小 学 图 书 馆 百 科 文 库
XIAO XUE TU SHU GUAN BAI KE WEN KU

几何浅谈

中国大百科全书出版社

几何浅谈

余其煌　彭　放　编著

中国大百科全书出版社
北　京

图书在版编目（CIP）数据

几何浅谈/余其煌，彭放编著. —北京：中国大百科全书出版社，1996.8
（小学图书馆百科文库）
ISBN 7-5000-5706-7

Ⅰ. 几… Ⅱ. ①余… ②彭… Ⅲ. 初等几何-基本知识
Ⅳ. O123

中国版本图书馆 CIP 数据核字（96）第 07659 号

中国大百科全书出版社出版发行
（北京阜成门北大街 17 号 邮编 100037）
山东滨州新华印刷厂印装 各地新华书店经销
开本 850×1168 1/32 印张 5.125 字数 123 千字
1996 年 8 月第 1 版 1997 年 10 月第 3 次印刷
印数 20001～30000
定 价：5.50 元

序

“百年大计，教育为本。”发展教育事业是国家兴盛、民族富强的必由之路。在社会主义现代化建设的过程中，人们越来越清醒地认识到：科技的发展，经济的振兴，乃至整个社会的进步，从根本上说，取决于劳动者素质的提高和大批人才的涌现，一句话，取决于教育。为此，党和国家适时地制定了“科教兴国”的宏伟战略，要求大力发展教育事业。作为这一战略的重要内容，党和国家历来重视基础教育，强调发展教育事业必须从基础抓起，从小学抓起，要求努力改善办学条件，提高师生的科学文化素质。正是在这样的背景下，国家教委提出在全国各地小学建立具有一定藏书数量的小型图书馆。目前，这一要求正在逐步落实，一批适合小学特点、具有一定藏书量的小学图书馆已陆续建立。它对于提高小学教学水平，拓展师生知识视野，营造校园文化氛围，无疑会起到重要作用。

出版大批高质量的图书，为实现“科教兴国”宏伟战略目标服务，为提高广大读者科学文化素质服务，这

是出版工作者义不容辞的责任。多年来，我国出版界在保质保量出版各级各类学校教材的同时，还出版了大量教学辅导读物和学生课外读物，为教育事业的发展提供了强有力的智力支持，给广大师生输送了丰富多采的精神食粮。但在已有的读物中，能够适应小学特点，全面、系统、准确、深入浅出地介绍百科知识的大型丛书，还不多见，这不能不说是一个遗憾。中国大百科全书出版社自建社以来，一直致力于《中国大百科全书》(74 卷)的出版，围绕这一工程，用中国大百科全书出版社、知识出版社的名义，出版了多种类型的知识性读物。充分利用百科全书的丰富资源，运用编辑出版百科全书的丰富经验，直接为广大小学师生提供一套百科类知识丛书，是出版社全体同志多年的心愿。为此，我们在国家教委领导同志的支持下，从 1992 年起，组织首都教育界、科技界近百名专家学者，着手编纂这套《小学图书馆百科文库》。经过 4 年的努力，这套文库终于与读者见面了。

这套文库可供充实各地小学图书馆之用，但其作用更在于，通过这种途径配合小学教学活动，促进小学教学质量的提高，同时为广大师生提供一种拓展知识视野的课外读物。为了达到这一目的，在文库编纂过程中，编辑和作者进行了认真研究和精心策划。在读者对象的定位上，确定为小学教师、小学高年级学生和学生家长，将知识层次控制在小学及中学水平读者可以理解的范围内。在各科内容的选择上，力求作为课本知识的补充和

延伸。为此，编写过程中参考了小学教学大纲、教材、教学参考书，以使其内容覆盖小学教材中出现的所有知识主题，能够解答学生提出的各种问题。同时，该丛书内容的列选还参考了《中国大百科全书》有关各卷的知识，将小学课本知识加以系统地拓宽和延伸。在编排体例上，采用百科条目或短文的形式，按知识体系顺序编排，以满足读者系统掌握知识的需要，既便于阅读，也便于检索。在表达方法上，该丛书尽量采纳普及读物的写法，适当穿插一些轶闻掌故，以求深入浅出，引人入胜。

作为一套百科类知识丛书，文库在知识的介绍上，还体现了以下几个特点：一是“全”。文库包含思想品德、语文、数学、自然、社会、历史、地理、科技、英语、音乐、美术、体育、实验活动等方面的内容，具有完整的结构，大致体现了学科的知识系统。每个词条的内容，也力求尽量完整，讲清知识主题的来龙去脉。二是“准”。文库以《中国大百科全书》为主要参考书，发扬编辑百科全书的严谨细致的工作作风，在保证准确性的前提下，深入浅出地讲清知识主题，所介绍的知识比一般少儿读物更为准确。三是“新”。文库注意介绍现代科技发展的最新成就和最新知识，其中以新科技内容为主题的就有能源、微电子、电子计算机等。对老的学科，也注意补充新的内容。

这样一套大型小学百科文库的问世，无论在出版界，还是在教育界，都是一件新事。我们希望这套文库能对

提高小学教学水平，增强师生科学文化素质起到积极作用，同时，也期待着广大师生的批评建议。作为一项重点出版项目，我们将根据大家的意见对文库不断进行修订再版,使其成为广大师生得心应手的一部系列工具书。

1996年6月

目　录

平面几何

平面几何基本概念

一个盒子、一个球，我们都称之为物体。但几何学中的**体**是实际物体的抽象，它是空间中的一部分，这一部分在各个方向上都是有界的。如正方体、正四面体（图 1.1）等。空间两个相邻区域的公共部分称为**面**。一张纸可以给我们面的近似概念。因为一张纸将空间分成上下两个区域，它是这两个区域的公共部分。但是纸并不是几何学的面，因为它有厚度。如果纸的厚度无限地减小，就得到面的概念了。

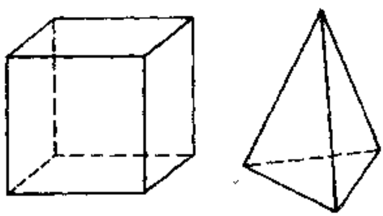

图 1.1

一个面上相邻的两个区域的公共部分称为**线**；也可以说两个面的交界称为线。我们在纸上可以画出“线”来，但是这个“线”并不是几何学中的线，因为它有宽度，而几何学中的线是没有宽度的。

一条线上的相邻的两部分所公有的“部分”称为**点**；或者说两线的交界称为点。点没有大小，只有位置。

所谓**几何图形**，就是一些几何学中的点、线、面、**体**。或者说，几何图形是由点、线、面、体所成的集合。

当笔尖在纸上面移动时，我们就画出一条“线”来。笔尖可以看成一个点，因此，线可以看成点移动时留下的痕迹。与此相似，面可以看成线移动而成；而体则是面移动所形成的。所谓**轨迹**，就是一些具有某种特性的点的全体。它们通常是线或面。轨迹也可以看成点按照一定的规律，在平面上或空间中移动时所留下的痕迹。例如圆周，就是平面上距离某个确定的点 O 有一确定的长度的全体的点（图 1.2）。同时，圆周也可以看成一个动点 P，它保持到定点 O 等长而在平面上运动所留下的痕迹。因此，我们给圆可以这样下定义：平面上到一定点等长的点的轨迹。实际上，我们用圆规画图时，就是圆规的一个脚（即 P 点）对另一个脚（即 O 点）保持定长做运动，画出来的圆周，就是动脚在纸面上留下的痕迹。

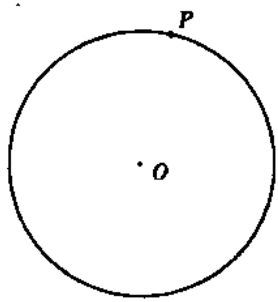

图 1.2

任何一个图形，都可以用无穷多种方式在空间挪动，而不改变它的形状及它内部点的相对位置，就像刚体运动一样。两个几何图形，如果可以通过“挪动”，使它们各个部分完全重合，那么，就称这两个图形为**全等图形**。换句话说，两个全等图形就是占着两个不同位置的同一个图形。

必须说明，这里我们用了“挪动”这个词。所谓“挪动”图形，就是图形在空间中运动，包括移动、旋转（绕各个方向的轴的旋转）。一个平面图形的“挪动”，不仅仅是将它在所在的平面上移来移去和图形不离开所在平面而绕平面上一定点旋转，而且可以使其离开它所在的平面，将它翻转过来，例如图 1.3 上面的两个三角形 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$。我们规定纸面上的一面为正面，纸背面的一面为反面。如果只允许它们在所在的平面上移来移

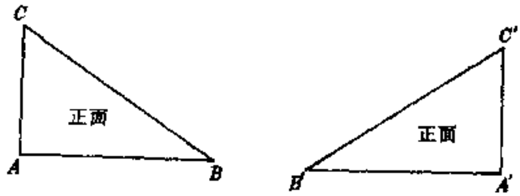

图 1.3

去、转来转去，而不允许离开它们所在的平面，即只允许将一个三角形的反面与另一个三角形的正面相贴合，那么这两个三角形就不能完全重合。如果允许它们离开所在的平面，在空间中翻转，即允许将一个三角形的正面与另一个三角形的正面相贴合，那么这两个三角形将会完全重合，因而是两个全等的三角形。

命 题

几何学所研究的是图形的性质及其相互关系，研究的结果用命题来表达。命题分为两部分，第一部分是假设，表明全部条件；第二部分是结论，表明由这些条件所产生的结果。分清命题中的这两个部分是至关重要的，所以小学二年级的学生就开始接受这样的训练。下面是一个命题的例子：

“分别与第三量 C 相等的两个量 A、B，必彼此相等。”
其中假设是：A、B 都等于 C；而结论是 A 等于 B。

人们认为显然成立的或规定成立的，而可以不加证明的命题称为**公理**。上面的例子就是一个公理。此外，所有由公理出发，经过逻辑推理而被证明成立的命题，称为**定理**。从定理立刻推出的命题，称为**系**。为了证明一个命题面介绍的预备命题，称为**引理**。

与一个命题相关的有**逆命题**、**否命题**、**逆否命题**。与此相

应，原来的命题就称为**原命题**。例如：

原命题　下一个星期三是除夕。

逆命题　除夕是下一个星期三。

否命题　不是下一个星期三就不是除夕。

逆否命题　不是除夕就不是下一个星期三。

从以上例子可以看出，原命题与逆否命题同时成立或同时不成立。

直线与平面

直线与平面是几何学中的基本概念。

一条拉紧了的很长很长的缝衣线，可以给我们直线的直观形象。但是，这并不是几何上的直线，我们可以从这样的缝衣线抽象出直线的特性来，这些特性中最重要的有两点：

1. 凡和直线全等的几何图形都是直线；反之，每一条无限直线，可使它与另一条直线重合，并且可以使一直线上任一指定点落在另一直线上的任一指定点上；

2. 过两点可以引一直线，并且只可以引一条直线。

由性质 2，我们可以说过 A、B 两点的直线，或直线 AB。不同的两条直线至多只能有一个公共点或交点。

如果一条线，它可以分成若干段，并且每一段都是一条直线的一部分，我们就称这条线为**折线**。除了折线和直线外，其他的线都称为**曲线**。

在直线上两点 A、B 之间的部分，称为**线段** AB，或**距离** AB。而一侧有界，另一侧延伸到无限的直线部分，称为**半直线**，或**射线**。显然，任意两条射线都是全等图形。

平面是一个无限的面，联结它上面任意两点的直线，整个都在这个面上。这是平面的特性之一。另外，通过空间任一组不在

一直线上的三个点，有一个平面，也只有一个平面。这是平面的特性之二。这两条特性就规定了平面的概念。

平面上一直线将这个平面分为两部分，这两部分都称为**半平面**。在平面上画连续不间断的线，从这两部分中的一个到另一个面不可能不穿过此直线。两个半平面是全等图形。平面几何就是研究平面上图形的几何学。

圆　周

在日常生活中，人们说八月十五的月亮是圆的，月饼是圆的，车轮也是圆的。这些东西有一个共同的特性：无论从哪个方向去看它，都是一样的，即它具有某种对称性，几何学中的圆就是将这一特性抽象出来。所谓**圆周**就是平面上到一定点 O 等距离的点的轨迹（图 1.4）。O 点实际上就是对称中心，称为圆心。连接圆周上一点 A 和圆心 O 所得到的线段 OA，称为**半径**，就如车轮上的辐条。圆的所有半径都是相等的。

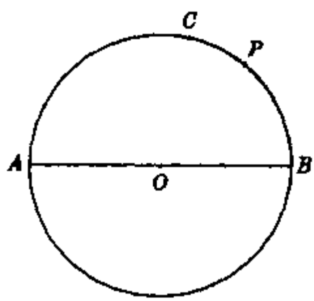

图 1.4

在平面上若已知圆心的位置和半径的大小，那末这个圆就完全确定了。因此，通常将圆周记为圆 O（O 为圆心）。显然半径相等的圆周是全等图形，它们可以用无穷多种方式叠合起来，这就是直线的性质 1，但是，圆周不具有直线的性质 2。

圆周上的一部分称为**弧**，如图 1.4 中的 BC 弧。同圆周或等圆周的弧有比较的可能。将两个弧的一个端点重合，使另外两个端点在这一端点的同一侧，如图 1.4 中 APB 弧与 BPC 弧。然后从重合的端点（图 1.4 中的 B 点）出发，沿着圆周上在另一端

点所在的一侧移动（图 1.4 中就是逆时针移动），先达到的那个端点所属的弧就是较小的弧（图 1.4 中的 BPC 弧），另一弧则是较大的弧（图 1.4 中的 BPA 弧）。

圆周上一个弧的两个端点的连线通过圆心，这个弧称为**半圆周**，联线称为**直径**，两端点称为**对径点**。图 1.4 中的 AB 弧就是半圆周，线段 AB 就是直径，而点 A 和点 B 就是对径点。大于半圆周的弧称为**优弧**；反之称为**劣弧**。弧通常用两端点来表示，如弧 BC 或 $\overset{\frown}{BC}$。为了区别优弧和劣弧，通常用弧的两端点中间再加上弧上一点来表示这个弧，如弧 BPC 或 $\overset{\frown}{BPC}$。

圆周最本质的东西就是从它上面任一点到圆心的距离都等于半径。掌握了这一本质的东西，人们将车轮做成圆形，车轴安装在圆心上，当车轮在地面上滚动时，车轴离开地面的距离就等于车轮半径那么长。因此，装在车轴上的车厢和车厢里坐着的人，都将平稳地被车子拉着走。试设想，车轮是个破的，已经不再是圆形的了，车轮缘上高一块，低一块，也就是说轮缘到轮子的中心的距离不再是一样的了，那么这种车子坐起来，一定会颠簸得人头昏眼花。

正是利用了圆周的本质，人们制造了画圆的工具——圆规，中国古代，约两千多年前，就知道利用圆规来画圆周。

角

由一点发出的两条半直线所成的图形称为**角**，此点称为角的**顶点**，两半直线称为角的**边**，如图 1.5。通常用顶点和边上的两点来表示角，如 $\angle BAC$；有时只用顶点来表示，如 $\angle A$；或者在角内标一符号来表示，如 $\angle \alpha$。

如果两个角为全等图形，则称此二角相等。若两个角有相同

的顶点和一个公共边，并分别在公共边的两侧有另外两边，则称此二角互为**邻角**，如图 1.6，$\angle BAC$ 和 $\angle DAB$。而 $\angle DAC$ 称为 $\angle BAC$ 和 $\angle DAB$ 之和。

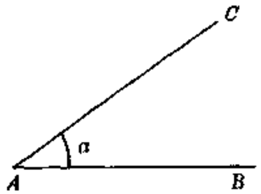

图 1.5

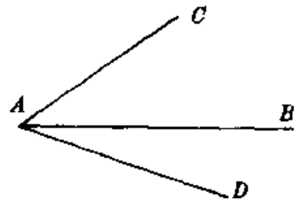

图 1.6

要比较角的大小，可以移动使它们有公共顶点和一公共边，并使它们都在公共边的一侧，如图 1.6 的角 $\angle DAC$ 和 $\angle DAB$ 那样放置。然后绕 A 点旋转，我们依次碰到的边是 AD，AB，AC，则 $\angle DAC = \angle DAB + \angle BAC$。此时称 $\angle DAC$ 大于 $\angle DAB$，而 $\angle BAC$ 称为 $\angle DAC$ 与 $\angle DAB$ 之差，即 $\angle BAC = \angle DAC - \angle DAB$。

图 1.7 的 $\angle BAC$ 中半直线 AM 将角分成两个相等的部分，此半直线称为 $\angle BAC$ 的**角平分线**。

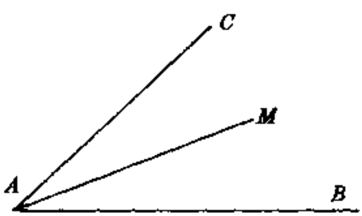

图 1.7

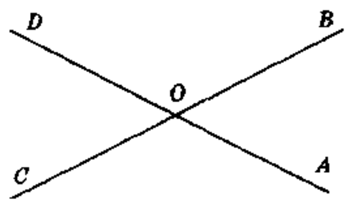

图 1.8

若一角与另一角有公共顶点，而它的两边为另一角的二边的

延长线，那末这两个角称为**对顶角**。如图 1.8。容易看得出，对顶角相等。

从圆周 O 的圆心 O 发出任意半直线，交此圆周于一点，也仅此一点。因此，顶点在圆心的任一角 $\angle AOB$ 完全确定圆周上的一个弧 $\overset{\frown}{AB}$（图 1.9）。$\angle AOB$ 称为**圆心角**。对于圆心角有如下定理。

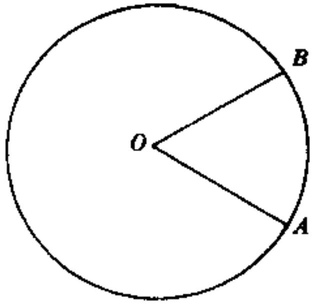

图 1.9

在同圆周或等圆周上，关于小于半圆周的弧：

1. 相等的弧对应圆心角也相等，反之亦然。

2. 大弧对大圆心角。

3. 若一弧为两弧之和，则其对应的圆心角也是后两弧对应的圆心角之和。

垂线与直角

两直线相交成四个角，其中有两对对顶角，如果这四个角彼此相邻的两个角相等，则称此二直线垂直，如图 1.10。此时四个角都相等，$\angle 1=\angle 2=\angle 3=\angle 4$。这四个角都称为**直角**。也就是说，一角的两边互相垂直，这个角就是直角。可以证明：平面上一直线 AA'，B 为平面上任一点（可以在直线 AA' 上），则平面上过 B 有一条且仅有一条直线 BB' 与 AA' 垂直。

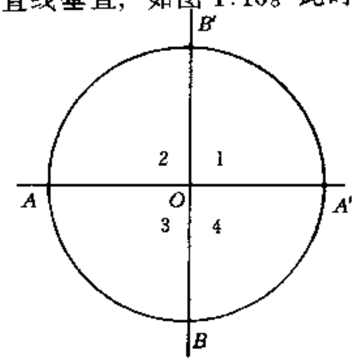

图 1.10

由直角的定义可知，顶点在