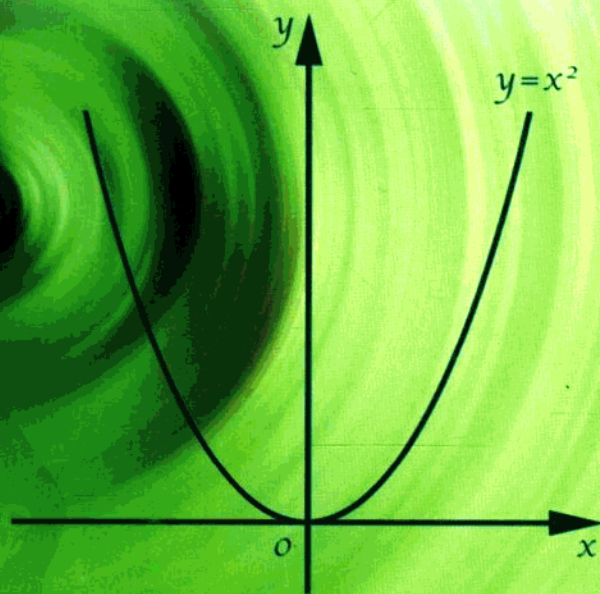


快乐学习 夏令营

高一数学

丛书主编 郑志湖

本册主编 陶思亭 朱建军



● 浙江科学技术出版社

前言



憧憬暑假生活,每个人的心中充满欢乐,暑假给了我们放松自我、调节学习的时间,暑假给了我们放眼世界、拓展知识的空间,暑假给了我们联系实际、尝试应用的机会,暑假给了我们实践、研究、交流的选择,暑假也给了我们调整知识结构、反思学习方法、提高学习效率的条件。

《快乐学习夏令营》编写的主要思想是体现“快乐学习”,通过完成夏令营提供的学习内容,感受学习的乐趣和成功体验。

对学生而言,“学习”仍是主体,本书根据新教材的理念,在重视基础知识的同时,更注重知识的应用,强调学习过程的体验,包括知识应用的体验、研究过程的体验、学习结果的成功体验,使学习从枯燥转变为“快乐”。本书以学科的主干知识为板块,组成一个个内容丰富、形式活泼的学习“营地”。各“营地”的编写以知识点为主线,围绕理顺知识结构、弥补知识缺陷、巩固已学知识、提高学习水平等学习目标精心选择和安排学习内容。

《快乐学习夏令营》有数学、语文、英语、物理、化学、生物共 11 册。本书主要是给希望在暑假进行自我学习的同学提供学习指导和帮助。

丛书编写组
2005 年 5 月





目 录

第一营地	走进神奇的逻辑世界	1	
第二营地	走进函数的迷宫	12	
第三营地	奇妙的数列	27	
第四营地	走进纷繁的三角世界	40	
第五营地	神奇的向量王国	52	





第一营地

走进神奇的逻辑世界



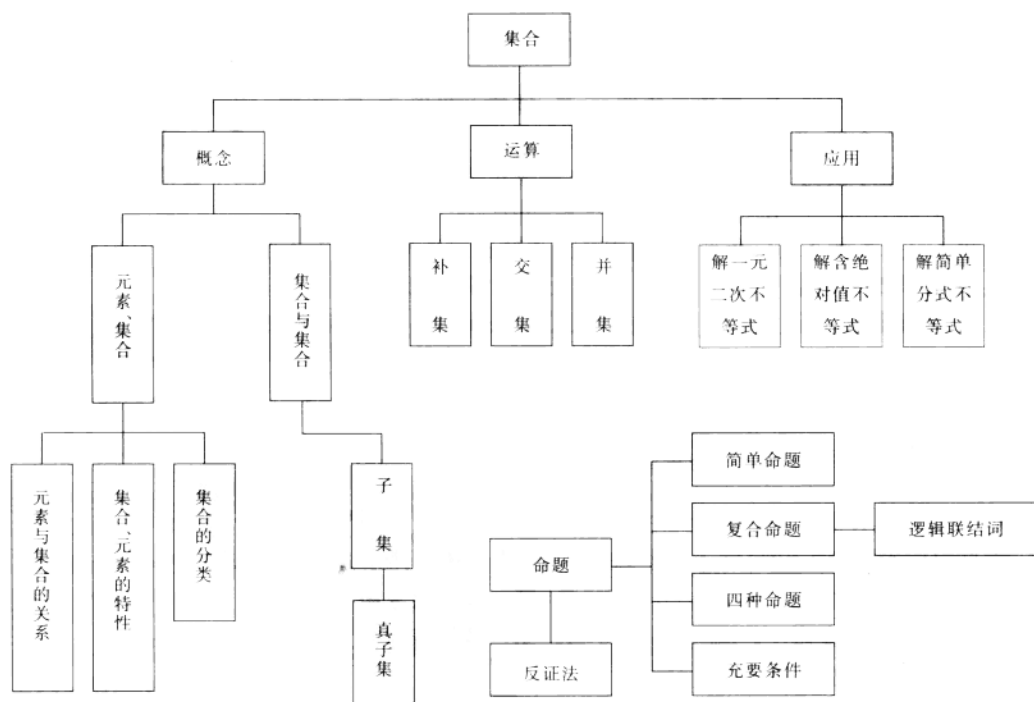
开
学
啦

数学中的逻辑推理
是基础。

逻辑也是数学的一大
支柱。



为了能顺利地通过本营地,首先浏览一下本营地的知识网络:





智能训练



1 集合的概念



进站须知

- 集合的三个特性：_____、_____、无序性。
- 集合按其含有的元素个数来分，可分为：有限集、_____和_____。
- 集合的三种表示法：_____、_____、图示法。

试一试

- ① $-5 \in \mathbf{Z}$ ；② $4.75 \notin \mathbf{Q}$ ；③ $-3 \notin \mathbf{N}$ ；④ $\sqrt{5} \in \mathbf{R}$ ；⑤ $0 \in \mathbf{N}^*$ 。上述选项中正确的个数有()。
A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个
- 以下选项中能表示集合的是()。
A. $\{\text{高一关心体育的学生}\}$ B. $\{\text{到}\triangle ABC\text{三顶点距离相等的点}\}$
C. $\{\sin 30^\circ, \cos 45^\circ, \cos 60^\circ, 1\}$ D. $\{x|x^2+x-2\}$
- 设 P, Q 为两个非空实数集，定义集合 $P+Q=\{a+b|a \in P, b \in Q\}$ 。若 $P=\{0, 2, 5\}$ ， $Q=\{1, 2, 6\}$ ，则 $P+Q$ 中元素的个数是()。
A. 9 B. 8 C. 7 D. 6
- 已知集合 $M=\{a, b, c\}$ 中的三个元素为可构成某一个三角形的三边长，那么此三角形一定不是()。
A. 直角三角形 B. 锐角三角形 C. 钝角三角形 D. 等腰三角形
- 有下面几个命题：①实数集可以表示为 $\{\text{实数集}\}$ ；②若 $-a \notin \mathbf{N}$ ，则 $a \in \mathbf{N}$ ；③ $a \in \mathbf{N}$ ， $b \in \mathbf{N}$ ，则 $a+b$ 的最小值为 2；④方程 $x^2-4x+4=0$ 的解集为 $\{2\}$ 。其中正确命题的个数是()。
A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 3个
- 已知 $A=\{\text{周长为 3 的三角形}\}$ ， $B=\{\text{周长为 3 的正三角形}\}$ ，则()。
A. A, B 均为有限集 B. A, B 都是无限集
C. A 是有限集， B 是无限集 D. A 是无限集， B 是有限集
- 已知集合 $A=\{y|y=x^2-6x+9\}$ ，则下列元素中属于 A 的是()。
A. 3 B. -3 C. (0, 3) D. (3, 0)
- 方程组 $\begin{cases} x+y=1 \\ x^2-y^2=9 \end{cases}$ 的解 (x, y) 的集合为()。
A. (5, 4) B. $\{5, -4\}$ C. $\{(-5, 4)\}$ D. $\{(5, -4)\}$
- 若点 P 的坐标 $(x, y) \in \{(x, y)|y=-1+x-2x^2, x \in \mathbf{R}, x \neq 0\}$ ，则点 P 在()。
A. 第一或第二象限 B. 第一或第三象限
C. 第三或第四象限 D. 第一或第四象限
- 下列集合中是空集的是()。

A. $\{0\}$

B. $\{(x, y) | y^2 = -x^2\}$

C. $\{x | 2x^2 + 3x - 2 = 0, x \in \mathbb{N}\}$

D. $\{y | y = \sin\theta + \cos\theta\}$

11. 若集合 $A = \{(2, -2), (-2, 2)\}$, 则集合 A 中元素的个数为_____.

12. 集合 $A = \{\text{小于 } 12 \text{ 的质数}\}$, 用列举法可表示为_____.

13. 集合 $A = \{\frac{2}{3}, \frac{3}{9}, \frac{4}{27}, \frac{5}{81}, \frac{6}{243}\}$, 用描述法可表示为_____.

14. $x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}, y = \pi + \sqrt{3}$, 集合 $M = \{m | m = a + b\sqrt{3}, a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q}\}$, 则 x, y 与集合 M 的关系是

$$x \text{ } \underline{\hspace{1cm}} M, y \text{ } \underline{\hspace{1cm}} M.$$

15. 设 $A = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}, B = \{2, |a + 3|\}$, 若 $5 \in A$, 但 $5 \notin B$, 那么 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 求方程 $(x-1)^2(x^2+3x+2)=0$ 的解集.

17. 已知数集 $A = \{a+2, (a+1)^2, a^2+3a+3\}$, 若 $1 \in A$, 求实数 a 的值.

18. 已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0\}$.

(1) 若 $A = \emptyset$, 求 a 的范围;

(2) 若 A 中只有一个元素, 求 a 的值;

(3) 若 A 中至少有一个元素, 求 a 的范围.



集合的运算

进站须知

1. 元素与集合的关系是_____ (选填“包含”、“从属”)关系, 集合与集合的关系是_____ (选填“包含”、“从属”)关系.

2. A 是 B 的子集, 记作_____, 具体含义是指若 $x \in A$, 则 $x \in B$. A 是 B 的真子集, 记作 $A \subsetneq B$, 但 $A \neq B$, 即 A 中的所有元素都是 B 的元素, 但 B 中_____ (选填“至少”、“至多”)有一个元素不属于 A .

3. $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$, $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$. 若 S 为全集, 则 $\complement_S A = \underline{\hspace{2cm}}$, $(\complement_S A) \cap (\complement_S B) = \underline{\hspace{2cm}}$, $\complement_S (A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$, $(\complement_S A) \cup (\complement_S B) = \underline{\hspace{2cm}}$.

试一试

- 集合 $M=\{1,2,3,4\}$, 则 M 的非空子集共有().
A. 8 个 B. 15 个 C. 16 个 D. 14 个
- 已知集合 $P=\{x|x^2=1\}$, 集合 $Q=\{x|ax=1\}$, 若 $Q\subseteq P$, 则 a 的值为().
A. 1 B. -1 C. 1 或 -1 D. 0, 1 或 -1
- 集合 $A=\{1,3,x\}$, $B=\{x^2,1\}$, 且 $B\subseteq A$, 则满足条件的实数 x 的个数为().
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 设集合 $A=\{1,2\}$, $B=\{1,2,3\}$, $C=\{2,3,4\}$, 则 $(A\cap B)\cup C$ 等于().
A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{1, 2, 4\}$
C. $\{2, 3, 4\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$
- 已知全集 $I=\{0,-1,-2,-3\}$, 集合 $M=\{0,-1,-2\}$, $N=\{0,-3,-4\}$, 则 $(\complement_I M)\cap N$ 等于().
A. $\{0\}$ B. $\{-3\}$ C. $\{-1,-2\}$ D. $\emptyset$
- 设集合 $A=\{x|x\in\mathbb{Z} \text{ 且 } -10\leq x\leq -1\}$, $B=\{x\in\mathbb{Z}||x|\leq 5\}$, 则 $A\cup B$ 中元素的个数为().
A. 11 个 B. 10 个 C. 16 个 D. 15 个
- 设 $S=\{0,1,2,3,4\}$, $A=\{0,1,2,3\}$, $B=\{2,3,4\}$, 则 $\complement_S A\cup\complement_S B=()$.
A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{0, 1, 4\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
- 设 $A=\{x|1<x<2\}$, $B=\{x|x<a\}$, 若 $A\subsetneq B$, 则 a 的取值范围是().
A. $\{a|a\geq 2\}$ B. $\{a|a\leq 1\}$ C. $\{a|a\geq 1\}$ D. $\{a|a\leq 2\}$
- 已知集合 $P=\{y|y=5-x^2, x\in\mathbb{R}\}$, $Q=\{y|y=x^2+1, x\in\mathbb{R}\}$, 则 $P\cap Q=()$.
A. $\mathbb{R}$ B. $\{(-\sqrt{2}, 3), (\sqrt{2}, 3)\}$
C. $\{y|1\leq y\leq 5\}$ D. $\{y|y\leq 1 \text{ 或 } y\geq 5\}$
- 已知集合 $M\subsetneq \{4, 7, 8\}$, 且 M 中至多有一个偶数, 这样的集合 M 共有().
A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个
- 已知集合 A 和集合 B 各有 8 个元素, $A\cap B$ 中有 4 个元素, 则 $A\cup B$ 中含有 _____ 个元素.
- 已知 $A=\{0,2,4,6\}$, $\complement_S A=\{-1,-3,1,3\}$, $\complement_S B=\{-1,0,2\}$, 用列举法写出 $B=$ _____.
- 设集合 $A=\{x|-1<x\leq 4\}$, $U=\{x|-3\leq x\leq 7\}$, $S=\{x|-1\leq x\leq 8\}$, 则 $\complement_U A=$ _____, $\complement_S A=$ _____.
- 若 $\{a,0,1\}=\{c,\frac{1}{b},-1\}$, 则 $a=$ _____, $b=$ _____, $c=$ _____.
- 全集 $S=\{x|x\leq 10 \text{ 且 } x\in\mathbb{N}^+\}$, $A\subsetneq S, B\subsetneq S$, 且 $A\cap B=\{4, 5\}$, $(\complement_S B)\cap A=\{1, 2, 3\}$, $(\complement_S A)\cap(\complement_S B)=\{6,7,8\}$, 则集合 $A=$ _____, $B=$ _____.
- 已知集合 $A\cap\{-1,0,1\}=\{0,1\}$, 且 $A\cup\{-2,0,2\}=\{-2,0,1,2\}$, 则满足上述条件的集合 A 有几个?

17. 某地为了评出最受欢迎网站,对其 10000 个网民作了抽样调查,统计结果表明上过新浪网的有 8800 人,上过搜狐网的有 6800 人,既上过新浪网又上过搜狐网的有 5800 人,试问既没有上过新浪网又没有上过搜狐网的有多少人?

18. 设集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | 2x^2 - ax + 2 = 0\}$, 若 $B \neq \emptyset$, 且 $A \cap B = B$, 求 a 的值组成的集合.



含绝对值不等式



进站须知

1. 对于含绝对值不等式,首要任务是去绝对值符号,一般采用平方法和分类讨论法(零点划分法).

2. 对于一些含字母的不等式,有时采取补集法可收到较好效果.

试一试

1. 不等式 $|8-3x| \leq 0$ 的解集为().

- A. $\emptyset$ B. $\{\frac{8}{3}\}$ C. $\{x | x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x \neq \frac{8}{3}\}$ D. $\mathbf{R}$

2. 不等式 $|2x-5| > 3$ 的解集为().

- A. $\{x | x > 4\}$ B. $\{x | 1 < x < 4\}$ C. $\{x | x < 1 \text{ 或 } x > 4\}$ D. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 4\}$

3. 已知 $A = \{x | |x-1| < 2\}$, $B = \{x | |x-1| > 1\}$, 则 $A \cap B$ 为().

- A. $\{x | -1 < x < 3\}$ B. $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 3\}$
C. $\{x | -1 < x < 0\}$ D. $\{x | -1 < x < 0 \text{ 或 } 2 < x < 3\}$

4. 若 $|3x-1| < 3$, 化简 $\sqrt{9x^2-24x+16} + |3x+2|$ 的结果是().

- A. $6x-2$ B. -6 C. 6 D. $2-6x$

5. 如果实数 a, b 满足 $ab < 0$, 那么().

- A. $|a-b| < |a|+|b|$ B. $|a+b| > |a-b|$ C. $|a+b| < |a-b|$ D. $|a-b| < ||a|-|b||$

6. 已知集合 $F = \{x | -2 < x < 3\}$, $G = \{x | |x+1| > 2\}$, 则 $F \cup G =$ ().

- A. $\{x | -2 < x < 1\}$ B. $\{x | -3 < x < 3\}$ C. $\{x | 1 < x < 3\}$ D. $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > -2\}$

7. 若不等式 $|x-a| < b$ 的解集为 $|x|-1 < x < 2$, 则 a, b 的值为().

A. $a=\frac{1}{2}, b=\frac{3}{2}$

B. $a=-1, b=3$

C. $a=-1, b=-3$

D. $a=1, b=3$

8. 设 $U=\mathbf{R}, S=\{x||x|\leq 2\}, T=\{x||x|>2\}$, 则 $(\complement_U S) \cup (\complement_U T) = ()$.

A. $\emptyset$

B. S

C. U

D. T

9. 不等式 $|x-1|+|x-2|\leq 3$ 的最小整数解是().

A. 0

B. -1

C. 1

D. 2

10. 不等式 $|x-1|+|x-2|>a$ 恒成立, 则 a 的取值范围为().

A. $a\leq 2$

B. $a<1$

C. $a>2$

D. $a\geq 1$

11. 不等式 $|x+3|>x+3$ 成立的条件为_____.

12. 不等式 $4<|2x-5|\leq 7$ 的解集为_____.

13. 不等式 $|-x+2|<3$ 的解集为 $\{x|a<x<b\}$, 则 $a+b=$ _____.

14. 不等式 $\frac{3-|x|}{|x|+2} \geq \frac{1}{2}$ 的解集为_____.

15. 不等式 $x^2+8|x|-20<0$ 的解集为_____.

16. 解不等式: $|x-1|>|2x-3|$.

17. 已知集合 $A=\{x||x-1|\geq a\}, B=\{x||x+1|<4\}$, 且 $A\cap B=\emptyset$, 求 a 的取值范围.

18. 已知 $a>0$, 使不等式 $|x+1|+|x-5|<a$ 在实数集 $\mathbf{R}$ 上的解集不是空集, 求 a 的取值范围.



一元二次不等式

进站须知

1. 一元二次方程、一元二次不等式及二次函数之间存在着密切的联系, 相互渗透. 解不等式往往先求相应方程的根, 再结合图象(或口诀)求得不等式的解集. 如 $ax^2+bx+c=0 (a>0)$ 的两根为 $x_1, x_2 (x_1<x_2)$, 则不等式 $ax^2+bx+c<0 (a>0)$ 的解集为_____, $ax^2+bx+c\geq 0 (a>0)$ 的解集为_____.

2. 对分式不等式一般采用移项、通分,待一边化零后,再转为等价的整式不等式求解.注意去分母要慎重.

试一试

- 不等式 $(x+2)(3-x)>0$ 的解集为().
 A. $\{x|-2<x<3\}$ B. $\{x|-3<x<2\}$ C. $\{x|x>-2 \text{ 或 } x<3\}$ D. $\{x|x<-2 \text{ 或 } x>3\}$
- 不等式 $\frac{1}{x}>1$ 的解集为().
 A. $\{x|x>1\}$ B. $\{x|x<1\}$ C. $\{x|0<x<1\}$ D. $\{x|-3<x<2\}$
- 在 $\mathbf{R}$ 上定义运算 $\otimes: x \otimes y = x(1-y)$. 若不等式 $(x-a) \otimes (x+a) < 1$ 对任意实数 x 成立, 则().
 A. $-1 < a < 1$ B. $0 < a < 2$
 C. $-\frac{1}{2} < a < \frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2} < a < \frac{1}{2}$
- 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | \frac{2x-3}{x+7} > 1\}$, 则 $\complement_U A =$ ().
 A. $\{x|x>10\}$ B. $\{x|-7 \leq x \leq 10\}$ C. $\{x|-7 < x \leq 10\}$ D. $\{x|x \leq -7 \text{ 或 } x \geq 10\}$
- 当 $0 < a < 1$ 时, 不等式 $(x-a)(x-\frac{1}{a}) < 0$ 的解集为().
 A. $\{x | \frac{1}{a} < x < a\}$ B. $\{x | a < x < \frac{1}{a}\}$ C. $\{x | x < a \text{ 或 } x \geq \frac{1}{a}\}$ D. $\{x | x < \frac{1}{a} \text{ 或 } x > a\}$
- 不等式组 $\begin{cases} x^2-1 < 0 \\ x^2-3x < 0 \end{cases}$ 的解集为().
 A. $\{x|-1 < x < 1\}$ B. $\{x|0 < x < 3\}$ C. $\{x|0 < x < 1\}$ D. $\{x|-1 < x < 3\}$
- 若集合 $S = \{x | x^2-5x+4 \leq 0\}$, $T = \{x | x^2-5x+6 \geq 0\}$, 则 $S \cap T =$ ().
 A. $\{x | 1 \leq x \leq 2 \text{ 或 } 3 \leq x \leq 4\}$ B. $\{x | 1 \leq x \leq 4\}$
 C. $\{1, 2, 3, 4\}$ D. $\{x | 1 \leq x \leq 4 \text{ 或 } 2 \leq x \leq 3\}$
- 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $F = \{x | x^2-5x-6 > 0\}$, $G = \{x | |x-5| < a\}$ (a 为常数), 且 $12 \in G$, 则().
 A. $(\complement_U F) \cap G = \mathbf{R}$ B. $F \cup (\complement_U G) = \mathbf{R}$
 C. $(\complement_U F) \cup (\complement_U G) = \mathbf{R}$ D. $F \cup G = \mathbf{R}$
- 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 不等式 $(m-2)x^2-2(m-2)x-4 < 0$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围为().
 A. $\{m|m<2\}$ B. $\{m|m \leq 2\}$ C. $\{m|-2 < m \leq 2\}$ D. $\{m|-2 < m < 2\}$
- 如果关于 x 的方程 $(m+3)x^2-4mx+2m-1=0$ 的两根异号, 且负根的绝对值比正根大, 那么实数 m 的取值范围是().
 A. $-3 < m < 0$ B. $0 < m < 3$ C. $m < -3 \text{ 或 } m > 0$ D. $m < 0 \text{ 或 } m > 3$
- 已知二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + \frac{7}{2}$, 在 $y < 0$ 时 x 的取值范围为_____.

12. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($x \in \mathbf{R}$) 的部分对应值如下表:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	6	0	-4	-6	-6	-4	0	4

则不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是_____.

13. 已知 $f(x)=\begin{cases} 1(x \geq 0) \\ 0(x < 0) \end{cases}$, 则不等式 $xf(x)+x \leq 2$ 的解集是_____.

14. 不等式 $\frac{x^2+2x-8}{x+3} \leq 0$ 的解集为_____.

15. 已知关于 x 的不等式 $ax^2+bx+2>0$ 的解集为 $|x|-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{3}$, 则 $a+b=$ _____.

16. 已知 $U=\mathbf{R}$, 且 $A=\{x|x^2+x-12 \leq 0\}$, $B=\{x|x^2-3x-10>0\}$, 求 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

17. 国家为了加强对烟酒生产的宏观管理, 实行征收附加税政策. 现知某种酒每瓶 70 元, 不加收附加税时, 每年大约产销 100 万瓶; 若征收附加税, 每销售 100 元要征收 R 元(叫做税率 $R\%$), 则每年的产销量将减少 10 R 万瓶, 要使每年在此项经营中所收取附加税金不小于 112 万元, 问税率至少应定为多少?

18. 设 $A=\{x|-2<x<-1 \text{ 或 } x>1\}$, $B=\{x|x^2+ax+b \leq 0\}$, 已知 $A \cup B=\{x|x>-2\}$, $A \cap B=\{x|1<x \leq 3\}$, 试求实数 a, b 的值.



进站须知

1. 命题是指能判断真假的语句. 简单命题与复合命题的区别是_____, 逻辑联结词有_____.

2. 对复合命题的真假判断可借助于真值表, 在真值表中对“ p 或 q ”有: 一真即真, 全假才假; 对“ p 且 q ”有_____; “对非 p ”有_____.

3. 四种命题是指原命题、_____, _____和_____. 一个命题与它的_____是等价的.

试一试

1. 下列语句是命题的是().

A. 两条直线垂直, 它们一定相交吗

B. 空集是任何集合的真子集

C. $x>2$

D. $\triangle ABC$ 的面积

2. 下列命题为简单命题的是().

A. $12>5$

B. 菱形的对角线互相垂直平分

C. 24 是 6 和 8 的倍数

D. π 不是无理数

3. $x \cdot y \neq 0$ 是指().
 A. $x \neq 0$ 且 $y \neq 0$ B. $x \neq 0$ 或 $y \neq 0$ C. x, y 至少有一个不为 0 D. 不都是 0
4. 如果一个命题的否命题为真命题,那么这个命题的逆命题为().
 A. 假命题 B. 真命题
 C. 不一定为真命题 D. 不一定为假命题
5. 命题“ $x \in A$, 则 $y \in A$ ”的逆否命题为().
 A. 若 $y \in A$, 则 $x \in A$ B. 若 $x \notin A$, 则 $y \notin A$
 C. 若 $y \notin A$, 则 $x \notin A$ D. 若 $y \in A$, 则 $x \in A$
6. 下列命题中是真命题的是().
 A. 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 $A = \emptyset$ 或 $B = \emptyset$
 B. 方程 $x^2 - 2x = 0$ 的根为自然数
 C. $\{0\}$ 是空集
 D. 一个有理数与一个无理数的和、积都是无理数
7. 命题“若 $a=5$, 则 $a^2=25$ ”与其逆命题、否命题、逆否命题这四个命题中,真命题的个数为().
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
8. 某个命题与自然数 n 有关,若 $n=k(k \in \mathbf{N}^*)$ 时,该命题成立,那么可推得当 $n=k+1$ 时该命题也成立.现已知当 $n=5$ 时,该命题不成立,那么可推得().
 A. 当 $n=6$ 时,该命题不成立 B. 当 $n=6$ 时,该命题成立
 C. 当 $n=4$ 时,该命题不成立 D. 当 $n=4$ 时,该命题成立
9. 下列各组命题构成的复合命题中,“ p 或 q 为真, p 且 q 为假,非 p 为真”的是().
 A. $p: 0=\emptyset, q: 0 \in \emptyset$
 B. p : 等腰三角形都是锐角三角形, q : 正三角形都相似
 C. $p: \bigcup_{i=1}^n \emptyset = U, q: \bigcap_{i=1}^n U = \emptyset$
 D. p : 不等式 $|x| > x$ 的解集为 $\{x|x < 0\}$, q : 不等式 $|x| \leq x$ 的解集为 $\{x|x > 0\}$
10. 有下列四个命题:①“若 $xy=1$, 则 x, y 互为倒数”的逆命题;②“相似三角形的周长相等”的否命题;③“若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$ ”的逆否命题;④“对顶角相等”的逆否命题,其中是真命题的有().
 A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ①④
11. 设 A, B 为两个集合,有下列四个命题:
 ① $A \not\subseteq B \Leftrightarrow$ 对任意 $x \in A$, 有 $x \notin B$;
 ② $A \not\subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$;
 ③ $A \not\subseteq B \Leftrightarrow A \not\subset B$;
 ④ $A \not\subseteq B \Leftrightarrow$ 存在 $x \in A$, 使得 $x \notin B$.
 其中真命题的序号是_____.(把符合要求的命题序号都填上)
12. 命题“若 a, b 为奇数, 则 $a+b$ 为偶数”的逆否命题是_____.
13. 命题“ $\sqrt{5}$ 的值不超过 3”, 看作非 p 形式, 则 p 为_____; 看作 p 或 q 形式时, 则 p 为_____, q 为_____.
14. 复合命题 S 具有“ p 或 q ”形式, 已知“ p 且 r ”为真命题, 那么 S 为真命题还是假命题?_____.
15. 若 p, q 是两个简单命题, 且“ p 或 q ”的否定为真命题, 则必有 p 为_____ (选填

“真”、“假”)命题, q 为_____ (选填“真”、“假”)命题.

16. 已知正整数 a, b, c 是一组勾股数, 求证 a, b, c 不可能都是奇数.

17. 写出下列各命题的否定及其否命题.

- (1) 菱形的四条边都相等;
- (2) 面积相等的三角形是全等三角形;
- (3) 若 $a > b$, 则 $2^a > 2^b - 1$.

18. 已知 p : 方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个不等的负实根, q : 方程 $4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$ 无实数根, 若 p 或 q 为真, p 且 q 为假, 求 m 的取值范围.



充要条件



进站须知

1. 对命题 p 和 q , 如果已知 $p \Rightarrow q$, 称 p 为 q 的 _____ 条件; 如果已知 _____, 则称 p 为 q 的必要条件; 如果已知 $p \Leftrightarrow q$, 称 p 为 q 的 _____ 条件.

2. 反证法是证明中的一种方法, 它从假设结论不成立出发, 经过推理论证, 得出与定理、已知、假设或推理过程等内容之一矛盾, 由此得出假设不正确, 即原命题结论正确.

试一试

1. $x > 1$ 是 $x^2 > 1$ 的 ().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分又不必要条件
2. 若条件 $p: |x-1| > 2$, 条件 $q: x > 3$, 则 p 是 q 的 ().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分又不必要条件
3. “ p 或 q 是真命题”是“ p 且 q 为真命题”的 ().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分又不必要条件
4. 若命题甲是命题乙的充分不必要条件, 命题丙是命题乙的必要非充分条件, 命题丁是命题丙的充要条件, 则命题丁是命题甲的 ().
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分又不必要条件
5. 若 $p \Rightarrow q$, 则下列结论成立的是 ().
 A. $q \Rightarrow p$
 B. $\neg p \Rightarrow \neg q$
 C. $\neg q \Rightarrow \neg p$
 D. $q \Rightarrow \neg p$



6. 设原命题“若 p 则 q ”为真, 其逆命题为假, 则 p 是 q 的().
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

7. 对任意实数 a, b, c , 给出下列命题:

- ①“ $a=b$ ”是“ $ac=bc$ ”的充要条件;
②“ $a+5$ 是无理数”是“ a 是无理数”的充要条件;
③“ $a>b$ ”是“ $a^2>b^2$ ”的充分条件;
④“ $a<5$ ”是“ $a<3$ ”的必要条件.

其中真命题的个数是().

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
8. 使不等式 $2x^2-5x-3 \geq 0$ 成立的一个充分不必要条件是().
- A. $x<0$ B. $x \geq 0$ C. $x \in \{-1, 3, 5\}$ D. $x \leq -\frac{1}{2}$ 或 $x \geq 3$

9. 已知集合 S, A, B . 给定命题 $p: A \cap B = \emptyset$, 且 $A \cup B = S$, 命题 $q: \complement_S A = B$, 则 p 是 q 的().

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
10. 设集合 $U = \{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, $A = \{(x, y) | 2x - y + m > 0\}$, $B = \{(x, y) | x + y - n \leq 0\}$, 那么点 $P(2, 3) \in A \cap (\complement_U B)$ 的充要条件是().

- A. $m > -1, n > 5$ B. $m < -1, n < 5$
C. $m > -1, n > 5$ D. $m < -1, n > 5$

第 11~14 题用“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分又不必要”填空.

11. $(x-1)(x+2)=0$ 是 $x=-2$ 的_____条件.
12. 已知 a, b, c 为实数. $p: a>b, q: ac^2>bc^2$, 则 p 是 q 的_____条件.
13. $x \neq 2$ 是 $x^2 \neq 4$ 的_____条件.
14. $\begin{cases} a>2, \\ \beta>2 \end{cases}$ 是 $\begin{cases} a+\beta>4, \\ a \cdot \beta>4 \end{cases}$ 的_____条件.

15. 设全集为 U , 有下列四个命题:

- ① $A \cap B = A$; ② $\complement_U A \supseteq \complement_U B$; ③ $(\complement_U B) \cap A = \emptyset$; ④ $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$.

其中是命题 $A \subseteq B$ 的充要条件的命题序号是_____.

16. 用反证法证明: $\sqrt{3} + \sqrt{7} < \sqrt{6} + 2$.

17. 已知 $ab \neq 0$, 求证 $a+b=1$ 是 $a^3+b^3+ab-a^2-b^2=0$ 的充要条件.

18. 已知 $p: x^2-8x-20>0$, $q: x^2-2x+1-a^2>0$, p 是 q 的充分不必要条件. 求正实数 a 的取值范围.



第二营地

走进函数的迷宫

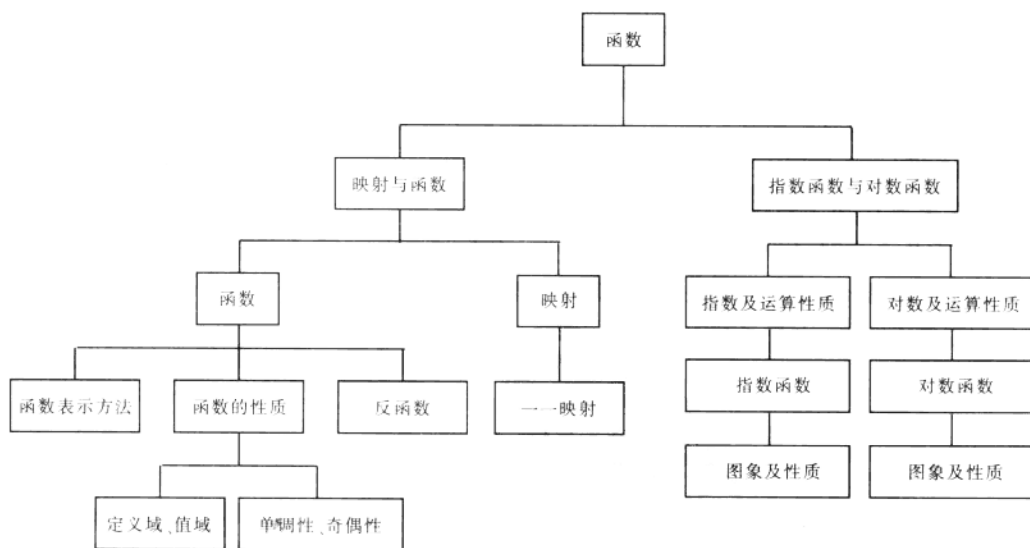


你知道指数函数、对数函数的性质吗？

对于指数函数 $y=a^x$ ($a>0, a\neq 1$), 对数函数 $y=\log_a x$ ($a>0, a\neq 1$) 的性质的研究, 均需作分类讨论.



为了能顺利通过本营地, 首先浏览一下本营地的知识网络:



8. 已知 $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$, 则下列关系式中不正确的是().

A. $f(x) = f(-x)$

B. $f(-x) = f(\frac{1}{x})$

C. $f(|x|) = f(-x)$

D. $f(|x|) = -f(-\frac{1}{x})$

9. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(xy) = f(x) + f(y)$, 且 $f(2) = a, f(3) = b$, 则 $f(108) = ()$.

A. $2a+3b$

B. $3a+2b$

C. a^2+b^3

D. a^3+b^2

10. 已知函数 $f(x) = 2mx + 4$, 若在 $[-2, 1]$ 上存在 x_0 , 使 $f(x_0) = 0$, 则实数 m 的取值范围是().

A. $[-\frac{5}{2}, 4]$

B. $(-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$

C. $[-1, 2]$

D. $[-2, 1]$

11. 设函数 $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$, 则函数 $g(x) = f(\frac{x}{2}) + f(\frac{1}{x})$ 的定义域为_____.

12. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \leq 0, \\ 2x, & x > 0, \end{cases}$ 若 $f(x) = 10$, 则 $x =$ _____.

13. 已知 $2f(x) + f(-x) = 3x + 2$, 则 $f(x) =$ _____.

14. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$, 那么 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(\frac{1}{2}) + f(\frac{1}{3}) + f(\frac{1}{4}) =$ _____.

15. 函数 $f(x)$ 的图象如图 2-1 所示, 则 $f(x)$ 的解析式为_____.

16. 画出从集合 $A = \{a, b\}$ 到集合 $B = \{c, d\}$ 所能建立的所有映射的示意图.

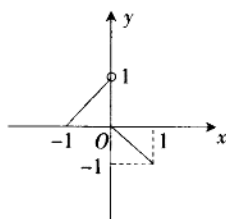


图 2-1

17. 求下列函数的值域.

(1) $y = -x^2 + x, x \in [1, 3];$

(2) $y = \frac{x+1}{x-1};$

(3) $y = x - \sqrt{1-2x}.$

18. 已知 $f(x) = \frac{1}{4^x + m} (m > 0), x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 当 $x_1 + x_2 = 1$ 时, $f(x_1) + f(x_2) = \frac{1}{2}$.