

人教版课标本

龙门

教师专用版

在线课堂

新教案

八年级数学 (下)

丛书主编 周益新

本册主编 蔡义阳



龍門書局

www.Longmen.com.cn

龙门

新教案

教师专用版

- | | |
|------------------|--------------------|
| ● 七年级数学（下） 人民教育版 | ● 七年级数学（下） 北京师范大学版 |
| ● 七年级语文（下） 人民教育版 | ● 八年级数学（下） 北京师范大学版 |
| ● 七年级英语（下） 人民教育版 | ● 九年级数学（下） 北京师范大学版 |
| ● 八年级数学（下） 人民教育版 | ● 七年级数学（下） 华东师大版 |
| ● 八年级物理（下） 人民教育版 | ● 八年级数学（下） 华东师大版 |
| ● 八年级语文（下） 人民教育版 | ● 九年级数学（下） 华东师大版 |
| ● 八年级英语（下） 人民教育版 | |
| ● 九年级化学（下） 人民教育版 | |
| ● 九年级语文（下） 人民教育版 | |
| ● 九年级英语（下） 人民教育版 | |

责任编辑 田 旭 谢 磊

ISBN 7-5088-0785-5

非卖品，龙门特赠

非卖品，龙门特赠

龙门

教师专用版

在线课堂

新教案

八年级数学(下)

(按人民教育出版社课程
标准实验教材同步编写)

主 编	蔡义阳					
撰 稿	彭 福	张 翼	殷 欢	戴海珍	朱水贵	
	宋艳兰	虞志鸿	陈春保	刘习良	吕晓燕	
	范俊楠	吴 燕	程恒锋	柳 平	蒋贵珍	
	王飞雄	王曙光	张桂芳	宋见友	周玉冰	
	洪建明	王浩宇	唐永红	何 平	陈爱平	
	孟 柯	程画民	王金山			

龙 门 书 局

北 京

版权所有 翻印必究

举报电话:(010)64034160 13501151303(打假办)

邮购电话:(010)64017892

龙门新教案·在线课堂

教师专用版

八年级数学(下)

人教版

分册主编:蔡义阳

责任编辑:田 旭 谢 磊

龙 门 书 局 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.longmen.com.cn>

铁 成 印 刷 厂 印 刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2005年11月第 一 版 开本:880×1230 大16开

2005年11月第一次印刷 印张:10 1/2

印数:1—3000 字数:318 000

ISBN 7-5088-0785-5

(如有印装质量问题,我社负责调换)



前

言

❧ 青年教师刚上讲台,渴望见到老教师的教案。

❧ 中年教师讲公开课,渴望找到有价值的教案。

❧ 老教师遇到新课标教学内容的难题,渴望吸收实验区最新成果。

❧ 工作负担重的骨干老师,渴望找到有创意、精彩的教案设计和备课资料。

《龙门新教案·教师专用版》就是专门为满足这些教师备课需要而编写的特殊教案。

该系列丛书采用“1+1”(学生专用版+教师专用版)设计模式。

其中,“学生专用版”侧重于科学地设计每课时学生预习、听课、思考、记录课堂笔记和课后作业以及复习巩固的节节练、单元练,及时反馈教学效果等,它是一种全方位的立体式学案。而“教师专用版”按照教学环节和教学过程,科学地设计每课时教材教法分析、教具准备、导入新课、讲授新课、课堂讨论、师生互动、课堂小结、作业设计、习题评讲、备课拓展平台等,它是名副其实的全方位实用教案。

《龙门新教案·教师专用版》数理化分册具有以下突出特点:

一、吸收最新成果 创设独特模式

丛书由全国首批新课标改革试验区特高级教师执笔,系统地总结了新课标试验区课堂探究教学的各种模式,吸收其精髓,创设既有生动活泼的情景课堂,把学生当作活生生的学习主体,从课堂问题研讨中发现问题、提出问题、主动解决问题,并从中获得新感知,又有“一点、一例、一评、一练”步步落实的课堂教学模式,可操作性很强。

二、尊重教学规律 科学设置体例

丛书力求适应每课时同步教学的实际需求,真实地反映国家实验区新课标每课时教学环节和教学流程,根据教材内容提出有针对性的教学建议;根据每课时的重点、难点科学地设计教学突破方法和技巧;根据学生认知特点由浅入深、循序渐进地设计例题和习题;根据新课标实验区中考考向设计每节、每单元训练题的题型和难度;根据新课标要求设计综合实践活动探究案例或提供拓展平台备课资料。

三、力求讲解透彻 凸现教案价值

丛书采用“一点、一例、一评、一练”教学模式,扎扎实实地将一个个知识点融化在学生的脑海里,透彻地分析教材中每一个知识点对应的例题及其同类变式解题方法、技巧、规律和思维误区。

另外,每课时设置“培优平台/资讯平台”栏目,或从知识的角度进行整合与拓展,从思维的角度培养学生的综合能力,以期涌现更多的优等生,或为教师搜集更多授课需要的背景资料,建立具有

鲜明时代气息的教学资源库,以供随时参考。

尤其是,丛书例题、习题挑选范围地域广,基础题、实践题、情景题、探究题、实验题、应用题、开放题应有尽有,并详细设计每道例题、习题评讲解题思路,凸现教师专用版的实用价值。

新世纪、新教材、新课堂、新的考试模式,对每一位教师都是一种新的感悟、新的考验。读完这本书,相信您一定会对新课程理念有更深的体会,从而在全新教育理念营造的新课堂内焕发新的活力。

《龙门新教案·教师专用版》

丛书策划组

目录

龙门新教案

八年级数学(下)

第十六章

分 式

第一节	分式	1
第一讲	从分数到分式	1
第二讲	分式的基本性质	4
第二节	分式的运算	8
第一讲	分式的乘除	8
第二讲	分式的加减	13
第三讲	整数指数幂	16
第四讲	科学记数法	20
第三节	分式方程	22
第一讲	分式方程	22
第二讲	分式方程的应用	25
第四节	单元小结与复习	29
第五节	创新能力综合测试	32

第十七章

反比例函数

第一节	反比例函数	35
第一讲	反比例函数的意义	35
第二讲	反比例函数的图象	39
第三讲	反比例函数的图象与性质	43
第二节	实际问题与反比例函数	48
第三节	单元小结与复习	52
第四节	创新能力综合测试	56

第十八章

勾 股 定 理

第一节	勾股定理	60
第二节	勾股定理的逆定理	64
第三节	单元小结与复习	68
第四节	创新能力综合测试	72

第十九章

四 边 形

第一节	平行四边形	74
第一讲	平行四边形的性质(一)	74
第二讲	平行四边形的性质(二)	77
第三讲	平行四边形的判定(一)	81
第四讲	平行四边形的判定(二)	85
第二节	特殊的平行四边形	90
第一讲	矩形(一)	90

第二讲	矩形(二)	94
第三讲	菱形(一)	97
第四讲	菱形(二)	101
第五讲	正方形(一)	105
第六讲	正方形(二)	110
第三节	梯形	113
第一讲	梯形的定义及性质	113
第二讲	等腰梯形的判定	117
第四节	课题学习 重心	121
第五节	单元小结与复习	126
第六节	创新能力综合测试	133

第二十章

数据的分析

第一节	数据的代表	136
第一讲	平均数(一)	136
第二讲	平均数(二)	139
第三讲	中位数和众数	143
第二节	数据的波动	146
第三节	课题学习 体质测试中的数据分析	150
第四节	单元小结与复习	152
第五节	创新能力综合测试	157

第二十一章

一元二次方程

第一节	一元二次方程	161
第一讲	一元二次方程的概念	161
第二讲	一元二次方程的解法	164
第三讲	一元二次方程的应用	167
第二节	一元二次方程根的判别式	170
第一讲	一元二次方程根的判别式	170
第二讲	一元二次方程根与系数的关系	173
第三节	一元二次方程根的判别式	176
第一讲	一元二次方程根的判别式	176
第二讲	一元二次方程根与系数的关系	179

第二十二章

相似图形

第一节	相似图形	181
第一讲	相似图形的概念	181
第二讲	相似图形的性质	184
第三讲	相似图形的判定	187
第二节	相似图形的应用	190
第一讲	相似图形的应用	190
第二讲	相似图形的应用	193

第二十三章

图形的平移

第一节	图形的平移	195
第一讲	图形的平移	195
第二讲	图形的平移	198
第三讲	图形的平移	201
第二节	图形的平移	204
第一讲	图形的平移	204
第二讲	图形的平移	207

第十六章 分式



第一节 分式

第一讲 从分数到分式

教材分析

本讲的主要内容是分式的定义及分式有意义的条件.

本讲内容具有如下特点:

1. 注重从现实生活中提炼

教材通过“思考”学生对问题的解答,观察各个代数式的特征,引导学生分析各个代数式与分数的关系,从而提炼出分式的意义.

2. 注重思想方法的渗透

教材从本讲的标题——从分数到分式,就开始渗透数学的思想——类比思想,引导学生通过类比分数的相关知识,归纳总结出分式的相关意义.

3. 注重自主探究

教材通过“思考”分式中的分母应满足什么条件,引导学生探究分式有意义的条件——分式的分母不为零.

教学目标

1. 知识与技能

(1)使学生理解并掌握分式的概念,明确分母不为零是分式概念的组成部分.

(2)使学生能求出分式有意义的条件.

(3)通过与分数类比研究分式,引导学生运用类比转化的思想方法研究解决实际问题.

(4)培养学生严谨的思维能力.

2. 过程与方法

(1)运用类比教学的方法,通过实际问题的建立,引入分式的概念.

(2)通过学习活动,培养学生的思维能力,初步掌握研究解决问题的方法.

3. 情感、态度与价值观

(1)在学习过程中,通过类比体验成功,树立自信.

(2)在解决问题过程中,培养与他人合作的精神.

(3)通过实际问题,体会数学来源于生活,服务于生活.

重点难点

重点:1. 准确理解分式的意义.

2. 分式的分母不为零的理解与运用.

难点:会求一个分式有意义的条件.

教学准备

教具:多媒体课件.

学具:三角板.

教学设计

小明的父亲和小华的父亲购买粮食,他们两次同时同一商店购买,粮食的价格是波动的,也就是说两次购买粮食的单价不相同.小明的父亲每次购买 100kg 的粮食,小华的父亲每次购买 100 元钱的粮食.若规定:谁两次购买的粮食的平均价格低,谁的购买方式就更合算,你能判断谁的购粮方式更合算吗?

解:小华父亲的购粮方式更合算.



问题探究

[问题]

1. (1)用 2 元钱买 4 公斤橘子,则每公斤橘子为 _____ 元;

(2)用 2 元钱买 3 公斤西红柿,则每公斤西红柿 _____ 元;

(3)如果用 m 元钱买 n 公斤苹果,则每公斤苹果 _____ 元.

2. 为了节约能源,不少居民都在房屋顶上安装太阳能热水器(如图 16-1-1),一个太阳能热水器有一个进水管和一个出水管,假设它的容量为 1L.

(1)单独进水, ah 可放满,则每小时进水 _____ L;

(2)单独放水, bh 可放完,则每小时放水 _____ L.

3. 有一大捆粗细均匀的电线,现要确定其长度,从中先取出 1m 长的电线,称出它的质量为 a ,再称其余电线的总质量为 b ,则这捆电线的总长度为 _____ m.

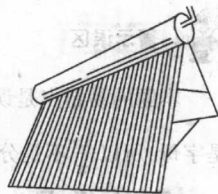


图 16-1-1

[探究点拨]

探索你所填的式子有什么共同特征,它们与整式有什么不同? 上述各问题中,填出的应是:

$$1. (1) \frac{1}{2}; (2) \frac{2}{3}; (3) \frac{m}{n} \quad 2. (1) \frac{1}{a}; (2) \frac{1}{b}$$

$$3. \frac{b+a}{a}$$

从上述式子的结构分析探索其共同点及与整式的区别.

[发现规律]

上述式子都含有分母,有的分母为数字,有的分母是字母,它与整式的区别在于整式的分母不含有字母.



教材全解

重点 1 分式

一般地,如果 A 、 B 表示两个整式,并且 B 中含有字母,

那么式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式.

分式 $\frac{A}{B}$ 中, A 叫做分子, B 叫做分母.

在线课堂

(1)分式是分数的延续拓展,分数是分式的特例,两者有许多相似之处,因此最好比照分数来学习分式.

(2)分式是两个整式相除的商,其中分子为除式,分母为被除式,分数线起除号作用.

(3)分式的分母中必须含有字母,而分子中可以含有字母,也可以不含字母,如 $\frac{1}{a}$ 、 $\frac{3}{x+2y}$ 、 $\frac{2a}{x^2}$ 都是分式,而 $\frac{a}{3}$ 、 $\frac{a^2+b^2}{2}$ 、 $\frac{xy}{\pi}$ 都不是分式.

(4)在任何情况下,分式的分母不为零,否则分式无意义,如果已知分式 $\frac{A}{B}$,则已知中已经隐含了分母 $B \neq 0$ 这一条件.

(5)整式和分式统称为有理式.

例1 在 $\frac{1}{x}$ 、 $\frac{a^2b}{3}$ 、 $-0.5xy+y^2$ 、 $\frac{b+c}{a}$ 、 $\frac{x-z}{5+y}$ 、 $\frac{3a}{\pi}$ 中,是分式的有 ()
A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

思路导引

本题考查分式的意义,判断一个式子是否为分式的关键是判断分母中是否含有字母.由于 $\frac{1}{x}$ 、 $\frac{b+c}{a}$ 、 $\frac{x-z}{5+y}$ 的分母中含有字母,所以它们都是分式.

解: 选 B.

警示误区

本题的易错点是误认为 $\frac{3a}{\pi}$ 是分式,因为 π 是一个常数,不是字母,所以 $\frac{3a}{\pi}$ 不是分式.

随堂练习

1. 有理式:① $\frac{2}{\pi}$;② $\frac{x+y}{5}$;③ $\frac{1}{3-a}$;④ $\frac{x}{\pi-y}$ 中是分式

的是 (B)

A. ①② B. ③④ C. ① D. ①②③④

2. 下列各式: $-3a^2$ 、 3 、 $\frac{x+2}{2}$ 、 $\frac{x}{x}$ 、 $\frac{5}{\pi}$ 、 $\frac{2x}{x^2y^2}$ 中整式

有 $-3a^2$ 、 3 、 $\frac{x+2}{2}$ 、 $\frac{5}{\pi}$, 分式有 $\frac{x}{x}$ 、 $\frac{2x}{x^2y^2}$.

重点2 分式有意义、无意义,分式的值为零的条件

分式有意义的条件是分式的分母不为0;

分式无意义的条件是分式的分母为0;

分式的值为0的条件是分子为0,且分母不为0.

在线课堂

(1)分式中的分母是含有字母的代数式,它的值是随着分式中字母取值的不同而变化的,字母所取的值有可能使分母的值等于零,当分母的值等于零时,分式就没有意义了.这与分数不同,因为分数的分母是一个确定的数,是否为0,一目了然.而分

式要明确其是否有意义,就必须分析,讨论分母中所含字母不能取哪些值,避免出现分母的值等于0的情况.

(2)如果没有特别说明,所遇到的分式都是有意义的,也就是说分式中分母的值不等于零,例如在分式 $\frac{a^2bc}{ab}$ 中就隐含着 $ab \neq 0$,即 $a \neq 0$, $b \neq 0$ 这一条件.

(3)必须在有意义的前提下,才能谈分式的值是多少,也就是说,必须在分式有意义的前提下,才能讨论分式的值不等于零的条件.

例2 下列分式中,当 x 取何值时,分式有意义?

当 x 取什么值时,分式的值为0?

(1) $\frac{x}{x^2+1}$; (2) $\frac{2x+3}{3x-5}$;

(3) $\frac{|x|-3}{x+3}$; (4) $\frac{3}{x^2+5}$.



思路导引

分式有意义的条件是分母不为0,由此可求出 x 的值;分式的值为0的条件是分子等于0,而分母不为0.但必须明确,只有在分式有意义的前提下,才能讨论它的值是多少,本题就是要找到这样的数,使分式的分子等于0,而分母不等于0.

解:(1)对于一切实数, $x^2 \geq 0$, $\therefore x^2+1 > 0$. $\therefore$ 当 x 为任意实数时,分式 $\frac{x}{x^2+1}$ 都有意义.

由 $\begin{cases} x=0, \\ x^2+1 \neq 0, \end{cases}$ 得 $x=0$,

$\therefore$ 当 $x=0$ 时,分式 $\frac{x}{x^2+1}$ 的值为0.

(2)由分母 $3x-5 \neq 0$,得 $x \neq \frac{5}{3}$,

$\therefore$ 当 $x \neq \frac{5}{3}$ 时,分式 $\frac{2x+3}{3x-5}$ 有意义.

由 $\begin{cases} 2x+3=0, \\ 3x-5 \neq 0, \end{cases}$ 得 $x = -\frac{3}{2}$.

$\therefore$ 当 $x = -\frac{3}{2}$ 时,分式 $\frac{2x+3}{3x-5}$ 的值为0.

(3)由分母 $x+3 \neq 0$,得 $x \neq -3$.

$\therefore$ 当 $x \neq -3$ 时,分式 $\frac{|x|-3}{x+3}$ 有意义.

由 $\begin{cases} |x|-3=0, \\ x+3 \neq 0, \end{cases}$ 得 $x=3$.

$\therefore$ 当 $x=3$ 时,分式 $\frac{|x|-3}{x+3}$ 的值为0.

(4)因为对于一切实数 x , $x^2 \geq 0$, $\therefore x^2+5 > 0$.所以当 x 为任何实数时,分式 $\frac{3}{x^2+5}$ 都有意义.

由于分子3不等于0,所以分式的值不可能为0,即这样的 x 值不存在.



方法规律

当分式的分母的值不为0时,分式有意义,即当分母的值等于0时,分式无意义.除此以外,分式都有意义,而对分子中字母的取值无任何要求,当分式的值为零时,除了要求分子的值等于0外,一定要同时使分母的值不为0,分式的值才能为0.

随堂练习

3. x 取何值时, 下列分式的值为 0?

(1) $\frac{2x-1}{x+1}$; (2) $\frac{|x|-1}{1+x}$; (3) $\frac{x^2-9}{x^2+1}$.

解: (1) $x = \frac{1}{2}$; (2) $x = 1$; (3) $x = \pm 3$.

[例3] 使得分式 $\frac{1}{1+\frac{1}{1+x}}$ 有意义的条件是 ()

- A. $x \neq 0$ B. $x \neq -1$ 且 $x \neq -2$
C. $x \neq -1$ D. $x \neq -1$ 且 $x \neq 0$



思路导引

分式有意义应是使分式中的每一个分母都不为零, 可采用验证的方法: 当 $x = -1$ 时, 小分母 $1+x=0$. 当 $x = -2$ 时, 大分母 $1+\frac{1}{1+x}=0$ 分式都无意义. 故要使分式有意义, 则必有 $x \neq -1$ 且 $x \neq -2$, 也可以采用直接求解的方法.

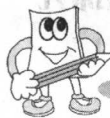
解: 选 B.

课堂小结

1. 分式的定义是如果 A, B 表示两个整式, 并且 B 中含有字母, 那么式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式.

2. 分式与整式的主要区别是前者分母中含有字母, 而后者分母中不含有字母.

3. 分式有意义的条件是分母不为 0, 无意义的条件是分母为 0, 分式的值为 0 的条件是分子为 0 且分母不为 0.



课后作业

班级 _____ 姓名 _____ 分数 _____

[基础演练]

- 当 $x = 2$ 时, 分式 $\frac{x^2-4}{x+2}$ 的值为零; 当 $x = -2$ 时, 分式 $\frac{x^2-4}{x+2}$ 无意义.
- 已知当 $x = -2$ 时, 分式 $\frac{x-b}{x+a}$ 无意义, $x = 4$ 时, 此分式的值为 0, 则 $a+b = 6$; 如果 $x:y:z = 1:3:5$, 那么 $\frac{x+3y-z}{x-3y+z} = -\frac{5}{3}$.
- 当 $x < 5$ 时, 分式 $\frac{1}{5-x}$ 的值为正, 当 $x \neq 0$ 时, 分式 $\frac{-x^2}{x^2+1}$ 的值为负.

4. $(m-3) \div (m+2)$ 写成分式为 $\frac{m-3}{m+2}$, 且当 $m \neq -2$ 时, 分式才有意义.

5. 有理式 ① $\frac{2}{x}$; ② $\frac{x+y}{5}$; ③ $\frac{1}{2-a}$; ④ $\frac{x}{x+1}$ 中, 是分式的是 (C)

- A. ①② B. ③④
C. ①③④ D. ①②③④

6. 要使分式 $\frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)(x-3)}$ 有意义, 只需 (D)

- A. $x \neq 1$ 或 $x \neq -3$ B. $x \neq -1$ 或 $x \neq 3$
C. $x \neq 1$ 且 $x \neq -3$ D. $x \neq -1$ 且 $x \neq 3$

7. 分式 $\frac{x+a}{3x-1}$ 中, 当 $x = -a$ 时, 下列结论正确的是 (C)

- A. 分式的值为零
B. 分式无意义
C. 若 $a \neq -\frac{1}{3}$, 分式的值为零
D. 若 $a \neq \frac{1}{3}$, 分式的值为零

[综合测试]

8. 同时使分式 $\frac{x-5}{x^2+6x+8}$ 有意义, 又使分式 $\frac{x^2+3x}{(x-1)^2-9}$ 无意义的 x 的取值是什么?

解: 依题意, 则 $\begin{cases} x^2+6x+8 \neq 0, \\ (x-1)^2-9=0, \end{cases}$ 解得 $x=4$.

9. 当 x 为何值时, 分式 $\frac{|x|-5}{(x-2)(x^2+4x-5)}$ 的值为 0?

解: 满足 $\begin{cases} |x|-5=0 \\ (x-2)(x^2+4x-5) \neq 0 \end{cases}$ 时, 分式值为 0, $\therefore x=5$.

10. 当 y 取何值时, 分式 $\frac{2y-1}{|y|}$ 的值为非正数?

解: $\because \frac{2y-1}{|y|} \leq 0$ 且 $|y| > 0$, $\therefore 2y-1 \leq 0$, $\therefore y \leq \frac{1}{2}$, 且 $y \neq 0$.

11. 当 x 为何值时, 分式 $\frac{3-x}{x-2}$ 的值为负数?

解: 当 $\begin{cases} 3-x > 0 \\ x-2 < 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 3-x < 0 \\ x-2 > 0 \end{cases}$ 时, 此分式的值为负数, $\therefore x < 2$ 或 $x > 3$.

[探究升级]

12. 一公路全长 s km, 骑自行车 a h 可到达, 为了提前 15 min 到达, 自行车每小时应多行多少千米? (用代数式表示)

解: $\frac{s}{a} - \frac{s}{a}$ (由于没有学习分式的基本性质, 所以现在无法化简).

13. 一项工程, 由甲队单独做 a 天可以完成, 由乙队单独做 b 天可以完成.

(1) 乙队一天可以做多少?

解: $\frac{1}{b}$.

(2) 若甲队做 m 天, 乙队做 n 天, 一共可以完成多少?

解: $\frac{m}{a} + \frac{n}{b}$.

(3) 甲、乙两队一起做, 几天可以完成工程的 $\frac{2}{3}$?

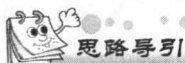
$$\text{解: } \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

14. 已知 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6}$, 求 $\frac{xy+yz+xz}{x^2+y^2+z^2}$ 的值.

解: 设 $x=3k, y=4k, z=6k$, 原式 $= \frac{54}{61}$.

培优平台

[例] 当 a 为何值时, 分式 $\frac{2a(a-2)}{5a(2+a)}$ 有意义? 值为零.



当分母不为零时, 分式有意义; 当分母不为零, 且分子为零时, 分式的值为零. 如类比小学分数的基本性质, 先分解再解. 则应注意 $a \neq 0$ 这个前提条件.

解法1: 令分母 $5a(2+a) \neq 0$, 得 $a \neq 0$ 且 $2+a \neq 0$.

$\therefore a \neq 0$ 且 $a \neq -2$ 时分式有意义;

又令分子 $2a(a-2)=0$ 得 $a=0$ 或 $a-2=0$.

$\therefore a=0$ 或 $a=2$ 时, 分子为零.

而当 $a=0$ 时, 分母 $5a(a+2)=0$, 所以 $a=0$ 应舍去.

当 $a=2$ 时, 分母 $5a(2+a) \neq 0$.

$\therefore$ 当 $a=2$ 时, 分式的值为零.

解法2: 当 $a \neq 0$ 时,

$$\frac{2a(a-2)}{5a(2+a)} = \frac{2(a-2)}{5(2+a)}$$

令 $5(2+a) \neq 0$, 得 $a \neq -2$.

$\therefore$ 当 $a \neq 0$ 且 $a \neq -2$ 时分式有意义

令 $2(a-2)=0$, 得 $a=2$

$\therefore$ 当 $a=2$ 时, 分式的值为零.

第二讲 分式的基本性质

教材分析

本讲的主要内容是分式的基本性质及其简单的应用: 约分和通分.

本讲内容具有如下特点:

1. 注重循序渐进

教材通过复习分数的基本性质, 引导学生从小学数学中的分数过渡到分式, 便于学生理解和掌握分式的基本性质.

2. 注重思想方法的渗透

(1) 教材通过类比的方法, 由分数的基本性质引导学生归纳总结出分式的基本性质.

(2) 教材通过“思考”设问: 联想分数的约分和通分, 你能想出如何对分式进行约分和通分, 引导学生通过类比的方法, 探索分式的约分和通分的方法.

3. 注重自主探究

(1) 教材在分式的基本性质旁加边注引导学生如何用式子来表示分式的基本性质, 使学生通过探索进一步理解分式的基本性质, 为正确使用分式的基本性质打下坚实的基础.

(2) 教材在第9页加两个边注: ①分式约分约去的是什么, 引导学生通过探讨、交流、归纳总结出约分的基本方法; ②如果分子或分母是多项式, 先分解因式对约分有什么作用, 引导学生探究对分子或分母含有多项式的分式的约分方法, 为熟练地进行约分运算和分式的运算做好准备.

教学目标

1. 知识与技能

(1) 使学生理解并掌握分式的基本性质.

(2) 使学生理解分式约分、通分的意义, 明确分式约分、通分的理论依据——分式的基本性质, 掌握约分、通分的方法, 学会求最简公分母.

(3) 使学生了解类比转化的数学思想方法.

2. 过程与方法

运用与分数基本性质进行类比的数学方法, 导出分式的基本性质, 培养学生运用类比转化的数学思想方法.

3. 情感、态度与价值观

通过教学中的师生互动, 启发学生合作讨论, 运用旧知探究新知, 激发学生学习兴趣和求知欲.

重点难点

重点: 分式的基本性质及其运用.

难点: 分式约分、通分的方法.

教学准备

教具: 课件.

学具: 三角板.

教学设计

我们知道分数的分子和分母同时扩大(或缩小)相同的倍数, 分数的值不变. 那么, 分式是否也具有这种性质呢?

解: 分式也具有同样的性质.



问题探究

[问题]

将分式 $\frac{2x}{3y}$ 作如下变形:

(1) 分子、分母同时乘以3;

(2) 分子、分母同时除以 $\frac{1}{2}$;

(3) 分子、分母同时乘以 $2y$;

(4) 分子、分母同时乘以 $2a$.

观察变形后的式子的值是否发生了变化?

[探究点拨]

通过计算, 观察其结果或变形过程的变化规律, 类比分数的变形方法探索.

[发现规律]

(1)、(2) 两个变形的结果与原来的值是相等的. (3) 乘以 $2y$ 后的值与原来的值也是相等的. (4) 乘以 $2a$ 则不一定相等, 因为当 $a \neq 0$ 时, 其值相等, 而当 $a=0$ 时, 则无意义.

教材全解

重点 1 分式的基本性质

分式的分子与分母同乘(或除)以一个不为零的整式,分式的值不变.用式子表示为:

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C}, \frac{A}{B} = \frac{A \div C}{B \div C} (C \neq 0), \text{其中 } A, B, C \text{ 为整式.}$$

在线课堂

(1)应特别关注“同”的含义,它有两层意思:①是分子与分母必须同时乘以(或除以)一个整式,不能只分子乘(或除)而分母不乘(或除),也不能只分母乘(或除),而分子不乘(或除);②是分子与分母乘以(或除以)的整式必须是同一个整式.

(2)基本性质中的 A, B, C 表示的都是整式,其中 $B \neq 0$ 是已知条件中隐含着的条件,一般在解题过程中不需要强调; $C \neq 0$ 是在解题过程中另外附加的条件,在运用分式的基本性质时,必须特别注意这一前提条件.

(3)分式的分子、分母或分式本身的符号,改变其中任意两个,分式的值不变,即

$$\frac{-A}{B} = -\frac{A}{B} = \frac{A}{-B}.$$

[例 1] 填空:

$$(1) \frac{a+b}{ab} = \frac{(\quad)}{a^2b}; (2) \frac{x^2+xy}{x^2} = \frac{x+y}{(\quad)}.$$

思路导引

解这类问题首先应从已知的两个分母(或分子)寻找它们之间的联系,再根据分式的基本性质得出结论.

(1)式中右边的分母 a^2b 等于左边的分母 ab 乘以 a ,所以右边的分子也应是左边的分子乘以 a .

(2)式中右边的分子 $x+y$ 是左边的分子, x^2+xy 除以 x 得到的,所以右边的分母也应是左边的分母除以 x .

解:(1) a^2+ab ; (2) x .

方法规律

要求未知的分子(或分母),需从已知的分母(或分子)分析推出变形的途径,再根据同样的规律计算出未知的分子(或分母).

随堂练习

1. 下列等式的右边是怎样从左边得到的?

$$(1) \frac{1}{ab} = \frac{c}{abc} (c \neq 0);$$

$$(2) \frac{a^2x}{bx} = \frac{a^2}{b};$$

$$(3) \frac{1}{x-1} = \frac{x+1}{x^2-1} (x+1 \neq 0);$$

$$(4) \frac{(x-y)^2}{x^2-y^2} = \frac{x-y}{x+y}.$$

随堂练习

解:(1)等式左边分子分母同时乘以 c ;

(2)等式左边分子分母同时除以 x ;

(3)等式左边分子分母同时乘以 $x+1$;

(4)等式左边分子分母同时除以 $x-y$.

2. 填空:

$$(1) \frac{1}{xy} = \frac{(2y)}{2xy^2};$$

$$(2) \frac{ab}{a^2} = \frac{b}{a};$$

$$(3) \frac{a^2+a}{ac} = \frac{(a+1)}{c}.$$

重点 2 通分

与分数通分类似,利用分式的基本性质,使分式的分子分母同乘以适当的整式,不改变分式的值,化异分母分式为同分母分式,这样的分式变形叫做分式的通分.

在线课堂

(1)通分的方法是先求各分式的最简公分母,然后以每个分式的分母去除这个最简公分母,用所得的商去乘以分式的分子、分母.

(2)通分的依据是分式的基本性质.

(3)通分的关键是寻求几个分式的最简公分母.

(4)最简公分母:几个分式进行通分时,通常取各分母所有因式的最高次幂的积作为公分母,这样的分母叫做最简公分母.

(5)寻求最简公分母应注意以下几点:

①“各分母所有因式的最高次幂”是指凡出现的字母(或含字母的式子)为底数的幂选取指数最大的;

②如果各分母的系数都是整数时,通常取它们的系数的最小公倍数作为最简公分母的系数;

③如果分母是多项式的,一般应先分解因式.

[例 2] 通分:

$$(1) \frac{b}{3a^2c^2}, \frac{c}{-2ab}, \frac{a}{5cb^3};$$

$$(2) \frac{2}{9-3a}, \frac{a-1}{a^2-9}, \frac{a}{a^2-6a+9}.$$

思路导引

(1)分母中各系数的绝对值分别是 3, 2, 5, 它们的最小公倍数为 30, 各字母都是单项式, 且各字母的最高次幂分别是 a^2 、 b^3 、 c^2 , 所以最简公分母为 $30a^2b^3c^2$; (2)分母是多项式, 先分解因式得 $-3(a-3)$ 、 $(a+3)(a-3)$ 、 $(a-3)^2$ 所以最简公分母是 $3(a+3)(a-3)^2$.

解:(1) $\therefore$ 最简公分母为 $30a^2b^3c^2$,

$$\therefore \frac{b}{3a^2c^2} = \frac{b \cdot 10b^3}{3a^2c^2 \cdot 10b^3} = \frac{(10b^4)}{30a^2b^3c^2},$$

$$\frac{c}{-2ab} = -\frac{c \cdot 15ab^2c^2}{2ab \cdot 15ab^2c^2} = -\frac{(15ab^2c^3)}{30a^2b^3c^2};$$

$$\frac{a}{5cb^3} = \frac{a \cdot 6a^2c}{5cb^3 \cdot 6a^2c} = \frac{(6a^3c)}{30a^2b^3c^2}.$$

$$\begin{aligned}
 (2) \because \text{最简公分母为 } 3(a+3)(a-3)^2 \\
 \therefore \frac{2}{9-3a} &= -\frac{2}{3(a-3)} = -\frac{2 \cdot (a+3)(a-3)}{3(a-3) \cdot (a+3)(a-3)} \\
 &= -\frac{2(a+3)(a-3)}{3(a+3)(a-3)^2}; \\
 \frac{a-1}{a^2-9} &= \frac{a-1}{(a+3)(a-3)} = \frac{(a-1) \cdot 3(a-3)}{(a+3)(a-3) \cdot 3(a-3)} \\
 &= \frac{3(a-1)(a-3)}{3(a+3)(a-3)^2}; \\
 \frac{a}{a^2-6a+9} &= \frac{a}{(a-3)^2} = \frac{a \cdot 3(a+3)}{(a-3)^2 \cdot 3(a+3)} \\
 &= \frac{3a(a+3)}{3(a+3)(a-3)^2}.
 \end{aligned}$$

方法规律

- (1) 通分只改变分式的形式, 而不改变分式的值.
- (2) 通分的关键是确定最简公分母.

随堂练习

3. 通分:

$$(1) \frac{1}{3xy^3}, \frac{1}{2x^2y}, \frac{1}{9x^3y};$$

$$(2) \frac{1}{a+2b}, \frac{3}{a-2b};$$

$$(3) \frac{n}{m^2-mn}, \frac{m}{n^2-mn}, \frac{1}{m^2-n^2};$$

$$(4) \frac{x+1}{x^2-x}, \frac{x}{x^2-1}, \frac{3}{x^2-2x+1}.$$

$$\text{解: (1)} \frac{6x^2}{18x^3y^3}, \frac{9xy^2}{18x^3y^3}, \frac{2y^2}{18x^3y^3};$$

$$(2) \frac{a-2b}{a^2-4b^2}, \frac{3(a+2b)}{a^2-4b^2};$$

$$(3) \frac{n^2(m+n)}{mn(m-n)(m+n)}, -\frac{m^2(m+n)}{mn(m+n)(m-n)}, \frac{mn}{(m+n)(m-n)mn};$$

$$(4) \frac{(x+1)^2(x-1)}{x(x+1)(x-1)^2}, \frac{x^2(x-1)}{x(x+1)(x-1)^2},$$

$$\frac{3x(x+1)}{x(x-1)^2(x+1)}.$$

重点3 约分

与分数的约分类似, 利用分式的基本性质, 约去分式的分子和分母的公因式, 不改变分式的值, 这样的分式变形叫做分式的约分.

在线课堂

- (1) 约分的依据是分式的基本性质.
- (2) 约分的方法: 先把分子、分母分解因式(分子、分母是多项式), 然后约去它们的公因式.

约分时, 由于分子、分母都除以的整式是它们的公因式, 所以由原分式有意义可知, 分子与分母的公因式一定不为 0, 故运用分式的基本性质约去公因式时, 不必强调指出公因式不为 0, 而是直接约去即可.

(3) 约分的关键是找出分子与分母的公因式, 当分子、分母是多项式时, 要先把分式的分子与分母分解因式, 然后约去分

子、分母的公因式.

(4) 找公因式的方法: 先分解因式后, 系数取最大公约数, 字母(或字母因式)取相同字母(或相同字母因式)的最低次幂.

(5) 约分最后的结果必须满足分子、分母不再有公因式. 分子、分母没有公因式的分式, 也称为最简分式(或既约分式).

例3 约分:

$$(1) \frac{-35a^4b^3c}{21a^2b^4d}; (2) \frac{x^2+6x+9}{x^2-9};$$

$$(3) \frac{2x(x-y)^3}{4y(y-x)^2}; (4) \frac{x-(y-z)^2}{(x+y)^2-z^2}.$$

思路导引

先找出分子、分母的公因式, 再根据分式的基本性质约去分子、分母的公因式.

$$\text{解: (1)} \frac{-35a^4b^3c}{21a^2b^4d} = \frac{-7a^2b^3 \cdot 5a^2c}{7a^2b^3 \cdot 3bd} = -\frac{5a^2c}{3bd};$$

$$(2) \frac{x^2+6x+9}{x^2-9} = \frac{(x+3)^2}{(x+3)(x-3)} = \frac{x+3}{x-3};$$

$$(3) \frac{2x(x-y)^3}{4y(y-x)^2} = \frac{2x(x-y)^3}{4y(x-y)^2} = \frac{2(x-y)^2 \cdot x(x-y)}{2y(x-y)^2 \cdot 2y} = \frac{x(x-y)}{2y};$$

$$(4) \frac{x^2-(y-z)^2}{(x+y)^2-z^2} = \frac{(x+y-z)(x-y+z)}{(x+y+z)(x+y-z)} = \frac{x-y+z}{x+y+z}.$$

方法规律

(1) 约分的关键是求出分子、分母的公因式, 若分式的分子、分母是多项式, 必须先把分子、分母分解因式;

(2) 约分的结果必须是最简分式.

随堂练习

4. 约分:

$$(1) \frac{-36xy^2z^3}{6yz^2}; (2) \frac{m^2-4}{2m+m^2};$$

$$(3) \frac{x^3-2x^2y}{x^2y-2xy^2}; (4) \frac{2x(x-y)^2}{6y(y-x)^3}.$$

$$\text{解: (1)} -6xyz; (2) \frac{m-2}{m};$$

$$(3) \frac{x}{y}; (4) -\frac{x}{3y(x-y)}.$$

$$\text{[例4] 已知 } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5, \text{ 求 } \frac{2x-3xy+2y}{x+2xy+y} \text{ 的值.}$$

思路导引

首先应排除一种错误的想法, 即若试图从已知条件 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5$ 中求出 x 以及 y 的具体值, 然后代入求值的分式, 显然是行不通的. 那么如何求值呢? 待求的分式也不能化简, 所以应该着眼于寻求已知与未知之间的“桥梁”即共同点, 这就需要利

用分式的基本性质把已知条件变形或将待求式变形,用整体代入法求值.

解法 1: 由 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5$ 可知 $x \neq 0, y \neq 0$, 故在等式两边同乘以 xy 得

$$x + y = 5xy$$

$$\begin{aligned} \text{故 } \frac{2x-3xy+2y}{x+2xy+y} &= \frac{2(x+y)-3xy}{(x+y)+2xy} \\ &= \frac{2 \times 5xy - 3xy}{5xy + 2xy} = \frac{7xy}{7xy} = 1. \end{aligned}$$

解法 2: $\because xy \neq 0$, 将待求式的分子、分母同时除以 xy , 得

$$\begin{aligned} \frac{2x-3xy+2y}{x+2xy+y} &= \frac{(2x-3xy+2y) \div xy}{(x+2xy+y) \div xy} \\ &= \frac{2(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) - 3}{(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) + 2} \\ &= \frac{2 \times 5 - 3}{5 + 2} = 1. \end{aligned}$$



方法规律

(1) 利用分式的基本性质变形时, 必须注意所乘的或所除的整式不能为零.

(2) 一般情况下, 一个等式是不能求两个未知数的值的, 因此应考虑运用整体代入法求值.

(3) 交待 $x \neq 0, y \neq 0$ 很重要, 一方面是应用分式的基本性质的要求, 另一方面是以后解分式方程检验增根的理论依据.

课堂小结

(1) 分式的基本性质是分式的分子、分母同乘(或除)以一个不为 0 的整式, 分式的值不变.

(2) 约分是指约去分子、分母的公因式.

(3) 通分是指把异分母分式化为同分母分式.

(4) 分式的符号变化规律是:

$$\frac{-A}{B} = -\frac{A}{B} = \frac{A}{-B}.$$



课后作业

班级_____ 姓名_____ 分数_____

[基础演练]

1. 写出下列等式中未知的分子或分母:

$$(1) \frac{a+b}{ab} = \frac{(2a(a+b))}{2a^2b};$$

$$(2) \frac{x}{x(x-y)} = \frac{1}{(x-y)};$$

$$(3) \frac{x^2-4}{2x^2-8x+8} = \frac{2(x+2)}{(4(x-2))}.$$

2. 下列各式变形正确的有

$$A. \frac{5a}{3b} = -\frac{5a^2}{3b^2}$$

$$B. \frac{x^2}{2y^2} = \frac{x^4}{4y^4}$$

$$C. \frac{6a-5}{7-b} = \frac{5-6a}{b-7}$$

$$D. \frac{a-b}{a} = \frac{a^2-b^2}{a(a+b)}$$

3. 等式 $\frac{2x}{3x+1} = \frac{2x(x+5)}{(3x+1)(x+5)}$ 成立的条件是 (C)

$$A. x > -5$$

$$B. x < -5$$

$$C. x \neq -5$$

$$D. x > 0$$

4. 在分式 $\frac{a+b}{ab}$ (a, b 为正数) 中, 字母 a, b 的值分别扩大为原来的 2 倍, 则分式的值 (B)

A. 扩大为原来的 2 倍

B. 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$

C. 不变

D. 缩小为原来的 $\frac{1}{4}$

5. 有一大捆粗细均匀的电线, 现要确定其长度, 从中先取出 1m 长的电线, 称出它的质量为 a , 再称出其余电线的总质量为 b , 则这捆电线的总长度是 $\frac{a+b}{a}$ m.

6. 分式 $\frac{x}{2ab}$, $-\frac{x}{4a^2y}$ 的最简公分母是 $4a^2by$.

7. 不改变分式的值, 改变分子的符号, $-\frac{3}{x} = \frac{-3}{x}$.

$$\frac{x-y}{x+y} = -\frac{y-x}{x+y}.$$

8. 若 $\frac{3b}{2a} = m$, 当 a, b 的值均扩大为原来的 2 倍, 则

$$\frac{3b}{2a} = m, \frac{3b^2}{2a^2} = \frac{2}{3}m^2.$$

9. 当 $x=1$ 时, 分式 $\frac{2x-3}{x-2}$ 的值为 1.

10. 已知 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3$, 则 $\frac{a-3ab+b}{a+2ab+b}$ 的值是 0.

11. 写出一个含有字母 x 的分式(要求: 不论 x 取何实数, 该分式都有意义且分式的值为负)如: $-\frac{1}{x^2+1}$.

[综合测试]

12. 约分:

$$(1) \frac{6x^3y^3}{-9xy^2};$$

$$(2) \frac{b-a}{a^2-b^2};$$

$$(3) \frac{x^2-y^2}{x^2-2xy-3y^2};$$

$$(4) \frac{4a^2-b^2}{-b^2+4ab-4a^2}.$$

$$\text{解: (1) } -\frac{2}{3}x^2y; (2) -\frac{1}{a+b};$$

$$(3) \frac{x-y}{x-3y}; (4) \frac{2a+b}{b-2a}.$$

13. 通分:

$$(1) \frac{b}{3ab}, \frac{1}{9a^2};$$

$$\text{解: 最简公分母为 } 9a^2b, \frac{b}{3ab} = \frac{b \cdot 3a}{3ab \cdot 3a} = \frac{3ab}{9a^2b},$$

$$\frac{1}{9a^2} = \frac{b}{9a^2b}.$$

$$(2) \frac{2y}{x}, \frac{3}{2x^3y^2}, -\frac{4}{5x^2y^3};$$

解: 最简公分母为 $10x^3y^3$,

$$\frac{2y}{x} = \frac{2y \cdot 10x^2y^3}{x \cdot 10x^2y^3} = \frac{20x^2y^4}{10x^3y^3},$$

$$\frac{3}{2x^3y^2} = \frac{3 \cdot 5y}{2x^3y^2 \cdot 5y} = \frac{15y}{10x^3y^3},$$

$$-\frac{4}{5x^2y^3} = -\frac{4 \cdot 2x}{5x^2y^3 \cdot 2x} = -\frac{8x}{10x^3y^3}.$$

$$(3) \frac{5}{6ab}, \frac{2}{3ac}, \frac{3}{4abc};$$

解:最简公分母为 $12abc$, $\frac{5}{6ab} = \frac{5 \cdot 2c}{6ab \cdot 2c} = \frac{10c}{12abc}$, $\frac{2}{3ac} = \frac{2 \cdot 4b}{3ac \cdot 4b} = \frac{8b}{12abc}$, $\frac{3}{4abc} = \frac{3 \cdot 3}{4abc \cdot 3} = \frac{9}{12abc}$.

(4) $\frac{x+2}{x^2-2x}$, $\frac{x-1}{x^2+4x+4}$.

解:最简公分母为 $x(x-2)^2$,

$\frac{x+2}{x^2-2x} = \frac{x+2}{x(x-2)} = \frac{(x+2)(x-2)}{x(x-2)^2} = \frac{x^2-4}{x(x-2)^2}$,

$\frac{x-1}{x^2-4x+4} = \frac{x-1}{(x-2)^2} = \frac{(x-1)x}{(x-2)^2x} = \frac{x^2-x}{x(x-2)^2}$.

[探究升级]

14. 不改变分式的值,把下列各式的分子与分母中各项的系数都化为整数:

(1) $\frac{\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y}{\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y}$; (2) $\frac{0.01a - 0.5}{0.3a + 0.04}$.

解: (1) $\frac{3x+4y}{3x-4y}$; (2) $\frac{a-50}{30a+4}$.

培优平台

[例] 若 $xyz \neq 0$, 且 $\frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y} = \frac{x+y}{z} = k$, 求 $\frac{(y+z)(z+x)(x+y)}{xyz}$ 的值.



思路导引

根据已知和所求分式的特点,它们之间有一定的联系.即所求分式的分子和分母是由已知连等式的分子与分母相乘而来.因此我们可运用分式的性质设 $\frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y} = \frac{x+y}{z} = k$, 但此题易忽视分 $x+y+z \neq 0$ 和 $x+y+z=0$ 两种情况求解而出错.

解: 设 $\frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y} = \frac{x+y}{z} = k$.

$\therefore y+z=kx, z+x=ky, x+y=kz$.

$\therefore \frac{(y+z)(z+x)(x+y)}{xyz} = \frac{kx \cdot ky \cdot kz}{xyz} = k^3$ ①

又由①式三个等式相加得:

$2(x+y+z) = k(x+y+z)$

当 $x+y+z=0$ 时, k 为任意实数.

当 $x+y+z \neq 0$ 时, $k=2$.

即, 当 $x+y+z=0$ 时, 原式值为任意实数, 当 $x+y+z \neq 0$ 时, 值为 2.



第二节 分式的运算

第一讲 分式的乘除

教材分析

本讲的主要内容是分式的运算中的乘除法运算及乘方运算.

本讲内容具有如下特点:

1. 注重从现实生活中提出问题

教材通过问题 1 和问题 2 引导学生分析它们之间的数量关系, 提出新的问题——分式的乘除法运算, 使学生体会到数学来源于生活实践, 学会用数学知识解决实际问题.

2. 注重思想方法的渗透

教材通过引导学生观察分数乘除法的计算方法, 运用类比的思想, 归纳总结出分式的乘除法法则.

3. 分式的乘除运算、乘方运算是本节的重点之一, 教学时应注意以下几点:

(1) 分式的乘除运算归根到底是乘法运算, 在进行运算时可根据情况先约分、再相乘, 这样做有时简单易行且不易出错.

(2) 分式的乘除运算, 当分子和分母是多项式时, 一般应先进行因式分解, 再约分; 还应指出, 将分子和分母中含有同一字母的多项式按降幂(升幂)排列后, 容易看出分子和分母的公因式, 因而便于约分.

(3) 分式的除法运算中, 除式(或被除式)是整式时, 可以看作分母是 1 的分式, 然后依照分式的乘除法的法则计算.

(4) 要注意运算顺序, 对于分式的乘除法来讲, 它只含同级运算, 如果没有附加条件(如括号等)那么这应按照从左到右的顺序计算.

(5) 分式的乘方的运算是根据乘方的意义和分式的乘法法则推导出来的, 讲解时可类比乘方公式进行.

(6) 分式的运算中, “符号问题”是学生最易出错的地方, 因此, 必须经过一定的训练才能让学生逐步熟练掌握.

教学目标

1. 知识与技能

(1) 使学生理解并掌握分式的乘除法法则, 熟练地运用法则进行运算, 提高学生的运算能力.

(2) 使学生理解并掌握分式的乘方运算, 能够熟练地运用乘方进行运算.

(3) 使学生了解类比转化的思想, 让学生在学知识的同时学到方法, 受到思维训练.

2. 过程与方法

通过启发式和小组讨论的方式教学, 使学生在知识的学习过程中, 了解常规的数学思想方法, 并能运用这些思想方法解决问题.

3. 情感、态度与价值观

(1) 培养学生运用基本的数学思想方法解决问题的能力, 和自觉探究知识的科学态度.

(2) 通过小组讨论, 培养学生主动与他人合作的精神.

重点难点

重点: 分式的乘除法和乘方运算的法则.

难点: 分子、分母是多项式的分式的乘除法运算.

教学准备

教具: 多媒体课件.

学具: 三角尺.

教学设计

西瓜论公斤计价,买西瓜时,希望可以食用的部分占整个西瓜的比例越大越好.一批西瓜的皮厚都是 d ,如果把西瓜当作球体,你认为买西瓜时,是选购大的合算,还是选购小的合算?

解:选大的合算.



问题探究

[问题]

1. 小明在商店买 a 支钢笔共用去 m 元,买铅笔的支数是买钢笔的支数的 b 倍,共用去 n 元,则每支钢笔的价格是每支铅笔的价格的多少倍?(用含 a, b, m, n 的分式表示)

2. 先计算下面的乘法:

$$(1) \frac{n}{m} \cdot \frac{n}{m} \cdot \frac{n}{m} \cdot \frac{n}{m} \cdot \frac{n}{m} = \left(\frac{n}{m} \right)^5 = \left(\frac{n}{m} \right)^{(\quad)};$$

$$(2) \underbrace{\frac{n}{m} \cdot \frac{n}{m} \cdots \frac{n}{m}}_{k\text{个}} = \left(\frac{n}{m} \right)^k = \left(\frac{n}{m} \right)^{(\quad)}$$

仔细观察这两道题的结果,你能发现什么规律?然后用一个式子表示出来.

[探究点拨]

1. 每支钢笔的价格是 $\frac{m}{a}$ 元,每支铅笔的价格是 $\frac{n}{ab}$ 元,则每支钢笔的价格与每支铅笔的价格的倍数关系可由式子 $\frac{m}{a} \div \frac{n}{ab}$ 求得.类比分数的乘除法即可求得结果为 $\frac{mb}{n}$.

2. 根据乘方的意义可知 $\underbrace{\frac{n}{m} \cdot \frac{n}{m} \cdots \frac{n}{m}}_{k\text{个}} = \frac{n \cdot n \cdots n}{m \cdot m \cdots m} = \left(\frac{n}{m} \right)^k = \frac{n^k}{m^k}$.

[发现规律]

1. 分式的乘除法可类比分数的乘除法的计算方法进行计算.

2. 分式的乘方即是分式的分子,分母各自乘方.



教材全解

重点1 分式的乘除法法则

分式乘分式,用分子的积作积的分子,分母的积作积的分母;

分式除以分式,把除式的分子、分母颠倒位置后与被除式相乘.

$$\text{即 } \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd};$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

在线课堂

(1)分式的除法是分式的乘法的逆运算,在进行除法运算时,将除法转化为乘法运算.

(2)在进行乘除运算时,如果运算结果不是最简分式,要进行约分,使运算结果化成最简分式.

(3)字母 a, b, c, d 既可以表示单项式也可以表示多项式,当它们表示多项式时,常常先进行因式分解再运算.

[例1] 计算:

$$(1) \frac{4a^4b^2}{15x^2} \cdot \frac{9x}{8a^4b}; (2) \frac{a^2-4}{a^2+4a+4} \cdot \frac{2a}{a^2-4a+4}$$



思路导引

(1)式是两个分式相乘,分式的分子、分母都是单项式,直接利用分式的乘法法则进行计算,分子的积作积的分子,分母的积作积的分母,计算结果要通过约分化为最简分式或整式.

(2)式是两个分式相乘,分式的分子或分母是多项式,要先对分子与分母进行分解因式,然后运用法则计算,最后的计算结果要通过约分,化为最简分式或整式.

$$\text{解: (1)} \frac{4a^4b^2}{15x^2} \cdot \frac{9x}{8a^4b} = \frac{4a^4b^2 \cdot 9x}{15x^2 \cdot 8a^4b} = \frac{3b}{10x};$$

$$\begin{aligned} (2) & \frac{a^2-4}{a^2+4a+4} \cdot \frac{2a}{a^2-4a+4} \\ &= \frac{(a+2)(a-2)}{(a+2)^2} \cdot \frac{2a}{(a-2)^2} \\ &= \frac{(a+2) \cdot (a-2) \cdot 2a}{(a+2)^2 \cdot (a-2)^2} = \frac{2a}{a^2-4} \end{aligned}$$



方法规律

两个分式相乘,就是运用分式的乘法的运算法则,即用分子的积作积的分子,用分母的积作积的分母,如果分子或分母是多项式,应先进行因式分解,然后再计算,切记最后的结果必须是最简分式或整式.

随堂练习

1. 计算:

$$(1) \frac{4x}{3y} \cdot \frac{y}{2x^3}; (2) \frac{ab^2}{2c^2} \cdot \frac{4cd}{3a^2b^2};$$

$$(3) \frac{4xy}{5} \cdot \frac{1}{8x^2y}; (4) -3xy \cdot \frac{3x}{2y^2};$$

$$(5) \frac{x^2-6x+9}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+x}{x-3};$$

$$(6) \frac{x^2-1}{x^2+4x+4} \cdot \frac{1}{1-x} \cdot \frac{x+2}{x^2+x}.$$

$$\text{解: (1)} \frac{2}{3x^2}; (2) -\frac{2d}{3ac}; (3) \frac{1}{10x}; (4) -\frac{9x^2}{2y};$$

$$(5) \frac{x^2-3x}{x-1}; (6) -\frac{1}{x^2+2x}.$$

[例2] 计算:

$$(1) \frac{1-a}{a^2-6a+9} \div \frac{a^2-1}{a^2-9};$$

$$(2) \frac{4x^2+4xy+y^2}{2x+y} \div (4x^2-y^2);$$

$$(3) (a^2-2a) \div \frac{a}{a-2}.$$