

与人教版 现行最新高中教材同步

课时详解

随堂通

高二数学 下



全面记录课堂笔记

及时弥补听课缺陷

一书在手家教可免

延边教育出版社

鼎尖教研中心最新研究成果

与人教版 现行最新高中教材同步

课时详解

随堂通

高二数学 下



延边教育出版社

□ 策 划： 鼎尖教育研究中心

韩明雄 黄俊葵

□ 执行策划： 刘芳芳

□ 丛书主编： 周益新

□ 本册主编： 黄孝银

□ 编 著： 舒 超 秦福涛 潘山君 熊小雷 周 丹 祝姝曼

彭学涛 李秀丽 殷 维 耿 维 邓佳斌 吴 莹

王 燕 熊伟亮 席 靓 余成林 潘 振 肖志娟

陈 磊 潘 丽 张中文 姜 文 李君辉 李依琳

周文丽 王 刚 潘小惠 黄孝银 张红生 张国红

张明灯 阮波玲 胡小红 周二雄

□ 责任编辑： 郭智杰 胡云霞 韩 杨

□ 法律顾问： 北京陈鹰律师事务所 (010-64970501)

与人教版最新高中教材同步

《课时详解 随堂通》高二数学 下

出版发行： 延边教育出版社

地址： 吉林省延吉市友谊路 363 号 (133000)

北京市海淀区苏州街 18 号院长远天地 4 号楼 A1 座 1003 (100080)

电话： 0433-2913975 010-82608550

传真： 0433-2913971 010-82608856

排版： 北京鼎尖雷射图文设计有限公司

印刷： 北京季峰印刷有限公司

版次： 2005 年 10 月第 1 版

印次： 2005 年 10 月第 1 次印刷

书号： ISBN 7-5437-6160-2/G · 5630

网址： <http://www.topedu.net.cn>

开本： 889×1194 32 开本

印张： 11

字数： 401 千字

定价： 15.50 元

如印装质量有问题，本社负责调换

前言

“沉浸在题海,学习成绩却提升不快”,什么原因?专家和老师们都指出:听课效率很关键!如何提高45分钟课堂学习效率?万一上课没能抓住老师的讲解点,课后如何弥补?

《课时详解 随堂通》的出现,解决了这些难题,它真正做到从同步教学的角度出发,站在老师和学生的立场上考虑问题。这套丛书具有以下突出特点:

一、国内首创 填补空白

丛书是我国第一套与每课时教学内容严格同步的全方位配套的教辅用书,方便学生带进课堂听课、自学思考、回答问题、归纳总结、检查课后作业、自测自评。为满足学生不同学习阶段的需要,还设计了**拓广习题课、专题综合课、中/高考链接课、综合实践课**等等,填补国内教辅市场长期的空白。

二、动态课堂 灵活方便

丛书生动呈现课堂45分钟,解决学习障碍,传授最有效的科学的思维方法和学习方法。丛书方便教师备课和上课,方便学生听课和自学,方便家长督促子女自学并检查子女的学习效果。即使学生因特殊原因未听课,使用此书自学,也可达到“**课课通,题题通,一书在手,家教可免**”的目的。

三、讲解透彻 适用全面

丛书全面、详细讲解教材中的重点和疑难点;**拓广习题课**透彻评析各种题型及其同类变式的解题方法、规律和误区;**专题综合课**分析章节内知识的内在联系和内在结构;**中/高考链接课**则从近年来的命题规律、未来可能的命题方向入手,透彻剖析各地

前言

方命题和国家教育部考试中心的热点中/高考题型。

丛书兼顾教材知识讲解、配套习题讲解和原创题讲解，充分考虑全国各地各级中学的教学实际，适用对象全面。

四、名师汇集 世纪品牌

丛书**新课标**部分集中了国家级实验区骨干教师，最贴近新课标理念下的教学评价模式，内容最新颖；**高中现行**部分汇集了湖北、江苏、湖南及各省高考“状元之乡”的一代名师。卓有成效的课堂教学经验保证了这套书是我国 21 世纪最具备引领性、权威性、全面性、科学性、实用性的同步教材详解丛书。

按课时编写辅导丛书是新时期新的课题，本丛书尽管经过国内著名的教材专家、课程标准研究专家、考试改革研究专家、新课标国家级实验区骨干教师和“状元之乡”特级教师的编写或审定，仍需不断完善，恳请专家和读者指正。

丛书主编：周益新

2005 年 9 月

真正走进课堂
教学，告诉你如何
向45分钟要效率。



教材内容详解

分课时讲解教材知识点，栏目划分一目了然。如：

课程导入 探索新知
拓广延伸 课时作业



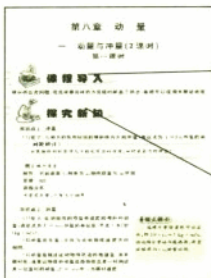
单元归纳总结

专题综合课
高考链接课
辅导答题课



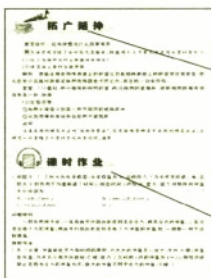
答案点拨

答案点拨透彻、
详尽，让你做题轻
松，掌握更多的答题
技巧。



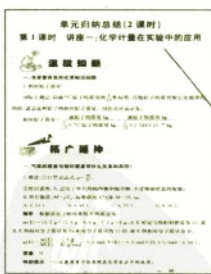
联系生活体验，点燃思维火花，
开拓知识视野，击中知识要害。

详细、全面地讲解教材的重点和难点。
典型的例题分析，恰到好处的“探
讨”“置疑”，体贴入微的“提示”
“建议”，一切安排让您轻松把知识收
入囊中。

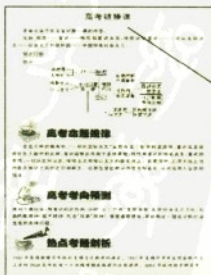


想更深入理解知识要点吗？精辟的分析，
综合应用的例题，让成绩提高更容易。

教材习题和补充习题相互辉映，全面涵盖
本课所学内容。及时检验，巩固提高。



温故而知新，不亦乐乎？名师用多年经
验汇合而成的专题点拨，有醍醐灌顶之
效啊……



最新考试变化，专家考向预测，热点考题分
析，仔细研读，高考不再令人望而生畏。

目 录

content

(加“*”的内容为在教学中充分考虑提升不同群体学生成绩而增加的课时)

第九章 直线、平面、简单几何体..... 1

一 空间的直线与平面

9.1 平面的基本性质(3 课时)	1
第 1 课时	1
第 2 课时	7
第 3 课时	11
9.2 空间的平行直线与异面直线(2 课时)	17
第 1 课时	17
第 2 课时	21
9.3 直线和平面平行与平面和平面平行(2 课时)	27
第 1 课时	27
第 2 课时	32
9.4 直线和平面垂直(2 课时)	38
第 1 课时	38
第 2 课时	45

二 空间向量

9.5 空间向量及其运算(4 课时)	52
第 1 课时	52
第 2 课时	57
第 3 课时	65
第 4 课时	70
9.6 空间向量的坐标运算(3 课时)	77
第 1 课时	77
第 2 课时	83
第 3 课时	89

三 夹角与距离

9.7 直线和平面所成的角与二面角(2 课时)	96
-------------------------------	----

目录

content

第 1 课时	96
第 2 课时	103
9.8 距离(2 课时)	112
第 1 课时	112
第 2 课时	120

四 简单多面体与球

9.9 棱柱与棱锥(2 课时)	126
第 1 课时	126
第 2 课时	131
9.10 球(1 课时)	137
小结与复习(2 课时)	143
第 1 课时	143
* 第 2 课时 高考链接课	149
专题综合课(1 课时)	159
单元综合能力测试	163

第十章 排列、组合和二项式定理

10.1 分类计数原理与分步计数原理(1 课时)	167
10.2 排列(2 课时)	172
第 1 课时	172
第 2 课时	177
10.3 组合(3 课时)	184
第 1 课时	184
第 2 课时	188
第 3 课时	192
10.4 二项式定理(2 课时)	200
第 1 课时	200
第 2 课时	206

目 录

content

小结与复习(2 课时)	212
第 1 课时	212
* 第 2 课时 高考链接课	219
单元综合能力测试	222
第十一章 概率	225
11.1 随机事件的概率(3 课时)	225
第 1 课时	225
第 2 课时	230
* 第 3 课时 拓广习题课	236
11.2 互斥事件有一个发生的概率(2 课时)	241
第 1 课时	241
第 2 课时	247
11.3 相互独立事件同时发生的概率(3 课时)	251
第 1 课时	251
第 2 课时	257
第 3 课时	264
专题综合课(1 课时)	270
小结与复习(2 课时)	273
第 1 课时	273
* 第 2 课时 高考链接课	277
单元综合能力测试	281
答案点拨	284

第九章 直线、平面、简单几何体

本章首先是对点、线、面各种位置关系的讨论和研究,进而研究几何体的性质,在中学数学教学中,正是通过这部分内容培养同学们空间观察和公理化体系处理数学问题的思想方法,这也是同学们进入高校学习时所必须具备的重要数学基础.

本章教科书的重点是平面的基本性质、空间直线的位置关系、直线与平面之间及两平面之间的平行和垂直关系.其中关于平面基本性质的公理,是研究立体几何的重要基础.掌握好上述内容,就抓住了立体几何中最根本的内容,其他部分就容易学习了.

一 空间的直线与平面

9.1 平面的基本性质(3课时)

第1课时



课程导入

点、直线(线段)和平面是我们常见的基本图形.用它们可以构成各种各样的图形.本节将深入讨论它们之间的位置关系.同时还将进行必要的说理论证,进一步培养同学们的空间想像能力和逻辑推理能力.



探索新知

学点1 平面的两个特征

- (1)无限延展;
- (2)平的(没有厚度).

平面是没有厚薄的,可以无限延伸,这是平面最基本的属性.一个平面把空间分成两部分,一条直线把平面分成两部分.

学点2 平面的画法及表示

通常画平行四边形来表示平面.

(1)在立体几何中,常用平行四边形表示平面.当平面水平放置时,通常把平行四边形的锐角画成 45° ,横边画成邻边的两倍;画两个平面相交时,当一个平面的一部分被另一个平面遮住时,应把被遮住的部分画成虚线或不画.

(2)一般用一个希腊字母 $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ 来表示,还可用平行四边形的对角顶点的





字母来表示,如平面 α ,平面 AC 等.

下面我们来看几个具体的线面结合图形的画法:

①一个平面:水平放置和直立;

当平面是水平放置的时候,通常把平行四边形的锐角画成 45° ,横边画成邻边的2倍长,如图9.1-1(1).

②直线与平面相交,如图9.1-1(2)、9.1-1(3).

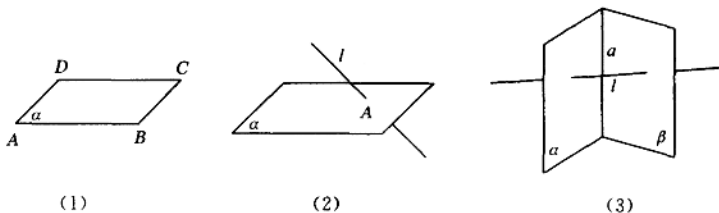


图 9.1-1

③两个相交平面:画两个相交平面时,若一个平面的一部分被另一个平面遮住,应把被遮住部分的线段画成虚线或不画(如图9.1-2).

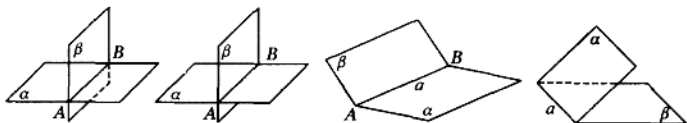


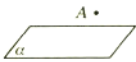
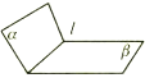
图 9.1-2

学点3 空间图形中点、线、面位置关系的三种表示方法(三种语言)

空间图形的基本元素是点、直线和平面,从运动的观点看,点动成线,线动成面,从而可以把直线、平面看成是点的集合,因此它们之间的关系除了用文字和图形表示外,还可借用集合中的符号语言来表示.规定直线用两个大写的英文字母或一个小写的英文字母表示,点用一个大写的英文字母表示,而平面则用一个小写的希腊字母表示.

点、线、面的基本位置关系如下表所示:

图形语言	符号语言	文字语言(读法)
	$A \in a$	点 A 在直线 a 上
	$A \notin a$	点 A 不在直线 a 上

	$A \in \alpha$	点 A 在平面 α 内
	$A \notin \alpha$	点 A 不在平面 α 内
	$a \cap b = A$	直线 a, b 交于 A 点
	$a \subset \alpha$	直线 a 在平面 α 内
	$a \cap \alpha = \emptyset$	直线 a 与平面 α 无公共点
	$a \cap \alpha = A$	直线 a 与平面 α 交于点 A
	$\alpha \cap \beta = l$	平面 α, β 相交于直线 l

警示误区

集合中“ $\in$ ”的符号只能用于点与直线、点与平面的关系，“ $\subset$ ”和“ $\cap$ ”的符号只能用于直线与直线、直线与平面、平面与平面的关系，虽然借用集合符号，但在读法上仍用几何语言。 $a \not\subset \alpha$ 读作“平面 α 外的直线 a ”， $a \cap \alpha = \emptyset$ 读作“直线 a 和平面 α 没有公共点”， $a \cap \alpha = A$ 读作“直线 a 和平面 α 相交于点 A ”。

例 1 将下列符号语言转化为图形语言：

- (1) $A \in \alpha, B \in \beta, A \in l, B \in l$;
 (2) $a \subset \alpha, b \subset \beta, a \parallel c, b \cap c = P, \alpha \cap \beta = c$.

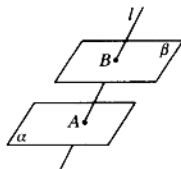
解析 画图的顺序：先画大件(平面)，再画小件(点、线)。



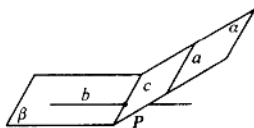


课时详解

答案



(1)



(2)

图 9.1-3

例 2 将下列文字语言转化为符号语言:

(1)点 A 在平面 α 内,但不在平面 β 内;(2)直线 a 经过平面 α 外一点 M ;(3)直线 l 在平面 α 内,又在平面 β 内(即平面 α 和 β 相交于直线 l).

解析 点与直线、点与平面之间的关系用属于或不属于符号;直线与平面之间的关系用包含或不包含符号.二者不能混淆.

答案 (1) $A \in \alpha, A \notin \beta$;(2) $M \in \alpha, M \notin \alpha$;(3) $l \subset \alpha, l \subset \beta$ (即 $\alpha \cap \beta = l$).

学点 4 平面的基本性质

	公理 1	公理 2	公理 3
文字语言	如果一条直线的两点在一个平面内,那么这条直线上的所有点都在这个平面内.	如果两个平面有一个公共点,那么它们还有其他公共点,这些公共点的集合是一条直线.	经过不在同一直线上的三点有且只有一个平面.
图形语言			
符号语言	$\left. \begin{array}{l} A \in l \\ B \in l \\ A \in \alpha \\ B \in \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow l \subset \alpha$	$P \in \alpha \cap \beta \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cap \beta = l \\ P \in l \end{array} \right.$	$C \notin \text{直线 } AB \Rightarrow \text{存在唯一的平面 } \alpha, \text{ 使得}$ $\left\{ \begin{array}{l} A \in \alpha \\ B \in \alpha \\ C \in \alpha \end{array} \right.$

易忽略点提示

平面的基本性质是通过三个与平面的特征有关的公理来规定的.

(1)公理1说明了平面与曲面的本质区别.通过直线的“直”来刻画平面的“平”,通过直线的“无限延伸”来描述平面的“无限延展性”,它既是判断直线在平面内,又是检验平面的方法.

(2)公理2揭示了两个平面相交的主要特征,提供了确定两个平面交线的方法.

(3)公理3(及其三个推论)是空间里确定一个平面位置的方法与途径,而确定平面是将空间问题转化为平面问题的重要条件,这个转化使得立体几何的问题得以在确定的平面内充分使用平面几何的知识来解决,是立体几何中解决相当一部分问题的主要的思想方法.

(4)“有且只有一个”的含义分两部分理解,“有”说明图形存在,但不惟一,“只有一个”说明图形如果有顶多只有一个,但不保证符合条件的图形存在,“有且只有一个”既保证了图形的存在性,又保证了图形的惟一性.在数学语言的叙述中,“确定一个”“可以作且只能作一个”与“有且只有一个”是同义词,因此在证明有关这类语句的命题时,要从“存在性”和“惟一性”两方面来证明.

5

例3 判断下列说法是否正确.

(1) $P \in \alpha, Q \in \alpha \Rightarrow PQ \in \alpha$;

(2)平面 α 和 β 有时只有一个公共点;

(3)三点确定一个平面.

答案 (1)错.符号语言错误.应改为“ $PQ \subset \alpha$ ”.

(2)错.由公理2可知,平面 α 和 β 若有公共点,则必有无数的公共点.

(3)错.不共线的三点才能确定一个平面,当三点共线时,过三点可做出无数个平面.

点评 要深刻理解并正确表示三个公理的内涵.

例4 怎样用尺来检验墙面是否平?

答案 将直尺靠在墙上并任意移动,若看到直尺和墙面之间有空隙,就说明墙面不平,没有空隙,墙面就是平的.

例5 不共面的四点可以确定几个平面?

解析 不共面的四点中必定任意三点不共线(为什么?)借助公理3可解.

答案 设四点构成的集合 $\alpha = \{A, B, C, D\}$,当 A, B, C, D 四点不共面时,经过四点的平面是不存在的,但是 (A, B, C) 、 (B, C, D) 、 (C, D, A) 、 (A, B, D) 各可以确定一个平面,所以空间不共面的四点,可以确定四个平面.

例6 如图9.1-4,已知 $\triangle ABC$ 在平面 α 外,直线 AB, AC, BC 分别与 α 交于 E, F, G ,求证: E, F, G 三点共线.





课时详解

解题方法

证明三点共线,一般先证两点确定的直线是某两个平面的交线,再证第三个点是两平面的一个公共点.证明“点在直线”“三点共线”“三线共点”的命题,通常用公理 2.

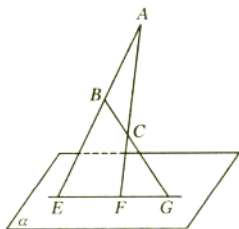


图 9.1-4

解析 要证明 E, F, G 三点共线,只需证明点 G 在 AB 与 AC 确定的平面 β 与 α 的交线上.

证明 设经过 AB, AC 的平面为 β ,

$\because AB, AC$ 分别与平面 α 相交于 E, F 两点,

$\therefore \beta \cap \alpha = \text{直线 } EF$.

又 $\because BC \cap \alpha = G$, 且直线 $BC \subset \beta$.

$\therefore G \in \text{直线 } EF = \beta \cap \alpha$. 即 E, F, G 三点共线.



课时作业

一、教材习题

练习(教材第 5~6 页)1~7 题.

二、补充习题

1. 下列说法中正确的一个是

()

A. 镜面是一个平面

B. 一个平面长 10 m, 宽 5 m

C. 两个平面的面积是其中一个平面面积的 2 倍

D. 所有的平面都是无限延展的

2. 下列说法中错误的是

()

A. 点 A 在平面 α 内记作 $A \in \alpha$

B. 平面是由它内部的所有点组成的集合

C. 平面是点的无限集

D. 平面图形是点的有限集

3. 下列画法正确的是

()



A



B



C



D

图 9.1-5

4. 如图 9.1-6 所示, 用符号语言可表述为

- A. $\alpha \cap \beta = m, n \subset \alpha, m \cap n = A$
 B. $\alpha \cap \beta = m, n \in \alpha, m \cap n = A$
 C. $\alpha \cap \beta = m, n \subset \alpha, A \subset m, A \subset n$
 D. $\alpha \cap \beta = m, n \in \alpha, A \in m, A \in n$

()

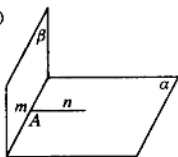


图 9.1-6

5. 不共面的 5 点可以确定_____个平面.

6. 三个平面可以把空间分成_____部分.

7. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 对角线 A_1C 与平面 BDC_1 交于点 O , AC 、 BD 交于点 M , 求证: 点 C_1 、 O 、 M 共线.

8. 已知四面体 $ABCD$ 中, E 、 H 分别是边 AB 、 AD 的中点, F 、 G 分别是边 BC 、 CD 上的点, 且 $\frac{CF}{CB} = \frac{CG}{CD} = \frac{2}{3}$ (如图 9.1-7 所示), 求证: 三条直线 EF 、 GH 、 AC 交于一点.

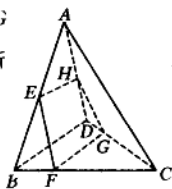


图 9.1-7

第 2 课时



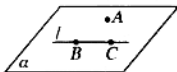
探索新知

学点 1 公理 3 的三个推论及其证明

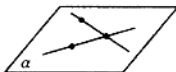
推论 1: 经过一条直线和直线外的一点有且只有一个平面. (如图 9.1-8(1))

推论 2: 经过两条相交直线有且只有一个平面. (如图 9.1-8(2))

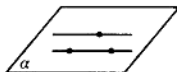
推论 3: 经过两条平行直线有且只有一个平面. (如图 9.1-8(3))



(1)



(2)



(3)

图 9.1-8

下面证明推论 1、推论 2、推论 3 请同学们仿照自行证明.

推论 1: 经过一条直线和直线外一点有且只有一个平面.

已知: 点 A 和直线 l , 且 $A \notin l$.





求证:过点 A 和直线 l 有且只有一个平面.

证明 (存在性): $\because A \notin l$, 在 l 上任取两点 B, C .

$\therefore$ 经过不共线三点 A, B, C 有一个平面 α . (公理 3)

$\therefore B \in \alpha, C \in \alpha, \therefore l \subset \alpha$. (公理 1)

$\therefore$ 经过点 A 和直线 l 有一个平面 α .

(惟一性) 如果经过点 A 和直线 l 的平面还有一个平面 β , 那么 $A \in \beta, l \subset \beta$

$\therefore B \in l, C \in l, \therefore B \in \beta, C \in \beta$ (公理 1)

故不共线的三点 A, B, C 既在平面 α 内又在平面 β 内,

$\therefore$ 平面 α 和平面 β 重合. (公理 3)

$\therefore$ 经过点 A 和直线 l 有且只有一个平面.

注: 有时“有且只有一个平面”我们也说“确定一个平面”.

下面我们证明推论 2: 经过两条相交直线有且只有一个平面.

已知: 直线 $a \cap$ 直线 $b = A$.

求证: 经过 a, b 有且只有一个平面.

证明: (1) 存在性的证明:

如图 9.1-9, 在 a, b 上分别取不同于点 A 的点 B, C , 得不在同一直线上的三点 A, B, C , 则过 A, B, C 三点有且只有一个平面 α (公理 3).

$\because A \in \alpha, B \in \alpha, A \in \alpha, B \in \alpha,$

$\therefore AB \subset \alpha$ 即 $a \subset \alpha$ (公理 1).

同理 $b \subset \alpha$.

$\therefore$ 平面 α 是经过相交直线 a, b 的一个平面.

(2) 惟一性的证明:

设过直线 a 和 b 还有另一个平面 β , 则 A, B, C 三点也一定都在平面 β 内.

$\therefore$ 过不共线三点 A, B, C 就有两个平面 α 和 β .

$\therefore$ 平面 α 与平面 β 重合.

$\therefore$ 过直线 a, b 的平面只有一个.

注: 这里证明惟一性时, 用的是“同一法”.

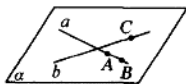


图 9.1-9

学点 2 平面的基本性质的应用

(1) 证明三点共线

在立体几何中, 证明三点共线, 通常是证明这三点同时在这两个相交平面内, 从而它们在这两个平面的交线上. 理论依据是公理 2. 如上课时中的例 6.

(2) 证明三线共点

在立体几何中证明三线共点的问题, 通常可以转化为证明三点共线的问题.