

中等职业学校文化基础课程教学用书

数学

(理工科专业分册) ▶ SHUXUE

学生助学手册

高广志 主编



 语文出版社

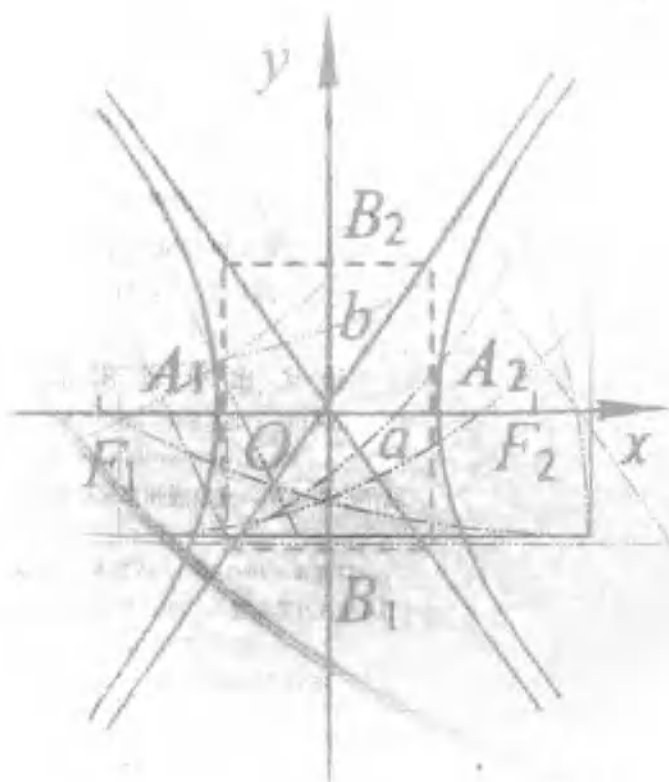
中等职业学校文化基础课程教学用书

数学

(理工科专业分册) ▶ SHUXUE

学生助学手册

高广志 主编



语文出版社

中等职业学校文化基础课程教学用书

数 学

学生助学手册

(理工科专业分册)

高广志 主编

*

语文出版社出版

100010 北京朝阳门南小街51号

E-mail: ywp@ywchs.com

新华书店经销 北京通州皇家印刷厂印刷

*

787毫米×1092毫米 16开本 6印张

2006年3月第1版 2006年3月第1次印刷

定价: 7.20元

ISBN 7-80184-656-7/G·601

本书如有缺页、倒页、脱页,请寄本社发行部调换。

使用说明

本册《学生助学手册》是与“教育部职业教育与成人教育司推荐教材”《数学（理工科专业分册）》配套的学生用书。目的是使学生通过对所学知识的复习，达到对知识的理解与升华，提高分析问题、解决问题的能力，使学生的学习效果落到实处。

本册助学手册各章编排顺序与教材一致，每个练习以一课时内容为基础，均设置了复习思考与巩固练习两部分内容。其中复习思考针对本课的知识点进行再一次的复习与疏理，帮助学生记住重点的定义、定理及公式。巩固练习则是针对知识点进行巩固训练，通过练习使学生对所学基础知识能够熟练运用。

参加本册编写的有北京市现代职业学校张秋立，浙江省温州市教育教学研究院陈继泽，黑龙江省教育学院高广志，浙江省温州职业中专学校徐承潮、黄伟伟，浙江省乐清市教育局教研室沈宗玖，浙江省乐清职业中专学校曹学清等。

本册主编是高广志。责任编辑是张程。

由于编写时间仓促和编写水平有限，对书中不妥之处，欢迎从事职业教育的教师、专家和读者批评指正。

语文出版社

2006年1月

目 录

第七章 三角函数的计算与应用	(1)
第八章 二次曲线	(17)
第九章 数列	(24)
第十章 空间图形的基本知识	(33)
第十一章 平面向量	(50)
第十二章 复数	(60)
第十三章 排列 组合	(70)
第十四章 概率初步	(78)

第七章 三角函数的计算与应用

练习 7.1 和角公式 (1)

一、复习思考

1. 这节课学习了两个公式, 即 $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ 与 $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$. 为了准确记忆, 要首先搞清它们之间的异同, 及各自的结构特点:

(1) 函数名称及顺序: 公式右边都由两项组成, 前项是正弦乘余弦, 后项是余弦乘正弦;

(2) 角在公式中的顺序: 公式左边与右边的每一项中都是 α 在前, β 在后;

(3) 运算符号的前后关系: 公式右边与左边符号一致.

2. 两个公式可简记为:

$$S_{\alpha+\beta} = S \cdot C + C \cdot S;$$

$$S_{\alpha-\beta} = S \cdot C - C \cdot S.$$

3. 对于任意两个角 α 与 β , $\sin(\alpha \pm \beta) \neq \sin\alpha \pm \sin\beta$. 在这里, $\sin$ 与 $(\alpha \pm \beta)$ 之间不是相乘关系, 因而不能使用分配律.

4. 这两个公式既可以正向使用, 如教材中的例 1 与例 2, 也可以反向使用, 如教材中的例 3.

二、巩固练习

1. 填空题:

(1) $\sin(A+B) = \underline{\hspace{2cm}};$

(2) $\sin(\underline{\hspace{2cm}}) = \sin\theta\cos\varphi - \cos\theta\sin\varphi;$

(3) $\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta = \underline{\hspace{2cm}};$

(4) $\cos\alpha\sin\beta - \sin\alpha\cos\beta = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 不用计算器, 求下列各式的值:

(1) $\sin 5^\circ \cos 25^\circ + \cos 5^\circ \sin 25^\circ;$

(2) $\sin 35^\circ \cos 5^\circ - \cos 35^\circ \sin 5^\circ;$

(3) $\cos 35^\circ \sin 25^\circ + \sin 35^\circ \cos 25^\circ;$

(4) $\cos 35^\circ \sin 5^\circ - \sin 35^\circ \cos 5^\circ.$

3. 不用计算器, 求下列各式的值:

(1) $\sin 15^\circ;$

(2) $\sin 75^\circ.$

4. 已知 $\sin\alpha = -\frac{4}{5}$, $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, 求 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ 与 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$ 的值.

5. 将下列各式化成一个正弦函数的形式.

(1) $\sin 45^\circ \cos\alpha - \cos 45^\circ \sin\alpha;$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha;$

(3) $\cos\alpha - \sin\alpha.$

练习 7.1 和角公式 (2)

一、复习思考

1. 这节课又学了两个公式, 即 $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ 与 $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$. 为了掌握这两个公式, 除了要搞清它们之间的异同及各白的结构特点之外, 还应与两角和与差的正弦公式相对照, 明确它们的区别:

(1) 函数名称及顺序: 公式右边也是由两项组成, 前项是余弦乘余弦, 后项是正弦乘正弦;

(2) 角的公式中的顺序: 公式左边与右边的每一项中都是 α 在前, β 在后;

(3) 运算符号的前后关系: 公式右边与左边符号不一致, 即前边是 +, 后边是 -; 前边是 -, 后边是 +.

2. 两个公式可简记为:

$$C_{\alpha+\beta} = C \cdot C - S \cdot S;$$

$$C_{\alpha-\beta} = C \cdot C + S \cdot S.$$

3. 对于任意两个角 α 与 β , $\cos(\alpha \pm \beta) \neq \cos\alpha \pm \cos\beta$. 这是因为 $\cos$ 与 $(\alpha \pm \beta)$ 之间不是相乘关系, 从而不适用乘法分配律.

二、巩固练习

1. 填空题:

(1) $\cos 3A \cos 2A + \sin 3A \sin 2A =$ _____;
_____;

(2) $\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) =$ _____;
_____;

(3) $\cos(\alpha + \beta) + \sin\alpha\sin\beta =$ _____;

(4) $\cos(\alpha - \beta) - \cos\alpha\cos\beta =$ _____.

2. 不用计算器, 求下列各式的值:

(1) $\cos 15^\circ$;

(2) $\cos 75^\circ$;

(3) $\cos 5^\circ \cos 25^\circ - \sin 5^\circ \sin 25^\circ$;

(4) $\cos 5^\circ \cos 35^\circ + \sin 5^\circ \sin 35^\circ$.

3. 已知 $\sin\alpha = -\frac{3}{5}$, $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$. 求 $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 与 $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

4. 将下列各式化成一个余弦函数的形式:

(1) $\frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha$;

(2) $\cos\alpha + \sqrt{3}\sin\alpha$.

5. 化简: $\frac{\sin(\alpha + \beta) - \cos\alpha\sin\beta}{\cos(\alpha + \beta) + \sin\alpha\sin\beta}$.

练习 7.1 和角公式 (3)

一、复习思考

1. 掌握两角和与差的正切公式

$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha \tan\beta}$ 应注意下面两点:

(1) 它的结构特点与正弦, 余弦公式不同, 它是一个分式. 因此 α, β 的取值应使其分母不能为零, 即 $\tan\alpha \tan\beta \neq \pm 1$. 此

时应有 $\alpha \pm \beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(2) 由于公式中涉及到 $\alpha, \beta, \alpha \pm \beta$ 的正切, 因而它们都不能等于 $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, 否则正切值不存在.

2. 两个公式可简记为:

$$T_{\alpha+\beta} = \frac{T+T}{1-T \cdot T}, \quad T_{\alpha-\beta} = \frac{T-T}{1+T \cdot T}$$

3. 在正切公式的反向应用中, 需要重视 1 的变换. 它常常被换成 $\tan 45^\circ$.

二、巩固练习

1. 填空题:

(1) 两角和与差的正切公式的使用范围是 _____;

(2) $\frac{\tan 10^\circ + \tan 20^\circ}{1 - \tan 10^\circ \tan 20^\circ} = \underline{\hspace{2cm}};$

(3) $\frac{\tan 40^\circ - \tan 10^\circ}{1 + \tan 40^\circ \tan 10^\circ} = \underline{\hspace{2cm}};$

(4) $\frac{1 + \tan 35^\circ \tan 5^\circ}{\tan 35^\circ - \tan 5^\circ} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 已知 $\tan\alpha = 4, \tan\beta = 3$, 求 $\tan(\alpha + \beta)$ 和 $\tan(\alpha - \beta)$.

3. 已知 $\tan\alpha + \tan\beta = 5, \tan\alpha \cdot \tan\beta = 2$, 求 $\tan(\alpha + \beta)$.

4. 已知 $\tan(\alpha - \beta) = \frac{3}{4}, \tan\alpha = 2$, 求 $\tan\beta$.

5. 不用计算器, 求下列各式的值.

(1) $\tan 15^\circ;$

(2) $\tan 75^\circ;$

(3) $\frac{\frac{\sqrt{3}}{3} + \tan 15^\circ}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \tan 15^\circ};$

(4) $\frac{1 + \sqrt{3} \tan 15^\circ}{\sqrt{3} - \tan 15^\circ}.$

练习 7.2 倍角公式 (1)

一、复习思考

1. 二倍角的正弦公式是和角正弦公式的特例. 在公式 $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ 中, 设 $\beta = \alpha$, 则公式变成了 $\sin(\alpha + \alpha) = \sin\alpha\cos\alpha + \cos\alpha\sin\alpha$, 整理后, 就是 $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$.

2. 由于表示二倍关系的形式可以有多种形式, 因此二倍角正弦公式还可以表示成:

$$\sin 4\alpha = 2\sin 2\alpha\cos 2\alpha,$$

$$\sin \alpha = 2\sin \frac{\alpha}{2}\cos \frac{\alpha}{2},$$

$$\sin(\alpha + \beta) = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2}\cos \frac{\alpha + \beta}{2},$$

.....

因此在解题时, 不能见到 2α 就用二倍角公式, 当然也不能只见到 2α 才用二倍角公式, 应具体情况具体分析.

二、巩固练习

1. 填空题:

(1) $2\sin \frac{\alpha}{2}\cos \frac{\alpha}{2} = \underline{\hspace{2cm}};$

(2) $\sin \frac{\alpha}{4}\cos \frac{\alpha}{4} = \underline{\hspace{2cm}};$

(3) $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = \underline{\hspace{2cm}};$

(4) $(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 不用计算器, 求下列各式的值:

(1) $4\sin \frac{\pi}{12}\cos \frac{\pi}{12};$

(2) $\sin \frac{\pi}{8}\cos \frac{\pi}{8};$

(3) $(\sin 15^\circ + \cos 15^\circ)^2;$

(4) $(\sin 22.5^\circ - \cos 22.5^\circ)^2.$

3. 已知 $\sin\alpha = -\frac{4}{5}$, $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$, 求 $\sin 2\alpha$.

4. 已知 $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{3}$, 求 $\sin 2\alpha$.

5. 已知 $\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{3}$, 求 $\sin\alpha$.

练习 7.2 倍角公式 (2)

一、复习思考

1. 二倍角余弦公式是和角余弦公式的特例, 在公式 $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ 中, 设 $\beta = \alpha$, 则公式变成了 $\cos(\alpha + \alpha) = \cos\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\sin\alpha$, 整理后, 就是 $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$.

2. 结合前边学过的同角关系公式 $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, 将 $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$ 代入公式 $C_{2\alpha}$, 得 $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$, 将 $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$ 代入公式 $C_{2\alpha}$, 得 $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$. 因此, 二倍角余弦公式有三种形式, 在使用时, 需根据已知条件加以选择.

二、巩固练习

1. 填空题:

(1) 二倍角余弦公式的三种形式是 $\cos 2\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$, $\cos 2\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$, $\cos 2\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$;

(3) $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(4) $1 - 2\sin^2 \frac{\pi}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(5) $\frac{1}{2} - \sin^2 \frac{\pi}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(6) $\cos^4 22.5^\circ - \sin^4 22.5^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 化简下列各式:

(1) $\cos 2\alpha - 2\cos^2 \alpha$;

(2) $\cos 2\alpha - \cos^2 \alpha$;

(3) $1 + \cos \alpha$;

(4) $\cos^4 \frac{\alpha}{2} - \sin^4 \frac{\alpha}{2}$.

3. 已知 $\cos \alpha = 0.8$, 求 $\cos 2\alpha$.

4. 已知 $\sin \frac{\alpha}{2} = -0.6$, 求 $\cos \alpha$.

5. 已知 $\sin \theta : \sin \frac{\theta}{2} = 8 : 5$,

(1) 求 $\cos \frac{\theta}{2}$;

(2) 求 $\cos \theta$.

练习 7.2 倍角公式 (3)

一、复习思考

1. 二倍角的正切公式是和角正切公式的特例. 在公式 $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$ 中, 设 $\beta = \alpha$, 则公式变成了 $\tan(\alpha + \alpha) = \frac{\tan\alpha + \tan\alpha}{1 - \tan\alpha \cdot \tan\alpha}$, 整理后, 就是 $\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$.

2. 在二倍角的正切公式中, α 的取值范围仍然受到限制, 即 $\alpha, 2\alpha$ 都不能等于 $k\pi + \frac{\pi}{2}$ 和 $\frac{1}{2}k\pi + \frac{\pi}{4}$, 其中 $k \in \mathbb{Z}$.

二、巩固练习

1. 已知 $\tan\alpha = 2$, 求 $\tan 2\alpha$.

2. 已知 $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$, 求 $\tan\alpha$.

3. 已知 $\tan 2\alpha = \frac{1}{3}$, 求 $\tan\alpha$.

4. 已知 $\tan\alpha = \frac{3}{4}$, 求 $\tan \frac{\alpha}{2}$.

5. 化简下列各式:

$$(1) \frac{\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha};$$

$$(2) \frac{1}{1 + \tan\alpha} - \frac{1}{1 - \tan\alpha};$$

$$(3) \frac{1 + \tan\alpha}{1 - \tan\alpha} - \frac{1 - \tan\alpha}{1 + \tan\alpha}.$$

6. 已知 $\sin\alpha = -\frac{4}{5}$, $180^\circ < \alpha < 270^\circ$, 求 $\tan 2\alpha$.

练习 7.3 正弦函数的图像与性质 (1)

一、复习思考

1. 描点法画图像的步骤:

(1) 列表; (2) 描点; (3) 画图.

2. 直角坐标系:

用描点法做 $y = \sin x, x \in [0, 2\pi]$ 的图像时, 在直角坐标系中要求横轴和纵轴所取单位长度要相等, 而这又难以做到, 为此, 把横轴上 1 单位长度当做 $\frac{\pi}{3}$ 长度单位.

这样, 尽管画出的图像不够准确, 但由于做图简便, 在实际中常被采用.

3. 五个关键点.

确定正弦函数 $y = \sin x, x \in [0, 2\pi]$ 的图像的五个关键点是: $(0, 0)$, $(\frac{\pi}{2}, 1)$, $(\pi, 0)$, $(\frac{3\pi}{2}, -1)$, $(2\pi, 0)$.

二、巩固练习

1. 填空题:

(1) 描点法画图像的三个步骤是: ① _____, ② _____, ③ _____;

(2) 确定函数 $y = \sin x, x \in [0, 2\pi]$ 的图像的五个关键点的坐标是① _____, ② _____, ③ _____, ④ _____, ⑤ _____;

(3) 正弦函数 $y = \sin x, x \in \mathbf{R}$ 的图像又叫做 _____;

(4) 利用计算器计算: (精确到小数点后两位)

① $\sin \frac{\pi}{3} =$ _____; ② $\sin \frac{2\pi}{3} =$ _____;

③ $\sin \frac{4\pi}{3} =$ _____; ④ $\sin \frac{5\pi}{3} =$ _____.

2. 用五点法画下列函数的简图:

(1) $y = \sin x, x \in [0, 2\pi]$;

解: ①列表:

②描点:

③画图:

(2) $y = 1 + \sin x, x \in [0, 2\pi]$.

解: ①列表:

②描点:

③画图:

(3) 将 $y = \sin x, x \in [0, 2\pi]$ 与 $y = -\sin x, x \in [0, 2\pi]$ 画在同一坐标系中.

练习 7.3 正弦函数的图像与性质 (2)

一、复习思考

学会结合正弦函数 $y = \sin x$, $x \in \mathbf{R}$ 的图像认识它的性质, 并记忆它的性质:

1. 定义域是 $x \in \mathbf{R}$. 反映在图像上是图像向左右两边无限延伸.

2. 值域是 $y \in [-1, 1]$, 反映在图像上是图像的最高点纵坐标是 1, 最低点纵坐标是 -1.

3. 周期 $T = 2\pi$. 反映在图像上是每隔 2π , 图像重复出现.

4. 奇偶性. $y = \sin x$ 是奇函数. 反映在图像上是图像关于原点中心对称.

5. 单调性. $y = \sin x$ 在每个闭区间 $\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$, $k \in \mathbf{Z}$ 单调递增.

反映在图像上, 在这些区间内, 图像从左向右越来越高; 在每个闭区间

$\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right]$, $k \in \mathbf{Z}$ 单调递减, 反映在图像上, 在这些区间内, 图像从左向右

越来越低.

二、巩固练习

1. 填空题:

(1) 正弦函数 $y = \sin x$ 的定义域是_____, 值域是_____, 周期是_____;

(2) $y = \sin x$, $x \in \mathbf{R}$ 的最大值是_____, 最小值是_____;

(3) $y = \sin x$ 在闭区间 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 单调递_____, 在闭区间 $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ 单调递_____;

(4) $y = \sin x$, $x \in \mathbf{R}$ 的图像关于_____中心对称.

2. 选择题:

(1) 下列等式中, 不成立的是();

A. $2\sin x - 1 = 0$ B. $2\sin x + 1 = 0$

C. $\frac{1}{3}\sin x - 1 = 0$ D. $\sin x - \frac{1}{3} = 0$

(2) 下列函数中是奇函数的是().

A. $y = 7 + \sin x$ B. $y = 2\sin x$

C. $y = \sin x^2$ D. $y = x\sin x$

3. 利用正弦函数的单调性比较两个正弦值的大小:

(1) $\sin \frac{7\pi}{6}$ 与 $\sin \frac{5\pi}{6}$;

(2) $\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$ 与 $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$;

(3) $\sin 100^\circ$ 与 $\sin 250^\circ$;

(4) $\sin(-100^\circ)$ 与 $\sin(-250^\circ)$.

练习 7.4 正弦型函数的图像与性质 (1)

一、复习思考

1. 形如 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的函数叫正弦型函数, 可以看出, 当 $A = 1$, $\omega = 1$, $\varphi = 0$ 时, 它就是我们前边刚刚学过的正弦函数. 在教材中, 我们主要学习 $A > 0$, $\omega > 0$ 的正弦型函数.

2. 在正弦型函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 中, A , ω , φ 对其图像的影响各不相同. A 影响到图像中的最高点与最低点的位置, ω 影响到其周期大小, φ 使得图像在坐标系中左右平移.

3. 在正弦型函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$, ($A > 0$, $\omega > 0$) 中, 值域为 $[-A, A]$, 周期为 $\frac{2\pi}{\omega}$.

$$(4) y = \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{5}\right);$$

$$(5) y = \frac{3}{2}\sin\left(\frac{2}{3}x + \frac{\pi}{3}\right).$$

2. 画出下列函数在长度为一周期的闭区间上的简图:

$$(1) y = \sin 3x;$$

二、巩固练习

1. 求出下列函数的值域和周期:

$$(1) y = \sin \frac{1}{3}x;$$

$$(2) y = 3\sin x;$$

$$(2) y = 3\sin 2x;$$

$$(3) y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right).$$

$$(3) y = \frac{1}{2}\sin 3x;$$

练习 7.4 正弦型函数的图像与性质 (2)

一、复习思考

关于五点法画函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0$) 的图像的步骤:

(1) 列表: 表需画成三行, 第一行填写 x 的五个值, 第二行填写 $\omega x + \varphi$ 的五个值, 第三行填写 y 的五个值.

先填第二行, 依次为 $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2},$

2π ; 这五个值是固定的;

再填第一行: 分别令 $\omega x + \varphi = 0, \omega x + \varphi = \frac{\pi}{2}, \omega x + \varphi = \pi, \omega x + \varphi = \frac{3\pi}{2}, \omega x + \varphi =$

2π , 从中算出 x 的值依次填在第二行;

最后填第三行: 依次为 $0, A, 0, -A, 0$.

(2) 描点: 建立坐标系时, 需先根据表中第一行与第三行中的最大值与最小值估计一下横轴与纵轴的长短比例再画坐标系. 然后将第一行与第三行中对应的值转化为点的坐标, 描在坐标系中.

(3) 画图: 注意用光滑曲线依次将五个点连结起来.

(3) 画图:

2. 画出函数 $y = \frac{1}{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$ 的简图.

(1) 列表:

(2) 描点:

(3) 画图:

3. 求下列函数的最大值、最小值及周期:

(1) $y = \sqrt{3}\sin\left(\frac{4}{5}x + \frac{\pi}{5}\right);$

(2) $y = \frac{1}{4}\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right).$

二、巩固练习

1. 画出函数 $y = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ 的简图.

(1) 列表:

(2) 描点:

练习 7.5 余弦函数的图像与性质 (1)

一、复习思考

1. 函数 $y = \cos x$, $x \in [0, 2\pi]$ 与 $y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的图像有下列几个不同点:

(1) 关键点不同:

$y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ 图像的关键点是:

$(0, 0), \left(\frac{\pi}{2}, 1\right), (\pi, 0), \left(\frac{3\pi}{2}, -1\right), (2\pi, 0)$;

$y = \cos x$, $x \in [0, 2\pi]$ 图像的关键点是:

$(0, 1), \left(\frac{\pi}{2}, 0\right), (\pi, -1), \left(\frac{3\pi}{2}, 0\right), (2\pi, 1)$.

(2) 图像形状不同:

$y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的图像呈横向反 S 形, 先上凸, 再下凹, 起点在原点;

$y = \cos x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的图像呈碗状, 两边高, 中间低, 起点在 $(0, 1)$ 点.

2. $y = \cos x$, $x \in \mathbf{R}$, 与 $y = \sin x$, $x \in \mathbf{R}$ 的图像分别叫做余弦曲线与正弦曲线, 它们的形状相同, 仅仅是在坐标系中的位置不同.

(2) 描点:

$y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的五个关键点是:

$y = \cos x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的五个关键点是:

(3) 画图:

2. 将 $y = -\cos x$, $x \in [0, 2\pi]$ 与 $y = 1 - \cos x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的图像画在同一个坐标系中.

二、巩固练习

1. 在同一坐标系中, 画出 $y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ 与 $y = \cos x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的简图.

(1) 列表

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$					
$\cos x$					

练习 7.5 余弦函数的图像与性质 (2)

一、复习思考

1. 函数 $y = \cos x$ 的性质与 $y = \sin x$ 的性质的相同点与不同点:

(1) 相同点:

- ① 定义域, $x \in \mathbf{R}$;
- ② 值域, $y \in [-1, 1]$;
- ③ 周期, $T = 2\pi$.

(2) 不同点:

① 奇偶性, $y = \cos x$ 是偶函数; $y = \sin x$ 是奇函数.

② 单调性, $y = \cos x$ 在 $[-\pi + 2k\pi, 0]$ 单调递增, 在 $[0, \pi + 2k\pi]$ 单调递减; 而 $y = \sin x$ 在 $[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi]$ 单调递增, 在 $[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi]$ 单调递减. 其中 $k \in \mathbf{Z}$.

2. 仿照正弦型函数了解余弦型函数.

(1) 形如 $y = A\cos(\omega x + \varphi)$ 的函数叫做余弦型函数;

(2) 当 $A > 0$ 时, 其值域为 $[-A, A]$;

(3) 当 $\omega > 0$ 时, 其周期为 $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

二、巩固练习

1. 填空题:

(1) 函数 $y = \cos x$ 的定义域是_____, 值域是_____, 周期是_____;

(2) 函数 $y = \cos 2x$ 的值域是_____, 周期是_____;

(3) 函数 $y = 3\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值域是_____, 周期是_____.

(4) 函数 $y = 2\cos\left(5x - \frac{\pi}{7}\right)$ 的最大值是_____, 最小值是_____.

2. 下列函数中是奇函数的是 ().

- A. $y = x\cos x$ B. $y = 1 + \cos x$
- C. $y = x + \cos x$ D. $y = \cos x + \sin x$

3. 求下列函数的值域与周期:

(1) $y = \frac{1}{2}\cos\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right)$;

(2) $y = 2\cos\left(\frac{2}{3}x + \frac{\pi}{6}\right)$.

4. 利用余弦函数的单调性比较两个余弦值的大小:

(1) $\cos(-10^\circ)$ 与 $\cos(-20^\circ)$;

(2) $\cos 10^\circ$ 与 $\cos 20^\circ$.