

DAXUE WULI SHIYAN

大学物理实验

◆主编 王佳菱 莫长涛

◆主审 王选章

04-33

哈尔滨工程大学出版社

04-33

148

大学物理实验

主编 王佳菱 莫长涛

主审 王选章

哈尔滨工程大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/王佳菱,莫长涛主编.—哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2005
ISBN 7-81073-692-2

I.大… II.①王…②莫… III.物理学-实验-高等学校-教材 IV.O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 054134 号

内 容 简 介

本书是根据高等工科院校物理实验课程教学基本要求,结合哈尔滨商业大学多年的教学实践经验编写而成的。全书内容广泛,共收入 30 个实验。这些实验分布在力学、热学、电磁学、光学和近代物理等方面,其中有不少是综合性、设计性的实验。书中介绍了误差及数据处理的基本知识,归纳了有关测量器具、测量方法的表格,概括介绍了与各种基本物理量的测量有关的一般知识,另外还在全书最后附有物理常量表。本书对有关的实验方法及其原理的叙述力求繁简适当、深入浅出。

本书适合作为高等院校理工科各专业的物理实验课程的教材或参考书,也可供涉及物理学的广大科技工作者参考。

哈尔滨工程大学出版社出版发行
哈尔滨市南通大街145号 哈尔滨工程大学11号楼
发行部电话:(0451)82519328 邮编:150001
新华书店经销
肇东粮食印刷厂印刷

*

开本 787mm×960mm 1/16 印张 14 字数 294 千字

2005 年 5 月第 1 版 2005 年 5 月第 1 次印刷

印数:1—3 000 册

定价:22.00 元

前 言

大学物理实验课程是理工院校学生必修的一门重要基础实验课程。本书是按照教育部高等学校物理课程教学指导委员会制定的《高等工科大学物理实验课程教学基本要求》，根据《重点高等学校工科物理实验课程教学改革指南》的精神，在哈尔滨商业大学多年来使用的《大学物理实验讲义》的基础上进行了全面的修改和补充而成的。

大学物理实验课是一门独立设置的全面系统的实验课程，它既要找到合适的起点又要与后续课程相接轨；既要理论联系实际，又要拓宽到实验素养的培养和提高。因此，本书在编排上依然按照物理学学科的内容来安排。为了培养现代理工科人才，我们在精选、改造、充实了那些对物理学本身来说是基本内容的实验的同时，一方面适当增添了一些近代技术、综合性实验和设计性实验，另一方面还考虑了物理原理在工程技术中的应用，并且增设了在工程技术中有用的物理实验内容和方法。为了使大学物理实验课程能够更好地适应新世纪人才培养模式的需要，我们注重在传授基本实验知识的同时，突出能力的培养和创新精神的开拓。

为了通过实验使学生更好地掌握和运用物理理论知识，我们对每个实验的原理都力求深入浅出地做出简明扼要的论述；为了使学生步入实验后可以很快地达到可以自己设计实验的目的，我们在大多数实验中还介绍了主要仪器的原理、使用方法和实验方法；为了使学生在进行实验时可以认真准备、积极思考，我们还在一些实验的篇末给出了思考题，从而给学生在课内外留下了思考空间和回味的余地。

本书是随着实验室的建设和发展而逐渐完善的，在多年教学实践的过程中，做了多次的调整、修正、拓展和提高。在这本书中凝聚了诸多教师和实验技术人员的智慧与劳动，这是集体创作的结晶，应该说这里的每个题目中都有许多同志先后的贡献，而这贡献是难以在这里完全记载的。参加过原实验讲义编写工作的主要人员除此次参加改编者外还有谌悦逊、陈致国、吴宝璋、李伟生、宋立然、张秀珍、刘淑芳、张黎丽、罗建奋、谌莉等。参加本书改编和修订工作的是王佳菱(绪论,实验1,实验2,实验5,实验8,实验9,实验17,实验18,实验19,实验20,实验21,实验24)、莫长涛(实验6,实验7,实验10,实验11,实验12,实验13,实验22,实验23,实验25,实验26,实验27,实验28,实验29,实验30,力学实验预备知识,电学实验预备知识,光学实验预备知识,附录)、郭发展(实验3,实验14,实验15)、王会立(实验4,实验16)。本书由王佳

菱、莫长涛统稿,由哈尔滨师范大学王选章教授主审。

在本书付梓之际,我们对在此书前期工作中付出辛勤劳动的所有同志表示由衷的感谢。在本书的编写过程中我们学习和借鉴了兄弟院校的教材,在此我们一并表示衷心的感谢。本书中难免有疏漏和错误之处,祈使用和参阅本书的教师和读者不吝指正。

编 者

2005年5月

目 录

绪 论	1
0.1 物理实验课的地位、目的和主要教学环节	1
0.2 物理实验的观察和观察的方法	3
0.3 物理量的测量及测量误差的基本知识	4
0.4 有效数字及其运算规则	8
0.5 实验数据的列表法、图示法和图解法	11
第 1 章 力学和热学	15
力学实验预备知识	15
实验 1 扭摆法测刚体转动惯量	21
实验 2 气轨上的实验	27
实验 3 空气比热容比的测定	36
实验 4 声速的测定	40
实验 5 液体表面张力系数的测定	47
实验 6 抛射体运动的照相法研究	51
第 2 章 电磁学实验	58
电磁学实验预备知识	58
实验 7 用模拟法测绘静电场	66
实验 8 示波器的使用和原理	71
实验 9 电子电荷的测定(密立根油滴法)	83
实验 10 用纵向磁聚焦法测定电子荷质比	91
实验 11 霍耳效应实验	96
实验 12 霍耳传感器测量铁磁材料的磁滞回线和磁化曲线	103
实验 13 用示波器测动态磁滞回线	108
实验 14 电表的扩程改装与校准(设计性)	112
实验 15 电阻的伏安特性曲线(设计性)	115
第 3 章 光学实验	117
光学实验预备知识	117
实验 16 等厚干涉的应用	120
实验 17 光栅衍射测波长	127

实验 18	迈克尔逊干涉仪	131
实验 19	分光仪的调整和使用	138
实验 20	棱镜材料折射率的测定	146
实验 21	液体折射率和旋光率的测定	149
实验 22	照相技术	156
实验 23	数码相机的使用与图像处理	168
第 4 章	近代技术与综合性实验	172
实验 24	激光全息照相	172
实验 25	衍射光栅的设计制作	176
实验 26	夫兰克 - 赫兹实验	182
实验 27	光电效应测定普朗克常量	187
实验 28	光纤传感器测温度	194
实验 29	高温超导实验	197
实验 30	核磁共振	201
附录	物理学常量表	210

绪 论

0.1 物理实验课的地位、目的和主要教学环节

0.1.1 物理实验课的地位

物理学从本质上说是一门实验科学,物理规律的研究都以严密的实验事实为基础,并且在不断受到实验的检验。在物理学的发展中,物理实验一直起着重要作用,今后在探索和开拓新的科技领域中,物理实验仍然是有力的工具。在大学里,物理实验课是对学生进行科学实验基础训练的一门重要课程,是继物理学讲课之后单独开设的一门实验课程。它不仅可以加深对理论的理解,更重要的是使学生获得基本的实验知识,在实验方法和技能诸方面得到较为系统、严格的训练。可以说,物理实验课是大学里学习或从事科学实验的起步。同时,在培养科学工作者的良好素质及科学世界观方面,物理实验也起着潜移默化的作用。因此,学好物理实验对于高等学校理工科的学生是十分重要的。

0.1.2 物理实验课的目的

1. 通过对物理实验现象的观测和分析,学习运用理论指导实验、分析和解决实验中问题的方法,从理论和实际的结合上加深对理论的理解。

2. 培养学生从事科学实验的初步能力。这些能力是指:通过阅读教材或资料,能概括出实验原理和方法的要点;正确使用基础实验仪器,掌握基本物理量的测量方法和实验操作技能;正确记录和处理数据,分析实验结果和撰写实验报告;自行设计和完成某些不太复杂的实验任务等等。

3. 培养学生实事求是的科学态度,严谨踏实的工作作风,勇于探索、坚韧不拔的钻研精神,以及遵守纪律、团结协作、爱护公物的优良品德。

0.1.3 物理实验课的主要教学环节

为达到物理实验课的目的,学生应重视物理实验教学的三个重要环节。

1. 实验预习

课前要仔细阅读实验教材或有关的资料,基本弄懂实验所用的原理和方法,并学会从中整

理出主要实验条件、实验关键及实验注意事项,根据实验任务画好记录数据的表格。有些实验还要求学生课前自拟实验方案,自己设计线路图或光路图,自拟数据表格等。因此,课前预习的好坏是实验中能否取得主动的关键。

2. 实验操作

学生进入实验室后应遵守实验室规则:按照一个科学工作者那样要求自己。并井井有条地布置仪器,安全操作,细心观察实验现象,认真钻研和探索实验中的问题。不要期望实验工作会一帆风顺,在遇到问题时,应看做是学习的良机,冷静地分析和处理它。仪器发生故障时,也要在教师指导下学习排除故障的方法。总之,要将着重点放在实验能力的培养上,而不是测出几个数据就以为完成了任务。对实验数据要严肃对待,要用钢笔和圆珠笔记录原始数据。如确是记错了,也不要涂改,应轻轻划上一道,在旁边写上正确值(错误多的,需重新记录),使正误数据都能清晰可辨,以供在分析测量结果和误差时参考。不要用铅笔记录原始数据,给自己留有涂抹的余地,也不要先草记在另外的纸上再誊写在数据表格里,这样容易出错,况且,这已不是“原始记录”了。希望同学注意纠正自己的不良习惯,从一开始就不断培养良好的科学作风。实验结束时,将实验数据交教师审阅签字,整理还原仪器后方可离开实验室。

3. 实验总结

实验后要对实验数据及时进行处理。如果原始记录删改较多,应加以整理,对重要的数据要重新列表。数据处理过程包括计算、作图、误差分析等。计算要有计算式(或计算举例),代入的数据都要有根据,便于别人看懂,也便于自己检查。作图要按作图规则,图线要规矩、美观。数据处理后应给出实验结果。最后要求撰写出一份简洁、明了、工整、有见解的实验报告。这是每一个大学生必须具备的报告工作成果的能力。

实验报告内容包括:

(1) 实验名称

(2) 实验目的

(3) 实验原理

简要叙述有关物理内容(包括电路图、光路图或实验装置示意图)及测量中依据的主要公式,式中各量的物理含义及单位,公式成立所应满足的实验条件等。

(4) 实验步骤

根据实际的实验过程写明关键步骤和安全注意要点。

(5) 数据表格与数据处理

记录中应有仪器编号、规格及完整的实验数据。要完成数据计算、曲线的绘制及误差分析。最后写明实验结果。

(6) 小结或讨论

内容不限,可以是实验中现象的分析,对实验关键问题的研究体会,实验的收获和建议,也可解答思考题。

0.2 物理实验的观察和观察的方法

实验需要测量,但首先需要感知,运用实验者的感觉器官对实验现象进行感知和通过测试仪器进行显示。实验的观察是实验过程中内容最丰富、思想最活跃、最具有特色的部分。通过观察由表及里、由此及彼,丰富测量数据的物理内涵。一个较有修养的实验者也是一位具有较敏锐洞察能力的人,他从感觉中去思考又从思考中去分析、去总结、去认识、去发现。

任何事物和规律都是通过相应的现象表现出来的,实验就是通过对这些现象的观察和测量来认识它们的,所以整个实验过程离不开观察。是否重视实验的观察也正是反映实验者的实验素养。观察所得信息越全面、越本质,人们对事物及其规律的认识才越深刻、越正确。

统观物理学史上充满着激动人心的一系列著名发现的记载,这固然有它历史的必然性和时代背景,但与科学家本人的丰富知识和实验素质,善于继承前人的工作,集中各种有利因素,艰苦顽强的劳动所分不开。他们有的按着预定的目标一步步地通过实验观察取得重要发现,有的抓住机遇凭着敏锐的洞察力取得意外的发现,其共同之处在于他们懂得观察并善于观察。一个有设想的实验者和一个无设想的盲目实验者,其水平和得益往往是天壤之别。

这里介绍几种常用的观察方法。

0.2.1 统观性观察

实验前,实验者对实验的目的、要求和实验原理已有了一个初步的了解,对实验进行的程序也已有了一个设想。在实验开始时按这种理性认识将整个实验从头到尾粗略地粗做一遍,统观一下实验的全过程,其目的就是要将已有的理性认识和实际情况迅速地联系起来,使对实验的全貌有一个整体的认识。在这一过程中,观察是粗略的,对仪器可暂不做精细的调整,但应知道调整的作用和可能出现的现象,看一看有没有问题,一切正常不正常。这样做既可以做到心中有数,又可以使实验者消除预习中的某些疑虑,更重要的是使实验者获得整个实验的整体观念。有利于实验者主观能动性的发挥和进一步细致观察与认真测量。

0.2.2 变动性观察

运动是物理思维中的又一特点。对象只有在运动中才能充分表现出其种种属性、特征和与其它事物间的相互关系。电场与磁场间的关系就是很明显的一个例子。如果仅仅观察对象的静态表现则认识范围就必定有限,若要扩大认识范围,应必须进行变动性观察。即有意识地改变某个物理量的大小,改变某个实验条件或改变实验的状态,以观察它们对研究对象的影响,从而加深对实验原理、条件的理解,有助于实验者认识到为什么要这样做而不能那样做的道理。

0.2.3 对比性观察

如果统观性观察和变动性观察可视为带有一定因果关系的纵向观察,那么对比性观察就可看做是一种横向观察,即用不同的原理、方法或现象来表现同一物理内容,然后对它们进行比较,实际上它已带有扩展实验内容的含义。例如,用单色光观察到干涉图样后,换一个白炽灯观察其干涉现象,然后进行比较。又如自准直法测透镜焦距,用两次成像法观测透镜焦距,然后对它们的结果进行比较。再如用伏安法测电阻和用电位差计替代伏特计进行测量比较,其结果将会如何?这种在比较中进行鉴别的方法是科学实验中常用的观察方法之一。

0.3 物理量的测量及测量误差的基本知识

物理实验的定性观察和定量测试是不可分割的两个方面。为了揭示物理量间的内在数量关系,我们要运用测量器具对物理量进行测量,在进行测量的时候,总会有误差。这是由于测量器具、测量环境、测量人员、测量方法等不理想,使得测量结果与真值间总会有一定的差异。对同一量测量两次,结果并不一致,这就证明了这一点。随着科学技术的发展,误差可以愈来愈小,但仍然还会有误差。

误差理论是计量科学的重要组成部分。本课程仅仅应用数理统计的一些有关结论和误差理论中的一些思想方法来处理物理实验中的一些问题,使同学们在误差理论的学习中有个良好的开端。

在测量误差学习中主要解决:

- ①正确分析误差,消减系统误差到最低程度,合理测量、合理记录实验数据;
- ②正确处理测量数据,以便得到接近于真值的最佳结果;
- ③合理评价测量结果的误差,写出测量结果的最终表达式;
- ④在设计性实验中,指导合理选择测量器具、测量方法和测量条件,以便得到最佳的结果。它贯穿于整个实验之中,希望同学们不断地深入领会,提高实验素养。

0.3.1 测量的分类

测量分直接测量和间接测量两种。

直接测量是直接对待测物理量与选定的同类物理量的标准单位相比较直接得到测量值大小的一种测量。它不必进行任何函数运算。如用米尺测量长度、用量筒测量液体的体积、用等臂天平称衡物质的质量、用电表测量电流或电压,以及用计时器计时等等的测量皆属直接测量。

间接测量是指经过测量与被测量有函数关系的其它量,再经运算得到测量值大小的一种

测量。如通过测量长度确定矩形面积,通过平动物体的位移和时间的测量确定其平均速度等等的测量则属间接测量。

0.3.2 误差的定义和分类

无论哪种测量,其测量值与被测量值之间总是存在着一定的差异。我们定义测量值与被测量值之差为测量误差,即

$$\text{误差} = \text{测量值} - \text{真值}$$

它不但反映了测量值偏离真值的大小,而且还反映了测量值是比真值大还是比真值小。由于是与真值相比较,故又有绝对误差之称,简称误差。

被测量的真值是指在一定时间、一定状态下,被测量客观存在的真实大小。它是个理想的概念。它包含:理论真值、公认真值、计量学的约定真值和标准器相对真值。但在多数情况下,特别是在研究性的实验中,被测量的真值往往都是未知的,实验目的就是采用科学的方法测得其“真值”,探索其规律。

误差按其性质可分为:系统误差和测量误差两类。

1. 系统误差

由于仪器的固有缺陷、环境影响、个人习惯以及理论方法近似等原因,使得测量值与真值相比较有固定的或按一定规律变化的偏差。

例如:螺旋测微计的测物触头磨损;在 $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ 下标定的标准电阻在温度很高的情况下使用;实验者使用秒表习惯于落后;在单摆测重力加速度的实验中利用公式 $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ 应使摆角很小,但实验中摆角较大。

系统误差不能通过多次测量消除,但只要找到其产生的原因可采取适当措施加以消除或减少,如校正仪器、改进测量方法或对测量结果进行理论上的修正等。

2. 偶然误差

由于偶然的或不确定的因素所造成的测量值的无规则的涨落,称为偶然误差,也称随机误差。偶然误差存在于任何测量中。

产生偶然误差的原因可能是由于测量者的感官灵敏度,或仪器的精密程度,或周围环境存在一些干扰因素等。至于测量者对理论理解的不正确而进行了错误的操作,或对仪器不熟悉而读错,或实验者不细心而产生记错、算错,这些不能算做偶然误差,应将这些错值剔除。

偶然误差的特点是在相同的条件下对同一物理量多次测量,每一次测量值偏大或偏小是不确定的,但它们的总体遵从一定的统计规律。通常,比真值大的测量值和比真值小的测量值出现的几率近于相等;误差较小的测量值比误差较大的测量值出现的几率大;在给定的测量条件下,偶然误差落在一定的范围内。

前面介绍了测量误差的基本概念,下面着重讨论偶然误差的计算。

0.3.3 直接测量结果的误差表示

在某些比较简单的测量中,可用仪器误差(通常取仪器精度的一半)或估计误差来表示测量结果的误差限值。这种表示常用于一次测量。

当在相同的条件下,对某物理量测量 n 次,测量值分别为 $N_1, N_2, \dots, N_n$, 则

$$\bar{N} = \frac{N_1 + N_2 + \dots + N_n}{n} = \frac{\sum N_i}{n}$$

称为该物理量测量值的平均值。当测量次数 n 无限增大时 $\bar{N}$ 将接近该物理量的真值 N (实验中没有必要无限增大测量次数)。 $N_i - \bar{N}$ 称为偏差,其平均值

$$\overline{\Delta N} = \sum |N_i - \bar{N}| / n \quad (0-1)$$

称为平均绝对误差,简称平均差。

在一般的、比较粗略的表示测量误差时,就可以把结果写成

$$N = \bar{N} \pm \overline{\Delta N} \quad (0-2)$$

在科学文献、工程技术、学术交流中更普遍采用统计误差公式

$$\overline{\sigma_N} = \sqrt{\frac{\sum (N_i - \bar{N})^2}{n(n-1)}} \quad (0-3)$$

称为平均值的标准差,表示测量误差的结果为

$$N = \bar{N} \pm \overline{\sigma_N} \quad (0-4)$$

上式虽可表示测量的优劣,但尚不全面,通常还需引入相对误差

$$\frac{\overline{\Delta N}}{\bar{N}} (\times 100\%)$$

或

$$\frac{\overline{\sigma_N}}{\bar{N}} (\times 100\%) \quad (0-5)$$

有时为了区别式(0-5)的相对误差,将式(0-1)、式(0-3)的误差称为绝对误差。测量结果应写成下面的形式:

用标准差表示

$$\left. \begin{aligned} N &= \bar{N} \pm \overline{\sigma_N} \\ \frac{\overline{\sigma_N}}{\bar{N}} (\times 100\%) \end{aligned} \right\} \quad (0-6)$$

用平均差表示

$$\left. \begin{aligned} N &= \bar{N} \pm \overline{\Delta N} \\ \frac{\overline{\Delta N}}{\bar{N}} (\times 100\%) \end{aligned} \right\} \quad (0-7)$$

0.3.4 间接测量的误差计算

实验中,许多物理量并非直接测量的量,它可能由多个直接测量的量组成。如圆柱形的铁块,密度 $\rho = \frac{4m}{\pi D^2 H}$,式中:质量 m 、直径 D 及高度 H 为直接测量的量;密度 ρ 为间接测量的量。

如间接测量的量 N 是几个直接测量的量 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的函数,即

$$N = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (0-8)$$

对上式求微分,有

$$dN = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n \quad (0-9)$$

式(0-9)就是间接测量的误差传递公式。 dx_i 为直接测量量的误差, $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ 为误差传递系数。类似前面的误差表示方法,这里也可采用两种计算方法。

1. 算术合成(传递)公式

$$\Delta N = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 \right| + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \right| \quad (0-10)$$

ΔN 是间接测量量可能具有的最大误差,用在一般的、比较粗略的误差计算中。

2. 标准偏差合成公式

$$\sigma_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^2 \sigma_{x_n}^2} \quad (0-11)$$

如用算术合成公式,最后结果写成前面的式(0-7)的形式。如用标准偏差合成公式,最后结果写成式(0-6)的形式。不论用哪种形式,最后的误差 ΔN 或 σ_N 取一位有效数字即可,相对误差取一位或二位。

如果用统计方法获得的偶然误差比系统误差仪器误差小,可采用仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$ 代替统计误差 ΔN ;或取仪器误差按正态分布 $\frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}}$ 作为非统计误差 u_j ,再与统计误差 s_i 合成,得 $\sigma_N =$

$\sqrt{s_i^2 + u_j^2}$ 。最后将这样处理的结果代入到式(0-7)或式(0-6)中去,使结果更为合理完善。

目前国际上推广以不确定度表示误差。用统计方法得到的误差,用 s_i 表示,称为 A 类;统计方法以外的误差,用 u_j 表示,称为 B 类。合成后的 $\sqrt{s_i^2 + u_j^2}$ 称为不确定度。

常用函数的误差传递公式如表 0-1 所示。

表 0-1 常用函数的误差传递公式

函数表达式	算术合成公式	标准偏差传递(合成)公式
$N = x + y$	$\Delta N = \Delta x + \Delta y$	$\sigma_N = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$
$N = x - y$	$\Delta N = \Delta x + \Delta y$	$\sigma_N = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$
$N = xy$	$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$	$\frac{\sigma_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}$
$N = \frac{x}{y}$	$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$	$\frac{\sigma_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}$
$N = \frac{x^k y^m}{z^n}$	$\frac{\Delta N}{N} = k \frac{\Delta x}{x} + m \frac{\Delta y}{y} + n \frac{\Delta z}{z}$	$\frac{\sigma_N}{N} = \sqrt{k^2 \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + m^2 \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 + n^2 \left(\frac{\sigma_z}{z}\right)^2}$
$N = kx$	$\Delta N = k\Delta x, \frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta x}{x}$	$\sigma_N = k\sigma_x, \frac{\sigma_N}{N} = \frac{\sigma_x}{x}$
$N = \sqrt[k]{x}$	$\frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{k} \frac{\Delta x}{x}$	$\frac{\sigma_N}{N} = \frac{1}{k} \frac{\sigma_x}{x}$
$N = \sin x$	$\Delta N = \cos x \cdot \Delta x$	$\sigma_N = \cos x \sigma_x$
$N = \ln x$	$\Delta N = \frac{1}{x} \cdot \Delta x$	$\sigma_N = \frac{\sigma_x}{x}$

0.4 有效数字及其运算规则

0.4.1 有效数字的概念

任何测量结果都含有误差,因此表示测量结果的数值也都是具有一定准确程度的近似数值。图 0-1 所示为用米尺测量某物体的长度 L 。

从图中可以看到物体的长度 L 在 10.7 ~ 10.8 cm 之间,可以视为 10.74 cm,或 10.73 cm,或 10.75 cm。10.7 这三位数字是准确读出的,称可靠数字。末尾的第四位是估计出的,称可疑数字。

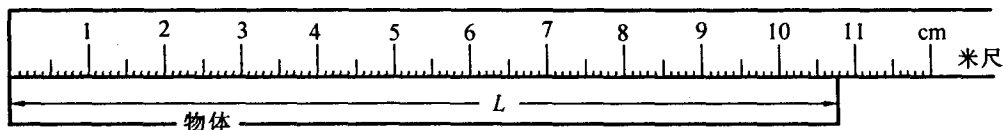


图 0-1 用米尺测量物体长度

0.4.2 有效数字的运算规则

有效数字是由可靠数字与可疑数字组成的。当两个有效数字进行运算时,应遵循下面几个原则:

- ①可靠数字与可靠数字相运算,其结果仍为可靠数字;
- ②可靠数字与可疑数字或可疑数字之间相运算,其结果均为可疑数字;
- ③运算的结果只保留一位可疑数字,末尾多余的可疑数字取舍时,应根据数字修约规则进行;

④在运算中,无理数(如 π , $\sqrt{2}$ 等),以及常系数(如 $2, 1/2$ 等)的位数可以认为是无限制的。

例 0-1 两个有效数字的加、减运算(数字下面加划线代表可疑数字)。如

$$\begin{array}{r}
 97.4 \\
 + \quad 6.238 \\
 \hline
 103.\underline{638} \\
 \text{应写为 } 103.\underline{6}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 217 \\
 - \quad 14.8 \\
 \hline
 202.\underline{2} \\
 \text{应写为 } 202
 \end{array}$$

可见,两个或两个以上数相加、减时,所得结果的最后一位数只保留到有参加运算数据中都有的最后那一位为止。

例 0-2 两个有效数字的乘、除运算。如

$$\begin{array}{r}
 13.\underline{6} \\
 \times \quad 1.\underline{6} \\
 \hline
 81\,\underline{6} \\
 13\,\underline{6} \\
 \hline
 217\,\underline{6} \\
 \text{应写为 } 22
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 2.45\,\underline{3} \\
 \times \quad 6.\underline{2} \\
 \hline
 490\,\underline{6} \\
 1471\,\underline{8} \\
 \hline
 15.208\,\underline{6} \\
 \text{应写为 } 15.\underline{2}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 39\,\underline{2} \\
 123\,\underline{48216} \\
 369 \\
 \hline
 1131 \\
 1107 \\
 \hline
 246 \\
 246 \\
 \hline
 0 \\
 \text{应写为 } 392
 \end{array}$$

两个位数不同的有效数字相乘时,其结果的有效位数与参与运算的二数字中有效数字位数最少者相同。但是,如二数字中的第一位数字的相乘积加上后面进上来的数大于 10 时,积的位数应多取一位。上例中 2.453 是四位有效数字,6.2 为二位,而这两个乘数的第一位 2 和 6 的乘积已大于 10,因此乘积(已取三位)比乘数中位数最少的 6.2(二位有效数字)多一位。

0.4.3 有效数字的运算实例

例 0-3 求 $N = A + B - C + D$, 已知:

$$A = 71.3 \pm 0.5 \text{ cm}^2, B = 6.262 \pm 0.002 \text{ cm}^2, C = 0.753 \pm 0.001 \text{ cm}^2, D = 271 \pm 1 \text{ cm}^2$$

解 (1)用加减法先求标准差,即

$$\sigma_N = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \sigma_C^2 + \sigma_D^2} \approx \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_D^2} \approx \sqrt{1.3} \approx 1$$

$$(2) \quad N = A + B - C + D \approx 71.3 + 6.3 - 0.8 + 271 = 347.8$$

$$(3) \text{结果} \quad \begin{cases} N = 348 \pm 1 \text{ cm}^2 \\ \frac{\sigma_N}{N} = 0.3\% \end{cases}$$

A, B, C, D 中可疑数字的最高位在个位上(D),运算过程中保留到它下面一位,最后与它取齐。

例 0-4 求 $D = \frac{g}{4\pi^2} r_0 T^2$, 已知:

$$r_0 = 8.44 \pm 0.03 \text{ cm}, T = 1.1373 \pm 0.0002 \text{ s}, g = 980.12 \text{ cm/s}^2$$

解 (1)各分量中 r_0 有效数字最少(三位),以它为准, T, g 和常数 π 都取四位,运算过程中先保留四位。

$$D = \frac{980.1 \times 8.44 \times 1.137^2}{4 \times 3.142^2} = 270.8 \text{ cm}^2$$

(2)用乘法先求相对误差

$$\frac{\sigma_D}{D} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{r_0}}{r_0}\right)^2 + \left(2 \frac{\sigma_T}{T}\right)^2} \approx \sqrt{\left(\frac{3}{840}\right)^2 + \left(\frac{4}{11000}\right)^2} \approx \frac{3}{840}$$

再求绝对误差

$$\sigma_D = D \cdot \frac{\sigma_D}{D} = 270.8 \times \frac{3}{840} = 1 \text{ cm}^2$$

$$(3) \text{结果} \quad \begin{cases} D = (271 \pm 1) \text{ cm}^2 \\ \frac{\sigma_D}{D} = 0.4\% \end{cases}$$

测量值的有效数字及其运算是每一个实验都要遇到的问题,因此,实验者就必须掌握按有效数字及其运算规则进行读数、记录及处理和表示运算结果的基本功。当使用计算器进行计