



优等生数学

主编 熊斌 朱华伟

如果说“奥数”是提供给4%的优等生
那么本书是提供给20%的优等生
如果你已经是优等生,不妨一读
如果你想成为优等生,不能不读

 华东师范大学出版社

六年级



主编 熊 斌 朱华伟

优生数学

王元 

六年级

★ 经典例题

★ 解题策略

★ 画龙点睛

★ 举一反三

★ 融会贯通

参编者 齐世荫 黄能容 胡凤元
文昌才 张京明 李继红

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

优等生数学. 六年级/熊斌, 朱华伟主编. —上海: 华东师范大学出版社, 2006. 6

ISBN 7-5617-4691-1

I. 优... II. ①熊...②朱... III. 数学课-小学-教学参考资料 IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 058593 号



优等生数学(六年级)

主 编 熊 斌 朱华伟
封面题辞 王 元
策划编辑 倪 明
组稿编辑 倪 明 徐惟简
文字编辑 严小敏
封面设计 卢晓红
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电 话 021-62450163 转各部 行政传真 021-62572105
网 址 www.ecnupress.com.cn www.hdsdbook.com.cn
市 场 部 传真 021-62860410 021-62602316
邮购零售 电话 021-62869887 021-54340188

印 刷 者 上海丽娃河印业发展有限公司
开 本 787×1092 16 开
插 页 1
印 张 12
字 数 196 千字
版 次 2006 年 6 月第一版
印 次 2006 年 6 月第一次
印 数 16000
书 号 ISBN 7-5617-4691-1/G·2741
定 价 14.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

序

如今,家长对子女的教育非常关注,希望他们在学习上成为优胜者,成为优生。

所谓的优生,既有绝对性,又有相对性。儿童们在共同学习过程中,自然有差异,学习成绩有高低之分。但就小学数学而言,只要有浓厚的兴趣、认真的学习态度和科学的学习方法,多数孩子能取得优良的数学成绩。

数学成绩不够理想而又喜欢数学的孩子,希望找到提高的途径;数学成绩优良的孩子,又会感到一般的课程内容吃不饱,希望学得更深入一些。《优生数学》这套书,可以帮助这部分孩子实现他们的心愿。

由朱华伟、熊斌等编写的这套书,以小学数学教学内容为依托,立足于学生基础知识进行拓展;以数学新课标为准绳,着眼于培养学生灵活运用知识的能力;以思维训练为核心,着重于培养学生的自主探究能力。

该书设计有很好的栏目:

“经典例题” 新颖独特,覆盖面广,趣味性强,具有代表性,有启迪作用;

“解题策略” 深入浅出,通俗易懂,情景生动,引人入胜,如循循善诱的老师上课;

“画龙点睛” 清晰的思路与诗情画意的标题融为一体,言简意赅地揭示解题的奥秘;

“举一反三” 提供了有层次性、发展性的题目,让学生在探索中有一种

“出乎预料之外，在乎情理之中”的感觉；

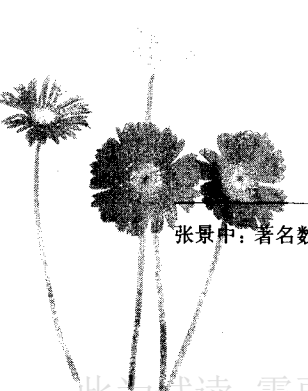
“融会贯通” 摘选了近几年国内外数学竞赛中的一些优秀试题和作者自编的一些题目，这些题目有一定的综合性和难度，可以帮助学生开阔视野，拓展思维。

这套书的例题和习题，难度不算大，题量不算多，如能认真对待每一道题，把每一道题目弄懂弄通，数学素质会有明显的提高。如果课余时间不多，在家长指导下品尝一些，也能开眼界，扩思路，提高对数学的兴趣。

愿更多的学生喜欢数学，取得优良的成绩。

张景中

2006年4月12日



张景中：著名数学家，中国科学院院士，中国教育数学学会理事长，中国科普作家协会理事长。



录

- 1 整数 1 是分水岭 /1
- 2 定律性质灵活用 /3
- 3 合理拆开繁为简 /5
- 4 整体约分好方便 /7
- 5 放大缩小观大概 /9
- 6 确定范围再尝试 /11
- 7 埃及分数要了解 /14
- 8 拆分分数有窍门 /16
- 9 有限无限看二五 /19
- 10 循环小数化分数 /21
- 11 一串分数要分群 /23
- 12 重新组合分数串 /26
- 13 定义运算练能力 /30
- 14 分数数列巧求和 /32
- 15 交叉约分多巧妙 /34
- 16 繁分化简要分步 /36
- 17 $\overline{abcd}$ 可拆开 /38
- 18 整数 11 特殊值 /40
- 19 叙述故事抓本质 /42
- 20 余数应比除数小 /45
- 21 余数分类可搭配 /47
- 22 积的个位突破口 /49
- 23 数与分率要对应 /52
- 24 生活中的百分数 /55
- 25 分开工作变合作 /57
- 26 注水排水细分段 /60
- 27 牛顿分析牛吃草 /63
- 28 吃草问题现代化 /66
- 29 循环相遇看整体 /68
- 30 追及相遇抓间隔 /70
- 31 环形跑道用周长 /72
- 32 水上航行和与差 /74
- 33 火车车长是关键 /77
- 34 分针时针多角度 /79

- 35 配制糖水方法多 /82
- 36 浓度配比用反比 /84
- 37 商品出售要利润 /86
- 38 周长弧长有区别 /88
- 39 大圆小圆比面积 /90
- 40 圆心角度是关键 /92
- 41 组合图形可分解 /94
- 42 半径两倍高四倍 /96
- 43 锥形源于生活中 /99
- 44 体积没变形在变 /101
- 45 游戏规则要公平 /103
- 46 统计图表真清晰 /106
- 47 比的性质连比用 /109
- 48 比例分配最合理 /111
- 49 内项外项积相等 /113
- 50 比与比例不分家 /115
- 51 时间工效要分明 /117
- 52 路程速度成正比 /119
- 53 特殊体积比例解 /121
- 54 等高面积线段比 /123
- 55 公共条件是桥梁 /126
- 56 对应转化体积比 /128
- 57 合理分类好计数 /130
- 58 条条道路通北京 /132
- 59 重复计数要排除 /134
- 60 最大最小先探索 /136
- 61 极端思想经常用 /139
- 62 倒过来想好简单 /141
- 63 执果寻因是逆推 /143
- 64 数的排列有规律 /145
- 65 复杂问题简单化 /147
- 66 猴子骑车巧安排 /149
- 67 逻辑推理多假设 /151
- 68 马琳王皓争冠军 /153

参考答案 /155



1

整数 1 是分水岭

日常生活中的许多数量需要通过比较大小,从而得出判断,做出决策. 同学们一定学过了许多比较数的大小的方法. 这里我们将介绍用整数 1 作为“分水岭”和求倒数等几种特殊方法来比较两个算式的大小.



经典例题

试比较: $\underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{2008 \text{ 个 } 2}$ 与 $\underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{1255 \text{ 个 } 3}$ 的大小.



解题策略

如果把两个数的积求出来再比较,这是很不现实的. 我们先看这样一个事实: 两个数 A 和 B , 如果 $\frac{A}{B} > 1$, 则 $A > B$; 如果 $\frac{A}{B} < 1$, 则 $A < B$.

令 $A = \underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{2008 \text{ 个 } 2}$, $B = \underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{1255 \text{ 个 } 3}$.

因为 $2008 = 8 \times 251$, $1255 = 5 \times 251$, 又因为

$$\frac{\overbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}^{8 \text{ 个 } 2}}{\underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{5 \text{ 个 } 3}} = \frac{256}{243} > 1,$$

而 251 个大于 1 的数连乘, 所得的积一定大于 1, 所以

$$\frac{A}{B} = \frac{\overbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}^{8 \text{ 个 } 2}}{\underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{5 \text{ 个 } 3}} \times \frac{\overbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}^{8 \text{ 个 } 2}}{\underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{5 \text{ 个 } 3}} \times \cdots \times \frac{\overbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}^{8 \text{ 个 } 2}}{\underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{5 \text{ 个 } 3}} > 1.$$

因此 $A > B$, 即 $\underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{2008 \text{ 个 } 2} > \underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{1255 \text{ 个 } 3}$.



画龙点睛

1. 比较大小的技巧有很多: 如求两数的商(通常找标准量)、比较被除

数与除数的大小、求倒数(倒数大的反而小)的方法比较、通分子比较分母的大小等等。

2. 选择方法的前提是要仔细观察每个数的特点,数与数要进行比较,找出它们的联系点,这样才能灵活运用方法,快速又准确地判断。



举一反三

1. 比较: $\frac{2005}{2006}$ 、 $\frac{2006}{2007}$ 和 $\frac{2007}{2008}$ 三个数的大小。

2. 比较: $\frac{1111}{11111}$ 和 $\frac{11111}{111111}$ 的大小。

3. 将下列分数由小到大排列起来。

$$\frac{5}{6} \quad \frac{12}{19} \quad \frac{10}{23} \quad \frac{4}{7} \quad \frac{15}{22}$$



融会贯通

4. 分别有两个红色的圆和黄色的圆,红色圆的直径分别是 2008 cm 和 1949 cm,黄色圆的直径分别是 2006 cm 和 1951 cm. 请问:两个红色圆的周长和大,还是两个黄色圆的周长和大?

你想数学考 100 分吗? 那么, 计算必须过关, 能力必须提高. 计算除了细心以外, 还要能灵活运用计算的各种性质、定律, 掌握必要的技巧, 这样才能如愿以偿.



经典例题

计算: $(1.2 \times 2.4 \times 4.8 + 2 \times 4 \times 8 + \frac{1}{13} \times \frac{2}{13} \times \frac{4}{13}) \div (1.2 \times 3.6 \times 10.8 + 2 \times 6 \times 18 + \frac{1}{13} \times \frac{3}{13} \times \frac{9}{13})$.



解题策略

按照运算顺序计算太麻烦了. 仔细观察发现每一项中都有因数 $1 \times 2 \times 4$ 或 $1 \times 3 \times 9$. 把原式改变成繁分数, 分别逆用乘法分配律提取公因数 $1 \times 2 \times 4$ 或 $1 \times 3 \times 9$.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{1.2 \times 2.4 \times 4.8 + 2 \times 4 \times 8 + \frac{1}{13} \times \frac{2}{13} \times \frac{4}{13}}{1.2 \times 3.6 \times 10.8 + 2 \times 6 \times 18 + \frac{1}{13} \times \frac{3}{13} \times \frac{9}{13}} \\ &= \frac{1.2^3 \times (1 \times 2 \times 4) + 2^3 \times (1 \times 2 \times 4) + \left(\frac{1}{13}\right)^3 \times (1 \times 2 \times 4)}{1.2^3 \times (1 \times 3 \times 9) + 2^3 \times (1 \times 3 \times 9) + \left(\frac{1}{13}\right)^3 \times (1 \times 3 \times 9)} \\ &= \frac{(1 \times 2 \times 4) \times \left[1.2^3 + 2^3 + \left(\frac{1}{13}\right)^3\right]}{(1 \times 3 \times 9) \times \left[1.2^3 + 2^3 + \left(\frac{1}{13}\right)^3\right]} = \frac{1 \times 2 \times 4}{1 \times 3 \times 9} = \frac{8}{27}. \end{aligned}$$



画龙点睛

1. 对运用加法的交换律、结合律, 乘法的交换律、结合律、分配律, 分数

的基本性质,比的基本性质等来简化计算的基本策略要很熟练.

2. 只有仔细观察算式中数与数之间的联系,才能找准对应的性质、定律,从而正确计算.

3. 要善于观察式子中各部分数的特点,学会改变它的呈现方式,使它纳入已知或熟悉的知识结构中.



举一反三

1. 计算: $(2 - \frac{13}{42} \times 4) + (12 - \frac{13}{42} \times 8) + (4 - \frac{13}{42} \times 6) + (6 - \frac{13}{42} \times 10) + (10 - \frac{13}{42} \times 12) + (8 - \frac{13}{42} \times 2).$

2. 计算: $8.15 \times 158 + 67.6 \times 18.5 + 81.5 \times 51.8.$

3. 计算: $235 \times 12.1 + 235 \times 42.2 - 135 \times 54.3.$



融会贯通

4. 计算: $3\frac{3}{4} \times 735 - 0.375 \times 5730 + 16.2 \times 62.5.$



有些带分数,如果把它化成假分数之后再进行乘、除或其他运算,那就很麻烦.假如能合理拆分,就能化繁为简.



经典例题

计算: $161\frac{41}{59} \div 53$.



解题策略

把带分数 $161\frac{41}{59}$ 化为 53 的倍数加上一个带分数,然后再用一些计算性质即可简化计算.

$$\begin{aligned}
 & 161\frac{41}{59} \div 53 \\
 &= \left(53 \times 3 + 2\frac{41}{59} \right) \div 53 \\
 &= \left(53 \times 3 + \frac{159}{59} \right) \times \frac{1}{53} \\
 &= 53 \times 3 \times \frac{1}{53} + \frac{53 \times 3}{59} \times \frac{1}{53} \\
 &= 3 + \frac{3}{59} \\
 &= 3\frac{3}{59}.
 \end{aligned}$$



画龙点睛

解答这类题的关键是观察除数与带分数部分的倍数关系,合理地拆开带分数,运用定律、性质进行简便运算.



举一反三

1. 计算: $456 \div 456 \frac{456}{457}$.

2. 计算: $56 \frac{1}{13} \div 27$.

3. 计算: $333 \frac{111}{112} \div 37 \times \frac{56}{81}$.



融会贯通

4. 计算: $20\ 062\ 007 \times 20\ 072\ 006 - 20\ 062\ 006 \times 20\ 072\ 007$.



有些除法可转化为分数,如果分子、分母中有相同的“式子因数”,我们可把它们看作一个整体直接约分,使计算简便.



经典例题

$$\text{计算: } \left(2\frac{2}{9} + 3\frac{4}{7} + 1\frac{4}{11} \right) \div \left(\frac{3}{11} + \frac{5}{7} + \frac{4}{9} \right).$$



解题策略

按步计算较麻烦,第一可以把除号改成分数线,第二可以把 $\left(\frac{3}{11} + \frac{5}{7} + \frac{4}{9} \right)$ 的和看作一个数参与运算.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{\frac{20}{9} + \frac{25}{7} + \frac{15}{11}}{\frac{3}{11} + \frac{5}{7} + \frac{4}{9}} \\ &= \frac{\frac{3}{11} \times 5 + \frac{5}{7} \times 5 + \frac{4}{9} \times 5}{\frac{3}{11} + \frac{5}{7} + \frac{4}{9}} \\ &= \frac{5 \times \left(\frac{3}{11} + \frac{5}{7} + \frac{4}{9} \right)}{\frac{3}{11} + \frac{5}{7} + \frac{4}{9}} \\ &= 5. \end{aligned}$$



画龙点睛

1. 要根据数的特点,把几个分数的和或差看作一个整体参与运算.
2. 把除法算式转化成分数或繁分数时,式子相同的因数也可以约分.



举一反三

1. 计算: $(9\frac{6}{17} + 5\frac{14}{29}) \div (\frac{6}{17} + \frac{6}{29})$.

2. 计算: $(96\frac{63}{73} + 36\frac{24}{25}) \div (32\frac{21}{73} + 12\frac{8}{25})$.

3. 计算: $(362 + 548 \times 361) \div (362 \times 548 - 186)$.



融会贯通

4. 计算: $(6\frac{117}{665} + 8\frac{1112}{1995}) \div \frac{1}{5\frac{1}{13} + 3\frac{13}{17} + \frac{41}{221}}$.



在日常生活中,有些数量只需要知道一个大概数,没有必要精确计算,因而估算和估计在生活实践和数学解题中有着广泛的运用.但是有些估算就像斗大的馒头无从下口,如果掌握了一些方法和技巧就不会无所适从了.



经典例题

求出算式 $\frac{0.12345\cdots 495051}{0.515049\cdots 54321}$ 在表示为小数时,十分位、百分位和千分位上的数.



解题策略

假如能知道这个比值在某两个小数之间,而这个小数的小数部分前三位数字相同的话,那问题就解决了.因此我们将这个算式的分子、分母进行“放大缩小”(让小的尽量大,让大的尽量小).

用 a 表示这个比的比值,现尝试分子取四位小数,分母分别取一位、两位……如

$$\frac{0.1234}{0.6} < a < \frac{0.1235}{0.5},$$

即

$$0.2056\cdots < a < 0.247.$$

这样无法确定前三位小数,是因为放缩尺度太大的缘故,所以就要调整分子、分母的位数,最后将得到:

分子取五位小数,分母取三位小数,进行放缩,得

$$\frac{0.12345}{0.516} < a < \frac{0.12346}{0.515},$$

即

$$0.2392\cdots < a < 0.2397\cdots$$

所以 a 的前三位小数是 0.239.



画龙点睛

方法一：省略尾数，取近似值，即观大概。

方法二：放大与缩小，即把取值范围放大或缩小来确定估算结果。

方法三：根据条件估计一定的范围，把“网”撒下，再逐步收“网”取“鱼”。



举一反三

1. 不用计算，估计“ $0.498768 \times 20 + \frac{1}{2} \times 10.03$ ”的结果接近哪个整数？

2. 31.719×1.2798 的整数部分是多少？

3. 已知 $\frac{a}{21} < \frac{2}{7} < \frac{a+1}{20}$ ， a 是自然数，求 a 。



融会贯通

4. 老师在黑板上写了 13 个自然数，让小明计算平均数（保留两位小数），小明计算出的答案是 12.43，老师说最后一位数字错了，其他的数字都对。请问：准确答案应该是多少？