

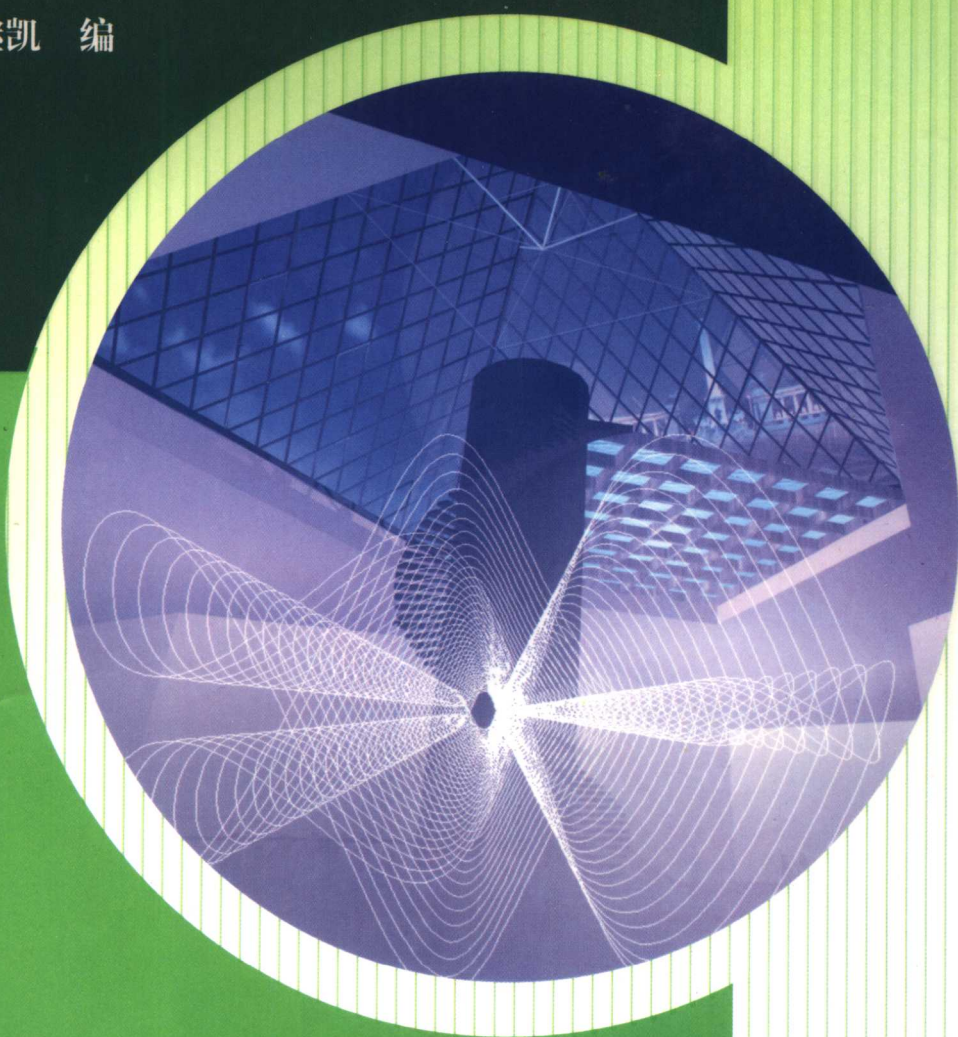


银领工程

高等职业教育应用型人才培养培训工程系列教材

实用高等数学

■ 吴云宗 张继凯 编



高等教育出版社
Higher Education Press

银领工程

高等职业教育应用型人才培养培训工程系列教材

实用高等数学

吴云宗 张继凯 编

高等教育出版社

内容简介

本书是教育部“新世纪高等教育教学改革工程本科教育教学改革立项项目”——“将数学建模思想与方法融入大学数学主干课程教学中的研究与试验”的项目成果之一。本书注重培养学生运用数学知识、方法解决实际问题的能力,力求“实用”。全书内容包括:函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、常微分方程、多元函数微分学及应用案例与案例讨论。本书舍弃了繁难的证明,但又不缺乏系统性,连贯性;选用了大量原创性的生活案例,语言朴实、流畅,注重实用性的同时又兼顾了学生可持续发展的需要。随教材赠送教师电子教案。

本书可作为高等职业院校及其他应用型高校各专业的高等数学教材,也可供相关科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

实用高等数学/吴云宗,张继凯编. —北京:高等教育出版社, 2006. 7

ISBN 7-04-019653-0

I. 实... II. ①吴... ②张... III. 高等数学-高等学校:技术学校-教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 059270 号

策划编辑	周先海	责任编辑	蒋 青	封面设计	王凌波	责任绘图	黄建英
版式设计	王 莹	责任校对	杨凤玲	责任印制	朱学忠		

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010-58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 济南新华印刷厂

开 本 787×1092 1/16
印 张 14.25
字 数 340 000

购书热线 010-58581118
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 2006 年 7 月第 1 版
印 次 2006 年 7 月第 1 次印刷
定 价 18.20 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 19653-00

出版说明

为了认真贯彻《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》，落实《2003—2007 年教育振兴行动计划》，缓解国内劳动力市场技能型人才紧缺现状，为我国走新型工业化道路服务，自 2001 年 10 月以来，教育部在永州、武汉和无锡连续三次召开全国高等职业教育产学研经验交流会，明确了高等职业教育要“以服务为宗旨，以就业为导向，走产学研结合的发展道路”，同时明确了高等职业教育的主要任务是培养高技能人才。这类人才，既要能动脑，更要能动手，他们既不是白领，也不是蓝领，而是应用型白领，是“银领”。从而为我国高等职业教育的进一步发展指明了方向。

培养目标的变化直接带来了高等职业教育办学宗旨、教学内容与课程体系、教学方法与手段、教学管理等诸多方面的改变。与之相应，也产生了若干值得关注与研究的新课题。对此，我们组织有关高等职业院校进行了多次探讨，并从中遴选出一些较为成熟的成果，组织编写了“银领工程”丛书。本丛书围绕培养符合社会主义市场经济和全面建设小康社会发展要求的“银领”人才的这一宗旨，结合最新的教改成果，反映了最新的职业教育工作思路和发展方向，有益于固化并更好地推广这些经验和成果，很值得广大高等职业院校借鉴。我们的这一想法和做法也得到了教育部领导的肯定，教育部副部长吴启迪专门为首批“银领工程”丛书提笔作序。

我社出版的高等职业教育各专业领域技能型人才培养培训工程系列教材也将陆续纳入“银领工程”丛书系列。

“银领工程”丛书适合于高等职业学校、高等专科学校、成人高校及本科院校举办的二级职业技术学院、继续教育学院和民办高校。

高等教育出版社

2006 年 5 月

序 言

数学,作为一门研究现实世界数量关系和空间形式的科学,在它产生和发展的历史长河中,一直是和人们生活的实际需要密切相关的。两千多年以前,随着农业的发展为了丈量土地的需要而创立的欧几里得几何,17世纪在航海业迅速发展的刺激下,由研究天体运动的需要而出现的(牛顿)微积分,都是数学发展史上的重大事件。进入20世纪以来,随着科学技术的发展和社会的进步,数学的应用不仅在它的传统领域——工程技术、经济建设——发挥着越来越重要的作用,而且不断地向诸如生物、医学、金融、交通、人口、地质等新的领域渗透。数学与计算机技术相结合,形成了一种普遍的、可以实现的关键技术——数学技术,并成为当代高新技术的重要组成部分。

与时代对数学日益迫切的需要极不相称的一种现象是,高等院校的相当一部分同学对正在学习的高等数学没有兴趣,觉得它既难又没用。造成这种状况的重要原因之一是,教材和教学脱离了数学从鲜活的实际生活里抽象出来又回到具体的实际对象中去的本来面目,变成了一些定义、定理、公式、概念的堆积。这些内容从数学本身来看固然十分严密和完整,可是违反了学生“实践、理论、再实践”的认识规律。

相对于本科院校而言,高职高专院校的数学教学内容应该更具实践性和灵活性,使数学真正成为同学们认识世界、分析和解决实际问题的有力工具。可是目前我国许多高职高专院校的做法是,将本来已经够枯燥的本科高等数学的教学内容加以删节和浓缩,使它更加难教和难学,导致学生对数学陷入越学越没有兴趣的境地,和越难越厌学、越厌学越难的恶性循环。出路何在?李大潜院士主持的“将数学建模的思想和方法融入到数学主干课程教学中的研究与实践”课题,是试图解决这个问题的一种积极的探索,这本书正是该课题所属子课题的成果之一。

所谓数学建模是指,用数学的语言和符号表述要研究的现实对象,建立数学模型,然后用数学的理论和方法,包括计算机技术,求解模型,为解决现实问题提供定量的结果或有价值的指导。可以说,数学建模架起了数学与现实世界之间的桥梁,包含着极其丰富、生动的内容,如果能够真正做到与数学主干课程的有机融合,必然会对数学教学改革起到巨大的推动作用。

这本书的编者将他们在数学建模教学和研究中积累的许多案例穿插到高等数学的基本内容中,有利于激发同学的学习兴趣,和培养学生运用所学的数学知识分析、解决实际问题的意识和能力,形成了一本目前国内极富特色的教材。应该指出,该书在加强内容的实用性的同时,仍然保持了高等数学知识体系的基础性和系统性。

希望这本书的出版能够在将数学建模的思想和方法融入到数学主干课程教学中的研究与实践中起到积极的推动作用。

姜启源

清华大学数学科学系

2006年3月

前言

很多人都知道,数学非常重要,但却并不知道它重要在哪里,只知道各类考试都要考数学,似乎这是应试教育的代名词。究竟学了数学有何作用,究竟在数学教学中应当怎样对学生施行素质教育?很长时间,我们都没有找到一个合适的方法。本书作者认为:造成这一现象的原因有多方面,其中一个很重要的原因是教材编写方面的原因。

目前,真正既能照顾高职高专对数学知识“实用性”的要求,又能培养学生创新精神、创新意识和创业能力,使学生具有可持续发展、适应未来工作职位要求的教材还不多。相当部分教材受传统教材编排的影响都过于注重理论、运算技巧之类的知识,对数学多方面的应用介绍很少。学生通过教材看到的是一大堆的数学符号,看不到实际应用的案例,自然会感到学了数学没用,对数学的学习失去动力。

教材是知识的载体。当前高职院校教材建设中存在的问题:在处理数学理论与应用方面仍然没有实质性的突破。没有解决多年来一直困扰数学教师的问题:学生觉得“学了数学没用”,从而产生厌学情绪;而老师虽然知道数学在人才培养中的重要作用,但却苦于无法用实例说服学生,找不到合适的案例,自然也就无法解决学生对数学的厌学问题。

案例是理论联系实际的桥梁。案例教学是指在教学过程中引用“真实、典型”的实践案例,通过学生参与讨论,教师将学生引入到案例的情境中去,让学生在真实的情境中扮演一定的角色,并运用所学的理论知识去解决实际问题的一种教学方法。在高等数学教学中运用案例教学法可以让学生切实体会数学在现实生活、工作中的应用,从而激发学生学习兴趣。兴趣是最好的老师,学生对数学学习有了兴趣,就能变“要我学”为“我要学”。一个学生只要能主动地学习,再加上有一本好的教材及教师的正确引导,就没有学不好的课程。

本书特色鲜明,案例真实生动、实用性强;它采用了一种全新的编著方式,即“先开篇案例(提出问题)一再让学生带着问题学习传统的数学理论知识一然后再用所学的数学理论知识解决实际问题”(为便于教师组织课堂案例讨论、学生创新思维能得到有效发挥,部分案例未给出答案);它很好地解决了强调数学知识的实用性与学生的可持续发展问题。经我们多年的实验,已产生良好的教学效果。凡使用过本讲义的实验班级,不仅学生学习数学的积极性很高,而且学习其他学科的积极性也很高。它在一定程度上解决了高职学生厌恶学习数学的难题。作为一本真正意义上的数学案例教材,对丰富我国高校数学理论教材和案例教材建设既有非常重要的理论意义又有非常重要的实践意义。

本书的主要特色:

1. 本书的案例大都是作者近年来的研究成果。它真实、生动、新颖,数据贴近实际生活,相当部分案例都是作者所见所为或亲历,并且每个开篇案例都配有插图。这样的案例,让学生看得见、摸得着、用得上,能充分调动学生学习兴趣。

2. 编写方式独特新颖。每章以一个有故事、有情节且隐藏在我们日常生活中的生动的“开篇案例”形式先向读者提出问题;然后,通过讨论让学生认识问题;再让学生带着问题去学习;最

后,再运用所学知识解决实际问题。如开篇案例“学生实习中遇到的困难——超市搭配销售问题”;“电脑打印出来的银行存款利息清单会有错吗——张奶奶的维权问题”;“怎样合理避税——10万元收入先发与后发一样吗”;“非法传销‘魅力’何在?”;“病人为何要按时吃药”;“危险气体检测报警装置设计模型”;“怎样让你的孩子成为百万富翁?”;“海鲜店李老板的订货难题”;“美国大学生怎样以说理方式为自己赢得利益?”;“城市交通流下黄灯闪烁时间应怎样设置?”;“王宫的装修工程承包问题”;“请你破案——凶杀案是何时发生的?”;“做电视广告还是做专业杂志广告——广告投资决策问题”等。

3. 本教材既照顾知识的实用性,又照顾学生可持续发展需要。尤其是例题习题的编排,不少是历年各类升学、晋级考试试题。

4. 舍弃繁难的证明,但又不缺乏系统性,连贯性。教师好用,学生易学。

5. 本书语言朴实,流畅,可读性强。非常适合高职高专院校各专业学生作为教材阅读。

本书内容包括:函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、常微分方程、多元函数微积分及应用案例与案例讨论。

本书共分九章,分别由吴云宗(第一、二、三、四、五、六章)、张继凯(第七、八、九章)编写,全书框架结构安排、统稿、定稿由吴云宗承担,所有开篇案例由吴云宗完成,张继凯绘制了全书插图。

本书能够奉献给读者,首先是得到了高等教育出版社罗德春同志的大力支持以及全国大学生数学建模竞赛组委会有关领导和专家的指导帮助;特别是全国大学生数学建模竞赛组委会秘书长姜启源教授于百忙中审阅了书稿,提出了指导性修改意见,并抽出宝贵时间为本书作了序;清华大学谢金星教授仔细审阅了全书初稿,提出了许多宝贵的修改意见;高等教育出版社周先海同志为本书的出版付出了辛勤劳动,提出了许多好的建议。在此一并表示衷心的感谢。

因编者水平有限,本书难免存在疏漏之处,敬请广大读者批评指正。

编者

2006年1月30日

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 58581897/58581896/58581879

传 真：(010) 82086060

E - mail：dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街 4 号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编：100011

购书请拨打电话：(010)58581118

目 录

第一章 绪论	1	5.4 导数在经济管理中的应用	96
1.1 什么是数学	2	5.5 导数在最优化方面的应用	103
1.2 为什么要学习数学	2	5.6 案例讨论	105
1.3 怎样学习高等数学	4	习题五	106
习题一	4	第六章 不定积分	109
第二章 函数	12	6.1 原函数与不定积分	110
2.1 函数——变量相依关系的数学模型	13	6.2 不定积分的性质及几何意义	112
2.2 函数的几种简单几何性质	15	6.3 不定积分的运算	113
2.3 反函数	16	6.4 不定积分的简单应用	127
2.4 初等函数	17	习题六	127
2.5 经济学中的常用函数	24	第七章 定积分	131
2.6 案例讨论与数学建模	27	7.1 定积分的概念及其性质	132
习题二	33	7.2 微积分基本公式	136
第三章 极限与连续	37	7.3 定积分的计算	140
3.1 从“截丈问题”谈起	38	7.4 定积分的应用	143
3.2 作为变量变化趋势的极限概念	39	7.5 反常积分	150
3.3 极限的性质及运算法则	42	习题七	154
3.4 两个重要极限公式	44	第八章 常微分方程	160
3.5 无穷小量与无穷大量	47	8.1 微分方程的基本概念	161
3.6 函数的连续性	50	8.2 一阶微分方程	165
3.7 案例讨论	53	8.3 可降阶的二阶微分方程	175
习题三	58	8.4 二阶常系数线性微分方程	177
第四章 导数与微分	63	习题八	189
4.1 导数的几个引例	64	第九章 多元函数微分学	193
4.2 导数的概念——变量变化快慢程度的 数学模型	65	9.1 空间解析几何简介	194
4.3 导数的运算法则	67	9.2 多元函数的概念、极限与连续	196
4.4 微分	76	9.3 偏导数	200
习题四	80	9.4 全微分及其应用	203
第五章 导数的应用	83	9.5 复合函数与隐函数的微分法	205
5.1 函数的极值与最值	84	9.6 多元函数的极值	210
5.2 不定式的极限(L'Hospital 法则)	90	9.7 多元函数微分法的几何应用	214
5.3 曲线的凸凹性、拐点及函数图像的作法	93	习题九	217
		参考文献	219

第一章 绪 论

许多人都觉得数学在理论上很有用,因为各类升学、晋级考试都要考数学,但数学在日常生活及工作中却没有什麼用.其实不然,请看



开篇案例

案例 1.1 学生实习中遇到的困难——超市搭配销售问题

市场营销专业张华同学去某商场销售部实习.经理李先生给他的任务是:推销甲、乙两种互补型产品(但也可单独使用)各 300 个,一种是 10 元 3 个,另一种是 10 元 2 个.张华同学凭借在学校学的营销理论,第一天 300 个甲产品,300 个乙产品很快就推销出去了.300 个甲产品卖了 1 000 元钱,300 个乙产品卖了 1 500 元,这样 600 个产品共卖了 $1\,000 + 1\,500 = 2\,500$ 元钱.第一天就有这样的战绩,李经理很高兴,暗想要把张华同学留下来.第二天张华同学又拿了 300 个甲产品,300 个乙产品去推销,这次他恰好碰到在另一大学念书的一位高中同学陈刚.陈刚考虑甲、乙两种产品是互补型产品.既然两种产品一种是 10 元卖 3 个,另一种是 10 元卖 2 个,这样 20 元钱就可卖 5 个,于是就建议张华按 20 元 5 个的价格一起推销出去,并帮助张华同学在他所在的大学同学中找买主.由于陈刚同学的帮助,张华只用半天时间就将这 600 个产品按 20 元 5 个的价格全部卖完了,可是回家一算账发现同样是 600 个产品,第二天只卖了 2 400 元,比第一天少卖了 100 元钱,请问这 100 元钱哪去了?难道是张华同学贪污了亦或是张华找零时多找了 100 元给顾客还是其他原因?

若甲产品的价格为 2 元 3 个,销售任务为 3 000 个,乙产品的价格为 1 元 2 个,销售任务也为



图 1-1

3 000 个,按分开卖与搭配卖两种情况重新计算.其结果与前面的结果比较有何不同,为什么?如果你是商场经理,你能制定一种有利于商场经营的搭配销售策略吗?如果你是消费者,面对商场的搭配销售广告时,你能一眼就判断出何种价格搭配是对消费者有利的吗?

学习目标

1. 理解什么是数学,为什么要学习数学,怎样学习数学?
2. 了解什么是数学建模,什么是素质教育,数学建模与素质教育的关系?

1.1 什么是数学

现实世界中的万事万物都是在一定的空间中运动变化,在运动变化过程中都存在一定的数量关系.数学就是研究现实世界中物质及物质之间的数量关系与空间形式的科学.简言之,数学就是研究“数”和“形”的科学.

17 世纪以前,数学研究的“数”主要是常数或常量(即物质在某一运动变化过程中保持不变或保持相对不变,可以看作一个固定数值的量);数学研究的“形”主要是孤立不变的规则几何形体.这种以常量间的代数运算和不同几何体内部及相互间的关系为主要研究对象的科学一般统称为初等数学,前者称为初等代数,后者称为初等几何.

相对于初等数学而言,高等数学研究的“数”主要是变数或变量,即在某一运动变化过程中不断变化、可以取不同数值的量,亦即函数;研究的“形”主要是相互联系且不规则的几何形体,如曲线、曲面、曲边形和曲面体等.

高等数学的内容很广,针对应用型高校以培养应用型人才为教育目标,本书选取了一元函数微积分、二元函数微分学及常微分方程初步中一些实用性较强的内容作为其主要内容.

1.2 为什么要学习数学

要回答好这个问题,必须首先了解数学学科及数学教育的地位和作用.

1. 数学学科的地位和作用

数学在人类文明的进步和发展中一直发挥着重要的作用.过去,人们习惯把科学分为自然科学、社会科学两大类,数、理、化、天、地、生都归属于自然科学.但是,现在科学家更倾向于把自然科学界定为以研究物质的某一运动形态为特征的科学,如物理学、化学、生物学.数学是忽略了物质的具体运动形态和属性,纯粹从数量关系和空间形式的角度来研究现实世界的,具有超越具体科学和普遍适用的特征,具有公共基础的地位,与理、化、生等学科不属于同一层次,因此不是自然科学的一种.把科学分为自然科学、社会科学和数学科学三大类,这种观点更为学术界所认可.

恩格斯曾说过:“数学在化学中的应用是线性方程组,而在生物学中的应用是零.”但是,在当今高科技时代,自然科学和社会科学的各领域的研究已进入到更深的层次和更广的范畴,在这些

研究中数学的运用往往是实质性的,数学与自然科学和社会科学的关系从来没有像今天这样密切.许多一度被认为没有应用价值的抽象的数学概念与理论,出人意料地找到了它们的原型和应用.恩格斯所描述的状况早已成为历史.我们略举若干侧面,表明数学的渗透和应用.

(1) 数学的许多高深理论与方法正广泛深入地渗透到自然科学的各个领域中.美国自然科学基金会最近指出:当代自然科学的研究正在日益呈现出数字化的趋势.

(2) 无论是计算机的发明还是它的广泛使用都是以数学为基础的.在计算机的发明史上,里程碑式的人物图灵和冯·诺依曼都是数学家,而在当今计算机的重大应用中也无不包含着数学.因而,美国国家研究委员会在一份报告中把数学与能源、材料等并列为必须优先发展的基础研究领域.

(3) 信息技术已被广泛地应用于方方面面,高科技往往在本质上是一种数学技术.事实上,从医学上的CT技术到印刷排版的自动化,从飞行器的模拟设计到指纹的识别,从石油地震勘探的数据处理到信息安全技术等,在形形色色的技术背后,数学都扮演着十分重要的角色,常常成为解决问题的关键.

(4) 数学已经广泛地深入到社会科学的各个领域.例如,用数学模型研究宏观经济与微观经济,用数学手段进行社会和市场调查与预测,用数学理论进行风险分析和指导金融投资,在许多国家已被广泛采用,在我国也开始受到重视.在经济与金融的理论研究上,数学的地位更加特殊.在诺贝尔经济学奖的获得者当中,数学家或有研究数学经历的经济学家占了一半以上.

(5) 美国前几年职业排行榜的250种职业中,数学家(指各行业中从事数学建模、仿真等应用的数学家)名列第五位,前四位分别是网站经理、保险精算师、计算机系统分析师、软件工程师,他们也都需要有很强的数学背景.

总之,数学在当代科技、文化、社会、经济 and 国防等诸多领域中的特殊地位是不可忽视的.发展数学科学,是推进我国科学研究和技术发展,保障我国在各个重要领域中可持续发展的战略需要.

2. 数学教育的地位和作用

数学是人类社会进步的产物,也是推动社会发展的动力之一.数学与人类文明、与人类文化有着密切的关系.数学在人类文明的进步和发展中,一直在文化层面上发挥着重要作用.

数学不仅是一种重要的工具或方法,也是一种思维模式,即“数学方式的理性思维”;数学不仅是一门科学,也是一种文化,即“数学文化”;数学不仅是一些知识,也是一种素质,即“数学素质”.数学训练在提高人的推理能力、抽象能力、分析能力和创造能力上,是其他训练难以替代的.

数学素质是人的文化素质的一个重要方面.古希腊的上流社会中,懂数学是有文化的象征;没有相当数学底蕴的人,在上层人士中是受歧视的.数学的思想、精神、方法,从数学角度看问题的着眼点、处理问题的条理性、思考问题的严密性,对人的综合素质的提高都有不可或缺的作用.较高的数学修养,无论在古代还是在现代,无论对科技作者还是企业管理者,无论对各行各业的工作人员还是政府公务员,都是十分有益的.“胸中有数”中的“数”,不仅包含事物的数量方面,还应包含数学的思想、精神、方法等方面.所以,数学教育是提高整个中华民族国民素质的重要环节.

随着知识经济和信息时代的到来,数学更是“无处不在,无所不用”.各个领域许多研究对象的数量化趋势愈发加强,数学结构的联系愈发重要,再加上计算机的普及和应用,给我们一个

现实的启示:每一个想成为有较高文化素质的现代人,都应当具备较高的数学素质,因此,数学教育对所有专业的大学生来说,都必不可少。

数学教育将从以下五个方面对大学生发挥作用:(1)掌握必要的数学工具,用来处理和解决本学科中普遍存在的数量化问题与逻辑推理问题;(2)了解数学文化,提高数学素质,将使人终身受益;(3)培养“数学方式的理性思维”,如抽象思维、逻辑思维等,会潜移默化地在人们日后的工作中起作用;(4)培养全面的审美情操,体会到数学是与史诗、音乐、造型并列的美学中心构架;(5)为学生的终身学习打基础,做准备。

因此,对大学生的数学教育,是所有专业教育和文化教育中非常基础和非常重要的一个方面。

1.3 怎样学习高等数学

高等数学研究对象和研究方法与初等数学有很大的不同,因此高等数学呈现出概念更复杂,理论性更强,表达形式更加抽象和推理更加严谨的显著特点。

读者在学习高等数学的时候应该做到:第一,课前一定要认真阅读和深入钻研教材的内容,对重要概念(如极限、连续、导数、微分、不定积分、定积分等)一定要透过抽象的表达形式,深刻理解基本概念的内涵和实质以及它们之间的内在联系。正确理解并掌握微积分解决实际问题的基本思想方法,即从整体中抽取微小局部进行分析;在微小局部“以匀代非匀”,“以直代曲”,“以不变代变”,求得近似值,再通过求极限转化为精确值的辩证思维方法。第二,上课既要认真听讲,又要独立分析、思考,勇于表达自己的观点与方法。第三,课后要善于归纳小结,认真独立完成必要的数学作业。学习数学必须做一定数量的习题,做习题不仅是为了掌握数学的基本运算方法,而且可以帮助我们更好地理解概念、理论和思想方法。正如一位著名的科学家所说:“读一本好书,而不做里面的习题,犹如到了宝山空手而归。”数学尤其如此(但并不提倡题海战术)。第四,课外要适当阅读一些数学应用方面的参考书,以扩展自己的知识面。第五,要注意培养自己分析问题、建立数学模型解决实际问题的能力。大学生学习高等数学,一个重要的原因就是为后续专业课的学习提供必要的数学工具,为毕业后的可持续发展提供必要的动力。但数学在实际生活中也是非常有用的一门学科。读者必须要善于观察生活,从生活中提炼数学模型,解决问题,使自己在今后的家庭生活方面安排得更合理,在将来的工作中成绩更加出色。第六,要尽可能地熟悉一种数学软件(如 Mathematica, MATLAB, Matcad, LINDO, LINGO 等)。



习 题 一

1. 通过本章的学习,谈谈你对学习高等数学的认识。
2. 请根据搭配销售模型,实地到商场进行社会调查,将自己在商场看到的、想到的写下来,想一想,搭配销售模型还可能在哪些方面用到?
3. 请你制定本学期的高等数学学习计划。



阅读材料 1

数学模型与数学建模

(一) 概述

什么是模型? 所谓模型是指为了某个特定目的将原型的某一部分信息简缩, 提炼而成的原型替代物. 这里的原型是指人们在现实世界里关心、研究或者从事生产、管理的实际对象. 模型可以分为形象模型与抽象模型, 前者包括直观模型(如机械模型, 玩具等)和物理模型(如核爆炸反应模拟设备等), 后者包括思维模型(如个人凭经验行事的思维模式及习惯等)和符号模型(如地图, 电路图, 化学分子结构式等). 数学模型是一种符号模型, 它是由数字、字母或其他数学符号组成的, 描述现实对象数量规律(相依关系)的数学公式、图像、图表或算法, 是一种数学结构. 更确切地说, 所谓数学模型是指对于现实世界的一个特定对象, 为了一个特定目的, 根据对象特有的内在规律, 做一些必要的简化, 假设, 运用适当的数学工具, 得到的一个数学结构. 而数学建模, 概括而言, 是指包括建立、求解、检验和评价数学模型的一系列过程. 具体是指: 在实验、观察和分析的基础上, 对实际问题的主要方面作出合理的假设和简化, 将实际问题“翻译”成数学语言; 明确变量和参数; 根据分析得出问题的数量相依关系, 用数学的语言和方法形成一个明确的数学结构, 也称为这一阶段的一个数学模型; 用数学或计算的方法(包括用计算机及数学软件)精确或近似求解该数学模型; 检验结果是否能说明实际问题的主要现象, 能否进行预测; 结论的优缺点及模型改进的方向等; 这样的过程反复进行, 直到能解决或较好地解决问题, 这就是数学建模的全过程.

(二) 数学建模的特点

在未谈这个问题之前, 先来看看近几年的几个数学建模试题.

(1) 2000 年网易杯全国大学生数学建模竞赛题目:

A 题: DNA 序列分类

2000 年 6 月, 人类基因组计划中 DNA 全序列草图完成, 预计 2001 年可以完成精确的全序列图, 此后人类将拥有一本记录着自身生老病死及遗传进化的全部信息的“天书”. 这本大自然写成的“天书”是由 4 个字符 A, T, C, G 按一定顺序排成的长约 30 亿的序列. 其中, 没有“断句”, 也没有标点符号, 除了这 4 个字符表示 4 种碱基以外, 人们对它包含的“内容”知之甚少, 难以读懂. 破译这部世界上最巨量信息的“天书”是 21 世纪最重要的任务之一. 在这个目标中研究 DNA 全序列具有什么结构, 由这 4 个字符排成的看似随机的序列中隐藏着什么规律, 又是解决这部天书的基础, 是生物信息学(Bioinformatics)最重要的课题之一.

虽然人类对这部“天书”知之甚少, 但也发现了 DNA 序列中的一些规律性和结构. 例如, 在全序列中有一些是用于编码蛋白质的序列片断, 即由这 4 个字符组成的 64 种不同的 3 字符串, 其中大多数用于编码构成蛋白质的 20 种氨基酸. 又例如, 在不用于编码蛋白质的序列片断中, A 和 T 的含量特别多些, 于是以某些碱基特别丰富作为特征去研究 DNA 序列的结构也取得了一些结果. 此外, 利用统计的方法还发现序列的某些片断之间具有相关性, 等等. 这些发现, 让人们相信, DNA 序列中存在着局部的和全局性的结构, 充分发掘序列的结构对理解 DNA 全序列是

十分有意义的. 目前在这项研究中最普通的思想是省略序列的某些细节, 突出特征, 然后将其表示成适当的数学对象, 这种被称为粗粒化和模型化的方法往往有助于研究规律性和结构.

作为研究 DNA 序列的结构的尝试, 提出以下对序列集合进行分类的问题:

① 下面有 20 个已知类别的人工制造的序列(见下), 其中序列标号 1—10 为 A 类, 11—20 为 B 类. 请从中提取特征, 构造分类方法, 并用这些已知类别的序列, 衡量你的方法是否足够好. 然后用你认为满意的方法, 对另外 20 个未标明类别的人工序列(标号为 21—40)进行分类, 把结果用序号(按从小到大的顺序)标明它们的类别(无法分类的不写入):

A 类 _____, B 类 _____.

请详细描述你的方法, 给出计算程序. 如果你部分地使用了现成分类方法, 也要将方法名称准确注明.

这 40 个序列也放在如下地址的网页上, 用数据文件 Art-model-data 标识, 供下载.

网易网址: www.163.com 教育频道, 在线试题;

教育网: www.cbi.pku.edu.cn News mcm 2000

教育网: www.csiam.edu.cn/mcm

② 在同样网址的数据文件 Nat-model-data 中给出了 182 个自然 DNA 序列, 它们都较长, 用你的分类方法对它们进行分类, 像①一样地给出分类结果.

提示: 衡量分类方法优劣的标准是分类的正确率, 构造分类方法有许多途径, 例如提取序列的某些特征, 给出它们的数学表示: 几何空间或向量空间的元素等, 然后再选择或构造适合这种数学表示的分类方法; 又例如构造概率统计模型, 然后用统计方法分类等.

附: Art-model-data

1. aggcacggaaaaacgggaataacggaggaggacttggcacggcattacacggaggacagaggtaaaggaggcttgtctacggc
cggaagtgaagggggatattgacgcgttgg
2. cggaggacaaacgggatggcgggtattggagggtggcggactgttcggggaattattcggtttaaacgggacaaggaaggcggc
tggacaacacggacgggtggcagcaagga
3. gggacggatacggattctgccacggacggaaaggaggacacggcggacatacacggcggcaacggacggaacggaggaag
gagggcggaatcggtacggaggcgcgga
4. atggataacggaaacaaaccagacaaacttcggtagaatacagaagcttagatgcataatgtttttaataaaatttgtattatta
tggtatcataaaaaagggttgcga
5. cggttggcggacaacggactggcggattccaaaaacggaggaggcggacggaggctacaccaaccgtttcggcggaaaggcg
gagggctggcaggaggctcattacggggag
6. atggaaaattttcggaaggcggcaggcaggaggcaaggcggaaaggaaggaaacggcggatatttcggaagtggatatta
ggagggcggaqataaaggaacggcgccaca
7. atgggattattgaatggcggaggaagatccggaataaaatatggcggaaagaacttgttttcggaaatggaaaaaggactagga
atcggcggcaggaagatatggaggcg
8. atggccgatcggcttagcttggaaaggaacaaataggcggaaattaaggaaggcgttctcgttttcgacaaggaggcggaccata
ggaggcggattaggaacggttatgagg
9. atggcggaaaaaggaaatgtttggcatcggcgggctccggcaactggaggttcggccatggaggcgaaaaatcgtgggcggcg
gcagcgctggccggagtttgaggagcgcg

阅读材料 1

10. tggccgcggaggggcccgcggcgcggaatttctacaagggtctctgttaaggaggtggcatccaggcgctgcacgctcggcgcggcaggaggcacgcgggaaaaaacg
11. gttagatttaacgttttttatggaatttatggaattataaattaaaaatttatatttttaggtaagtaaccaacgtttttattactttttaaattaaattttatt
12. gtttaattactttatcatttaatttaggttttaatttttaaaatttaatttaggtaagatgaatttggtttttttaaggtagttatttaattatcgttactttaatgtcaatgc
13. gtattacaggcagaccttatttaggttattattatttggatttttttttttttttaagttaacgaattattttctttaaagacgttactttaatgtcaatgc
14. gttagtcttttttagattaaattattagattatgcagttttttacataagaaaaatttttttcggagttcataattctaactgtctttatataatcttagagatatta
15. gtattatattttttattttttatttttagaatataattgagggtatgtgtttaaaaaaaattttttttttttttttttttttttaaaattataaaatttaa
16. gttatttttaaaatttaatttttaatttttaaaatacaaaaatttttactttctaaaaattggctctcggatcgataatgtaaacttattgaatctatagaattacattattgat
17. gtatgtctattttcacggaagaatgcaccactatatgatttgaaattatctatggctaaaaacccctcagtaaaatcaatccctaaccttaaaaaacggcgccctatccc
18. gtttaattattttacttaccgggcaatttaattattttacgggtttattttacaatttttttttggctctatagagaaattactttacaaacggtattttacatactt
19. gttacattattttattattatccgttatcgataattttttacctctttttcgtcgtgagttttattcttactttttctctttatataggaatctcatttaatatcttaa
20. gtattttaactctctttacttttttttcaactctctacattttcatctttctaaaaactgtttgatttaaacttttgtttctttaaggatttttttacttatectctgttat
21. tttagctcagtcagctagctaghtttacaatttcgacaccagtttcgcaccatcttaaaatttcgatccgtcgtaatttagcttagatttggtatttaaaggatttagattga
22. tttagtacagtagctcagtcgaagaacgatgtttaccgtaacgtgacgtaccgtacgtaccgttaccgattccggaaagccgat taaggaccgatcgaaaggg
23. cgggcggatttaggccgacggggacccgggattcgggacccgaggaaattcccggttaagtttagcttcccggttagggcccggtggctgggaccc
24. tttagctagctacttttagctatttttagtagctagccagcctttaaggctagcttttagctagcattgttctattgggaccaagtctgacttttacgatttagttttgacct
25. gaccaaagggtgggcttttagggacccgatgcttttagtcgcagctggaccagttcccagggtattaggcaaaagctgacgggcaattgcaatttaggcttaggcca
26. gattttacttttagcatttttagctgacgttagcaagcatttagcttttagccaatttcgcttgccagtttcgcagctcagttttaacgcgggatcttttagcttcaagctttttac
27. ggattcgggatttaccggggattggcggaacgggaccttttaggtcgggacccattaggagtaaatgcaaaggacgctggtttagccagtcggttaaggcttag
28. tccttagatttcagttactatatttgacttacagcttttgagatttccttacgattttgacttaaaatttagacgttagggcttatcagttatggattaatttagcttattttcga

29. ggccaattccggttaggaaggtagggccgggggttcccgaggatttaggctgacggccggccatttcggttagggagg
gcccggacgcgttagggc
30. cgctaagcagctcaagctcagtcagtcacgtttccaagtcagaatttgccaaagttaaccgttagctgacgctgaacgctaaac
agtattagctgatgactcgta
31. ttaaggacttaggctttagcagttacttttagtttagttccaagctacttacgggaccagatgctagctagcaatttattatccgtat
taggcttacgtaggttttagcgt
32. gctaccgggcagctcttaacgtagctaccgttttagtttgggccagccttgggtgttcggattaaattcgttgcagtcgctctr
tgggttttagtcattccaaaagg
33. cagtttagctgaatcgtttagccatttgacgtaaacatgattttacgtacgtaaattagccctgacgttttagctaggaatttatgct
gacgtagcgatcgacttttagcac
34. cggttagggcaaagggttgatttcgaccagggggaaagcccggaccggaaccagggttttagcgtaggctgacgctaggc
ttaggttggaaccggaaa
35. gcggaagggcgtaggtttgggatgcttagccgttaggcttagctttcgaacgatcgattcgaccacaggataaaagttaaggga
ccggttaagtcgcgtagcc
36. ctagctacgaacgcttttaggcgccccgggagtagtcgttaccgttagtatagcaggcagtcgcaattcgcaaaagtccccagc
tttagccccagagtcgacg
37. gggatgctgacgctggttagcttttaggcttagcgtagcttttagggccagctctgcaggaaatgcccaggaggcccaccggg
tagatgccasagtgcaccgt
38. aacttttagggcatttccagttttacgggttattttccagttaaactttgcacctttacgtgttacgatttacgtataatttgacc
ttattttggacacttttagtttgggttac
39. ttagggccaagtcccagggaaggaaattctgatccaagtccaatcacgtacagtcgaagtcaccgtttgcagctaccgtttaccg
tacgttgcaagtcaaatccat
40. ccattagggtttatttacgttttatttttcccgagaccttaggtttaccgtacttttaacggtttacctttgaaattttggacta
gcttaccctggatttaacggccagtt

(2) 为使读者了解国外大学生数学建模竞赛的情况,下面再给出 1999 年美国大学生数学建模竞赛的 A 题(译):

问题 A 强烈的冲击力

一段时间以来,美国国家航天航空局(NASA)一直在考虑这样一个问题:若一个大的天体坠向地球,其产生的冲击力对地球会造成怎样的后果?作为这项研究工作的一部分,要求各参赛队研究讨论天体坠向地球其冲击力对地球的影响.已知天体坠向地球的不同地方其冲击力对地球的影响有截然不同的后果.

假设天体的直径是 1 000 m,且直接坠落在南极点上.现要求各参赛队对这种天体撞向地球的冲击力所产生的各种影响作出估计.NASA 希望各参赛队能对这种冲击力所可能造成的人员伤亡的地点和人数作一估计;这种冲击力有可能造成南极洲大规模的冰块融化,从而导致海平面上升,请对由此而造成的对南半球各岛屿国的农作物生产的破坏程度作一估计.

仔细分析近年来的全国大学生数学建模竞赛及美国大学生数学建模竞赛的赛题,我们不难看出数学建模及其竞赛有以下几个特点:

1. 数学建模的前瞻性