^2 + c^2 = 0$, 其中 b 是 a, c 的比例中项(即 $b^2 = ac$),且 $b \neq 0$;

(5) $a^2x^2 + (a^2 + c^2 - b^2)x + c^2 = 0$, 其中 a, b, c 为$\triangle ABC$ 的 3 条边.

3. 解关于 x 的方程:$(m+1)x^2 + 4mx + 4m - 2 = 0$.

以下习题 4 至习题 12 分别是韦达定理的 9 个应用.

4. 已知方程 $2x^2 - 5x + 3 = 0$ 的两根是 x_1, x_2,求:(1) $x_1 + x_2$;　(2) $x_1 \cdot x_2$.

5. 已知方程 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ 的一个根是 $\frac{3+\sqrt{17}}{4}$,不解方程求它的另一个根.

6. 不解方程 $5x^2 - \sqrt{3}x - 1 = 0$,试判断方程两根的符号.

7. 已知一元二次方程的两个根是 3 和 -7,求这个方程.

8. 已知两数之和等于 5,这两个数的积为 14,求这两个数.

9. 已知方程 $3x^2 - x - 3 = 0$ 的两根为 x_1 和 x_2,不解方程求:

(1) $x_1^2 + x_2^2$;　(2) $(x_1 - x_2)^2$;　(3) $x_1^3 + x_2^3$;　(4) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$;　(5) $(x_1 - 1)(x_2 - 1)$;

(6) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$;　(7) $|x_1 - x_2|$.

10. 已知方程 $x^2 - 6x + 3m = 0$ 的两根的平方和为 18,求 m.

11. 解方程组 $\begin{cases} x + y = 3 \\ xy - 2. \end{cases}$

12. 已知方程 $2x^2 + 3x - 1 = 0$,不解方程,求作另一个一元二次方程,使它的两根分别为原方程两根的平方和与两根之差的平方.

参考答案或提示

1. (1) $x_1 = 3$, $x_2 = -3$;　(2) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{29}}{2}$;　(3) $x_1 = 1$, $x_2 = -\frac{1}{2}$;　(4) $x_1 = 0$, $x_2 = 1$.

2. 解:(1) $\because \Delta = 61 > 0$, $\therefore$ 方程有两个不等实根;　(2) 有两个相等实根;　(3) $\because \Delta = (2m+n)^2 \geqslant 0$, $\therefore$ 有两个实根;　(4) $\because \Delta = -4(ac - b^2)^2 = 0$, $\therefore$ 方程有两个相等实根;　(5) $\Delta = (a+b+c)(a+c-b) \cdot (a-c+b)(a-c-b)$, $\because$ a, b, c 为三角形的 3 条边, $\therefore$ $a+b+c > 0$, $a+c-b > 0$, $a-c+b > 0$,而 $a-c-b < 0$, $\because \Delta < 0$, $\therefore$ 方程无实根.

3. 解:当 $m + 1 = 0$,即 $m = -1$ 时,方程为 -元一次方程

$-4x-6=0$，$\therefore x=-\dfrac{3}{2}$.

当 $m+1\neq 0$,即 $m\neq -1$ 时,$\Delta=-8(m-1)$.

$\Delta>0$,即 $m<1$ 且 $m\neq -1$ 时,方程有两个不等实根 $x=\dfrac{-2m\pm\sqrt{2-2m}}{m+1}$.

$\Delta=0$,即 $m=1$ 时,方程的解为 $x=\dfrac{-2m}{m+1}=-1$.

$\Delta<0$,即 $m>1$ 时,此方程无实解.

4. (1) $\dfrac{5}{2}$；(2) $\dfrac{3}{2}$.　5. $\dfrac{3-\sqrt{17}}{4}$.　6. 两根符号为一正、一负,且正根的绝对值大.

7. $x^2+4x-21=0$.　8. -7 和 2.

9. 解:(“求根的对称多项式”,是近年来文科数学考查的热点,要引起重视)

由韦达定理 $\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{1}{3}\\ x_1\cdot x_2=-1,\end{cases}$

(1) $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2=\dfrac{1}{9}+2=\dfrac{19}{9}$;

(2) $(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=\dfrac{1}{9}+4=\dfrac{37}{9}$;

(3) $x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)(x_1^2-x_1x_2+x_2^2)=(x_1+x_2)\cdot[(x_1+x_2)^2-3x_1x_2]$ $=\dfrac{1}{3}\cdot\left[\dfrac{1}{9}+3\right]=\dfrac{28}{27}$;　(4) $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{x_1x_2}=-\dfrac{1}{3}$;

(5) $(x_1-1)(x_2-1)=x_1\cdot x_2-(x_1+x_2)+1=-\dfrac{1}{3}$;

(6) $\dfrac{1}{x_1^2}+\dfrac{1}{x_2^2}=\dfrac{(x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2}{(x_1x_2)^2}=\dfrac{19}{9}$;

(7) $|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1\cdot x_2}=\sqrt{\dfrac{1}{9}+4}=\dfrac{\sqrt{37}}{3}$.

10. 解:由韦达定理 $\begin{cases}x_1+x_2=6\\ x_1\cdot x_2=3m,\end{cases}$ $\because x_1^2+x_2^2=18$，$\therefore (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=18$,

$\therefore 36-6m=18$，$\therefore m=3$.

11. 解:设 x, y 是方程 $z^2+pz+q=0$ 的两个根. 由韦达定理 $-p=3$, $q=2$.

$\therefore z^2-3z+2=0$. $z_1=2$, $z_2=1$，$\therefore$ 方程组的解 $\begin{cases}x_1=1\\ y_1=2,\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x_2=2\\ y_2=1.\end{cases}$

12. 解:由韦达定理 $\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{3}{2}\\ x_1\cdot x_2=-\dfrac{1}{2},\end{cases}$ $\therefore y_1=x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=\dfrac{13}{4}$,

$y_2=(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=\dfrac{17}{4}$.

$\therefore y_1+y_2=\dfrac{30}{4}$,　$y_1\cdot y_2=\dfrac{221}{16}$,　$\therefore y^2-\dfrac{30}{4}y+\dfrac{221}{16}=0$.

$\therefore$ 所求方程为: $16y^2-120y+221=0$.

历年数学(文科)考题(〇)

年份	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
分值	3	5	8	0	5	0	5	10	9	0	10	7	5	11	0	0

1. 方程 $x^2-2x+m=0$ 有两个相异实根,则 m 的取值范围是(　　).

A. $m>0$　　B. $m<1$

C. $0<m<1$　　D. $m<0$ 或 $m>1$　(1989)

2. 二次函数 $y=x^2+ax+a-2$ 的图像与 x 轴有两个交点,且此两个交点间距离为 $2\sqrt{5}$,求 a 的值. (1990)

3. 已知关于 x 的方程 $\dfrac{x^2+1}{1-x}=a$,问当实数 a 在什么范围时,此方程有两个相异负数解? (1991)

4. 已知直线 $y=2x+b$ 与抛物线 $y=x^2-1$ 只有一个公共点,则 $b=$ ________.　(1991)

5. 若直线 $y=2x+m$ 与抛物线 $y^2=4x$ 没有公共点,则 m 的取值范围________.　(1993)

6. 已知关于 t 的二次方程 $t^2-6t\cdot\sin\theta+\tan\theta=0$ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的两根相等,求:$\sin\theta+\cos\theta$. (1993)

7. 设 x_1, x_2 为方程 $2x^2-x-5=0$ 的两个根,则 $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}$ 等于(　　).

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $-\dfrac{1}{5}$　　C. $-\dfrac{5}{2}$　　D. $-\dfrac{2}{5}$　(1995)

8. $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}-\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=$ (　　).

A. 0　　B. 1　　C. n　　D. $n+1$　(1996)

9. 设实数 a 使方程 $x^2+(a-1)x+1=0$ 有两个实根 x_1, x_2,(1)求 a 的取值范围;(2)当 a 取何值时,$\dfrac{1}{x_1^2}+\dfrac{1}{x_2^2}$ 取得最小值? 并求出这个最小值. (1996)

10. 实数 m 取何值时,关于 x 的方程 $x^2+(m-2)x-(m+3)=0$ 的两根的平方和最小? 并求出该最小值. (1997)

11. 已知关于 x 的方程 $x^2+ax-a=0$ 有两个不等的实根,则(　　).

A. $a<-4$ 或 $a>0$　　B. $a\geqslant 0$

C. $-4<a<0$　　D. $a>-4$　(1999)

12. 关于 x 的方程 $x^2-(a+3b)x-2b=0$ 的两根之和为 8,两根之积为 -4,则(　　).

A. $a=-2$, $b=-2$　　B. $a=-2$, $b=2$

C. $a=2$, $b=-2$　　D. $a=2$, $b=2$　(1999)

13. 设 x_1 和 x_2 为 $x^2+8x+7=0$ 的两个根,则 $(x_1-x_2)^2=$ ________.　(2000)

14. 设 x_1 和 x_2 为方程 $x^2+ax+b=0$ $(a>0)$ 的两个根,且 $x_1^2+x_2^2=4$, $x_1x_2=\dfrac{2}{3}$,则 a 等于________.　(2001)

15. 已知二次函数 $y=x^2+bx+3$ 的图像与 x 轴有两个交点，且这两个交点间的距离为 2，求 b 的值. (2002)

参考答案或提示

1. B.

2. 解：设交点 $(x_1,0)$，$(x_2,0)$，由韦达定理：$\begin{cases}x_1+x_2=-a\\x_1\cdot x_2=a-2,\end{cases}$ $\because |x_1-x_2|=2\sqrt{5}$，
$\therefore \sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=2\sqrt{5}$. $\therefore \sqrt{a^2-4(a-2)}=2\sqrt{5}$. 解之，得 $a_1=6$，$a_2=-2$.

3. 解：方程变形为：$x^2+ax+1-a=0$.

由题意 $\begin{cases}\Delta>0\\x_1+x_2<0\\x_1\cdot x_2>0.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a^2+4a-4>0\\a>0\\a<1.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a>-2+2\sqrt{2}\text{ 或 }a<-2-2\sqrt{2}\\a>0\\a<1.\end{cases}$

$\therefore -2+2\sqrt{2}<a<1$.

4. -2. 5. $m>\dfrac{1}{2}$.

6. 解：$\because$ 两根相等，$\therefore \Delta=0$，$\therefore \Delta=36\sin^2\theta-4\tan\theta=0$，$\therefore 36\sin^2\theta-\dfrac{4\sin\theta}{\cos\theta}-0$.
$\because 0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore$ $\sin\theta>0$，$\cos\theta>0$. 两边同消去 $4\sin\theta$，$9\sin\theta-\dfrac{1}{\cos\theta}=0$，
$\therefore \sin\theta\cdot\cos\theta=\dfrac{1}{9}$，$\therefore \sin\theta+\cos\theta=\sqrt{(\sin\theta+\cos\theta)^2}=\sqrt{1+2\sin\theta\cos\theta}=\sqrt{1+\dfrac{2}{9}}=\dfrac{\sqrt{11}}{3}$.

7. B. 8. A.

9. 解：(1) $\because$ 有两个实根，$\therefore \Delta\geqslant 0$. $\Delta=(a-1)^2-4\geqslant 0\Rightarrow a\geqslant 3$ 或 $a\leqslant -1$； (2) $\dfrac{1}{x_1^2}+\dfrac{1}{x_2^2}=\dfrac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{(x_1x_2)^2}=(a-1)^2-2$；由(1)中已知 $a\in[3,+\infty)\cup(-\infty,-1]$，故二次函数的最大值达不到，只能利用函数的单调性取得最小值. 当 $a=3$ 或 -1 时，$\dfrac{1}{x_1^2}+\dfrac{1}{x_2^2}$ 取得最小值，其最小值为 2.

10. 解：$x_1^2+x_2^2-(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(m-1)^2+9$，$\therefore$ 当 $m=1$ 时，有最小值为 9.

11. A. 12. D. 13. 36. 14. $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. 15. ± 4.

一、集 合

复 习 要 求

1. 了解集合的意义及其表示方法，了解空集、全集、子集、交集、并集、补集的概念及其表示方法.

2. 了解符号$\subsetneqq$、$\subseteq$、$=$、$\in$、$\notin$的含义，并能运用这些符号表示集合与集合、元素与集合的关系.

近年来，文科数学考查的重点是集合与集合之间的运算(求集合之间的交、并、补集)，考题形式多数为一个选择题.

在复习中要注意两点：(1)要分清集合的有关符号，例如“$\cap$”与“$\cup$”，前者表示交集，是两个集合公共元素组成的集合，后者表示并集，是两个集合中所有元素(其中相同的元素只算一个)组成的集合；又如“$\in$”与“$\subseteq$”，前者表示元素与集合的关系，后者表示集合与集合的关系.(2)集合的“文氏图”、数轴能使集合的交、并、补等关系得到直观、形象的显示，从而能简便地解决问题.因此在数学解题中，要十分重视这种数形结合、以形助数的思想方法.

基础练习(一)

一、填空题

1. 用适当的符号($\in$，$\notin$，$=$，$\subsetneqq$，$\supsetneqq$，$\subseteq$)填空：

(1) 1 ____ $\{1\}$；　　(2) 1 ____ $\{0\}$；

(3) $\{1, 3, 5\}$ ____ $\{5, 1\}$；　　(4) $A \cap B$ ____ A；

(5) $\varnothing$ ____ $\{0, 1, 5\}$；　　(6) 0 ____ $\mathbf{N}$；

(7) $\{a, b\}$ ____ $\{d, b, a\}$；　　(8) $\{a, b\}$ ____ $\{b, a\}$；

(9) -2 ____ $\mathbf{N}$；　　(10) $\varnothing$ ____ $\{x \mid x^2+1=0, x \in \mathbf{R}\}$；

(11) $\{0\}$ ____ $\{x \mid x^2+1=0, x \in \mathbf{R}\}$；

(12) $A \cap B$ ____ $A \cup B$；　　(13) $\varnothing$ ____ $B \cap A$.

2. 按要求写出下列集合的子集或真子集：

(1) 集合$\{1, 2\}$的子集________________；

(2) 集合$\{1, 2\}$的真子集________________.

3. 已知全集$I=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$，集合$M=\{1, 2, 3\}$，$N=\{8, 6, 1\}$，则：

(1) $M \cap N=$ ________；　　(2) $M \cup N=$ ________________；

(3) $\overline{M}=$ ________________；　　(4) $\overline{M} \cap N=$ ________________；

(5) $\overline{N}=$ ________________；　　(6) $\overline{N} \cup M=$ ________________.

4. 已知全集$I=\mathbf{R}$，集合$A=\{x \mid 1 \leqslant x \leqslant 3\}$，$B=\{x \mid 2<x \leqslant 4\}$，则：

(1) $A \cap B=$ ________________；

(2) $A \cup B=$ ________________；

(3) $\overline{A}=$ ________________.

二、选择题

1. 已知集合$M=\{1\}$，$S=\{1, 2\}$，$P=\{1, 2, 3\}$，则$(M \cup S) \cap P$是(　　).

A. $\{1, 2, 3\}$　　B. $\{1, 2\}$　　C. $\{1\}$　　D. $\{3\}$

2. 已知集合 $A=\{a, b, c\}$, $B=\{b, c, d\}$, $C=\{c, d, e\}$, 则集合 $(A\cup B)\cap C$ 是(　　).

A. $\{a, b, c\}$　　B. $\{d, c\}$　　C. $\{e, c, d\}$　　D. $\{a, b, c, d\}$

3. 已知全集 $I=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $M=\{2, 3, 5\}$, $N=\{3, 4, 6\}$, 则集合 $M\cup\overline{N}$ 中元素的个数有(　　)个.

A. 2　　B. 4　　C. 5　　D. 6

4. 已知全集 $I=\{a, b, c, d, e, f\}$, 集合 $A=\{b, c, e\}$, $B=\{c, d, f\}$, 则集合 $A\cup\overline{B}$ 是(　　).

A. $\{a, b, c\}$　　B. $\{b, c, d, e\}$

C. $\{a, c, d, f\}$　　D. $\{a, b, c, e\}$

5. 已知全集 $I=\{1, 3, 5, 7, 8\}$, 集合 $A=\{1, 3, 7\}$, $B=\{3, 7, 8\}$, 则 $\overline{A}\cap\overline{B}$ 是(　　).

A. $\{1, 5, 8\}$　　B. $\{1, 3, 5, 7, 8\}$

C. $\{1, 3, 5, 7\}$　　D. $\{3, 5, 7, 8\}$

6. 已知集合 $M=\{x\mid x\geqslant 2, x\in\mathbf{R}\}$, $N=\{2, -1\}$, 则 $M\cap N$ 是(　　).

A. $\varnothing$　　B. N　　C. $\{2\}$　　D. M

7. 设集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$, $B=\{x\mid 0<x\leqslant 4\}$, 则 $A\cap B$ 是(　　).

A. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 4\}$　　B. $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$

C. $\{x\mid 0<x<2\}$　　D. $\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$

8. 设全集 $I=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x\mid x\geqslant 1\}$, $B=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$, 则 $\overline{A}\cap B$ 是(　　).

A. $\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2\}$　　B. $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$

C. $\{x\mid 0<x<1\}$　　D. $\{x\mid 0\leqslant x<1\}$

9. 已知集合 $M=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3, x\in\mathbf{R}\}$, $N=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2, x\in\mathbf{R}\}$, $P=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 4, x\in\mathbf{R}\}$,则$(M\cup N)\cap P$ 是(　　).

A. $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 3, x\in\mathbf{R}\}$　　B. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3, x\in\mathbf{R}\}$

C. $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2, x\in\mathbf{R}\}$　　D. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2, x\in\mathbf{R}\}$

10. 已知集合 $M=\{x\mid x\leqslant\sqrt{10}\}$, $a=3$, 则下列各式中正确的是(　　).

A. $a\subsetneqq M$　　B. $a\notin M$　　C. $\{a\}\in M$　　D. $\{a\}\subsetneqq M$

参考答案或提示

一、1. (1) $\in$; (2) $\notin$; (3) $\supsetneqq$; (4) $\subseteq$; (5) $\subsetneqq$; (6) $\in$; (7) $\subsetneqq$; (8) $=$;
(9) $\notin$; (10) $=$; (11) $\supsetneqq$; (12) $\subseteq$; (13) $\subseteq$.

2. (1) $\{1\}$, $\{2\}$, $\{1, 2\}$, $\varnothing$; (2) $\{1\}$, $\{2\}$, $\varnothing$.

3. (1) $\{1\}$; (2) $\{1, 2, 3, 6, 8\}$; (3) $\{4, 5, 6, 7, 8\}$; (4) $\{6, 8\}$;
(5) $\{2, 3, 4, 5, 7\}$; (6) $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$.

4. (1) $\{x\mid 2<x\leqslant 3\}$; (2) $\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 4\}$; (3) $\{x\mid x<1$ 或 $x>3\}$.

二、1. B. 2. B. 3. B. 4. D. 5. A. 6. C. 7. D. 8. D. 9. A. 10. D.

求集合的交、并、补集问题,必须先明确求解的顺序,即先求什么,后求什么. 如选择题中第1小题先求 $M\cup S$, 再求交集,第4小题先求补集,再求并集,千万不可搞错顺序.

求不等式的交、并、补集,要借助于数轴,特别要注意区间端点值是否在集合之中.

自 测 题 (一)

1. 用适当的符号($\in$, $\notin$, $\supsetneqq$, $\subsetneqq$, $=$)填空:

(1) 0 ____ $\{1\}$; (2) 0 ____ $\mathbf{R}$; (3) a ____ $\{a\}$; (4) 1 ____ $\{1, 2, 3\}$;

(5) $\{1\}$ ____ $\{1, 2, 3\}$; (6) 0 ____ $\varnothing$; (7) $\{0\}$ ____ $\varnothing$.

2. 已知全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $M = \{3, 4, 5, 6\}$, $N = \{1, 2, 3, 4\}$,

求:(1) $M \cap N$; (2) $M \cup N$; (3) $\overline{M}$; (4) $\overline{N}$; (5) $\overline{M} \cap N$; (6) $\overline{N} \cup M$.

3. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 12x + 35 = 0\}$, 求:(1) $A \cup B$; (2) $A \cap B$.

4. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid 3x - 2y = 11\}$, $B = \{(x, y) \mid 2x + 3y = 16\}$, 求:$A \cap B$.

5. 已知全集 $I = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid x < -2\}$, $B = \{x \mid x \geqslant 1\}$, 求:(1) $\overline{A}$; (2) $\overline{B}$; (3) $A \cup B$; (4) $A \cap B$; (5) $\overline{A} \cap \overline{B}$; (6) $\overline{A} \cup \overline{B}$.

6. 选择题:下列 4 种表示式① $\varnothing \in \{0\}$; ② $\varnothing \subseteq A$; ③ $\varnothing \subsetneqq \{0\}$; ④ $0 \subsetneqq \{0\}$. 其中错误的表示式的个数有(　　)个.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

7. 集合 $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leqslant 1\}$, $B = \{(x, y) \mid x \geqslant 0$, 且 $y \geqslant 0\}$, 试在直角坐标系中用图像来表示 $A \cap B$.

8. 填空题:(1) 若集合 $A = \{1, 2, 3, x\}$, $B = \{1, 3, 4\}$, 且 $A \supsetneqq B$, 则 $x =$ ________.

(2) 若集合 $A = \{$不大于 6 的正偶数$\}$, 则集合 A 的真子集的个数为____个, 非空真子集的个数为____个.

(3) 已知集合 $A = \{$小于 29, 且能被 5 整除的自然数$\}$, $B = \{$小于 29, 且能被 4 整除的自然数$\}$, 则: $A \cap B =$ ________; $A \cup B$ 的子集的个数有____个.

9. 已知全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, 求:

(1) $\overline{A} \cup (A \cap B)$; (2) $\overline{A \cap B}$.

10. 选择题:集合 $M = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$, $N = \{(x, y) \mid (x - y) \cdot \sqrt{x} = 0\}$, $C = M \cap N$, 则集合 C 中元素的个数有(　　)个.

A. 4　　B. 1　　C. 2　　D. 3

11. 已知方程 $x^2 + mx + n = 0$ 的解集为 A, 方程 $x^2 + 3mx + 2n = 0$ 的解集为 B, 且 $A \cap B = \{-1\}$. 求:$A \cup B$.

参考答案或提示

1. (1) $\notin$; (2) $\in$; (3) $\in$; (4) $\in$; (5) $\subsetneqq$; (6) $\notin$; (7) $\supsetneqq$.

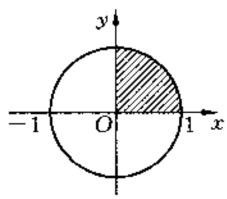
2. (1) $\{3, 4\}$; (2) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; (3) $\{1, 2\}$; (4) $\{5, 6\}$; (5) $\{1, 2\}$;

(6) $\{3, 4, 5, 6\}$. 3. (1) $\{2, 3, 5, 7\}$; (2) $\varnothing$. 4. $\{(5, 2)\}$.

5. (1) $\{x \mid x \geqslant -2\}$; (2) $\{x \mid x < 1\}$; (3) $\{x \mid x \geqslant 1$ 或 $x < -2\}$;

(4) $\varnothing$;

(5) $\{x \mid -2 \leqslant x < 1\}$; (6) $\mathbf{R}$. 6. B.



7. 右图中阴影部分(含边界)对应的点的集合为 $A \cap B$.

8. (1) 4; (2) 7, 6; (3) $\{20\}$, 2 048.