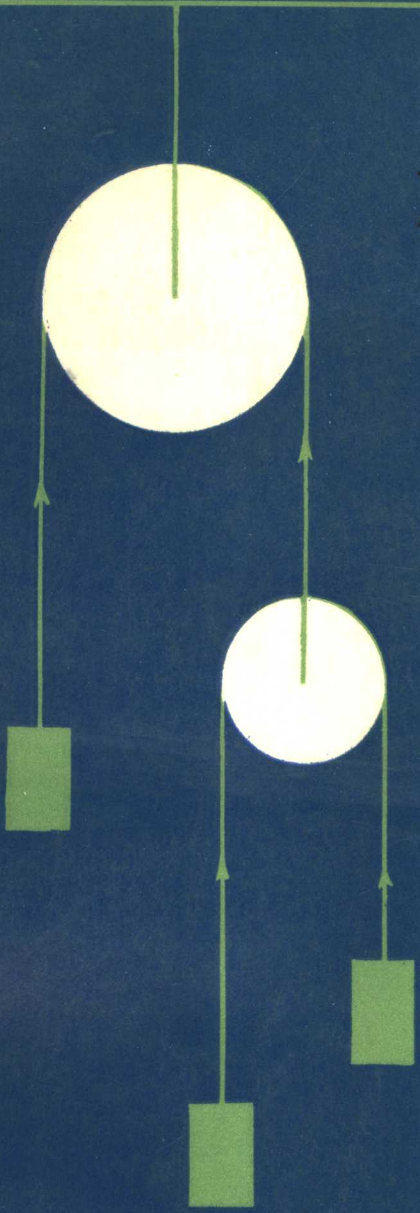
zenyangjiedawulixiti

怎样解答物理习题



徐启华 编著

中国农业机械出版社

本书内容主要有：怎样解题；解题技巧；答案正误的判断；习题的类型和特点等。

本书取材广泛新颖，它吸取了国内和国外英、俄、德、法、日等诸种文字新书刊中有参考价值的资料。例如：有部分习题是国内第一次见面的，有的虽然是老题目，但解法新而简捷，注意数值解法、逐步逼近法等。

为便于读者学习实践，解题规律的论述与代表性例题相结合，并附以部分习题和思考题。本书有助于学生从题海中解放出来而成为一个高明的解题者。

本书这次修订，删去了部分选择题、问答题无关的内容，加强了怎样解热学、电学、振动与波及光学等题目，丰富了错例剖析的内容，修订本使初版的风格和特点更为显明。

本书可供理工科院校及有关电视、业余、函授等高等院校学生和教师参考；也可供高中生、知识青年参考。

怎样解答物理习题

徐启华 编著

*

中国农业机械出版社出版（北京阜成门外百万庄南里一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

重庆印制一厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16·印张 18 1/2 ·字数 451 千字

1982年9月北京第一版

1986年12月重庆第二版·1986年12月重庆第二次印刷

印数 57,001—69,000 ·定价 4.15 元

*

统一书号：7216·36

前　　言

每一个学生都愿成为一个高明的解题者。怎样才能把美好的愿望变为现实呢？老是泡在题海中是不行的，必须不断地探索、概括从而掌握解题的规律，才能达到目的。

本书就是讲述解题规律的。这是根据作者自己的劳动成果，并吸取了国内的和国外英、俄、德、法、日等诸种文字新书刊中有价值的资料而写成的。内容主要有：

怎样解题；

解题的技巧；

怎样检查答案的正误；

习题的类型和特点。

有的例题、有的题解，是崭新的。有的虽然是老题目，但解法新而简捷。为纠正轻视数学工具的应用这一错误偏向，选择了部分数学较难较繁的例题；为适应计算机的迅速发展，注重了数值解法等。在论述解题规律时与代表性例题相结合，并附以部分思考题、习题，以便读者学习实践。

以大学生为主要对象的此等著作，在国内还是第一次。作者希望本书有助于学生从题海中解放出来而成为一个高明的解题者。

由于本人水平有限，书中的缺点错误，恳请读者指正。

作　者

1981年3月

目　录

第一章　概　　论

科学技术的门类很多，而且还在不断增加，但最主要的有两门：一门是数学，一门是物理。解题是学习物理的一个重要环节，是一种带有创造性的脑力劳动。通过作题，可以巩固、加深和扩大所学的理论，可以发展逻辑思维和综合思考的能力，可以培养分析和解决问题的能力，还可以帮助我们牢固地、系统地掌握有关的科学知识。解题不只是为了求得一个正确的答案。

在解题过程中，同学们往往提出下列问题：

难题到手，应该怎么去想才比较容易找到适题的公式？

运用定积分解题时，怎样建立积分元、怎样选择积分限？

怎样解综合题？

检查解答的正确、错误有些什么规律？

怎样概括习题的类型？

这些问题，是物理学的问题，但在某些方面看，也是属于科学学领域的问题。

本书就和同学们谈谈这些问题。

§1　解题的一般步骤

首先必须学好有关的理论，这是解题的基础、前提。否则，硬套公式求得结果，也不知道是什么道理，这样做，没有什么好处。

作习题的一般步骤，有的同学说分两步，即套公式，演算求解。这种看法是极其片面的。正确的作法是：

1. 搞清题意：就是弄清题目说的是怎么一回事。例如一个物体作什么运动，经历过哪几个运动过程以及各过程之间的相互关系，已知什么，求什么等。对于题目中的关键字句，以及隐含的近似条件要特别留心看。必须指出，借助作图，将题目形象化，对看懂题目有很大帮助。如果题目还没有看懂，就想动手，那只能是瞎碰，这种用不科学的态度来学科学的不良习惯必须坚决克服。

2. 寻找适题规律：这是解题的关键，是最费脑筋的一步。

寻找适题的物理规律，要靠分析和综合。分析是把某一复杂事物分解成若干成分来逐个认识。综合是把某一复杂事物的若干部分，根据它们之间的联系综合在一起，从而认识事物的整体。在认识事物的过程中，往往既有分析又有综合。分析为综合提供基础，综合又为深入地分析创造条件，两者相辅相成。对于一道物理习题，只有通过分析和综合的思维活动，才容易找出解题的正确途径和适题的全部物理规律。

寻找规律遇到困难时，应该怎么办？应努力解释清楚题目中所讲的物理现象，现象能解释了，适题的规律就比较容易找出来。有时，有关的现象可以从不同角度来解释，因而可以有多种解法，从其比较中可以发现简捷的解法。

我们应该重视在解题中逐步锻炼分析和综合的能力，这样就能迅速提高自己的解题能力。

3．列出方程：根据对题意进行分析和综合所得出的结果，组成相应的方程式。建立方程，使我们对于这一习题的分析和综合更加清晰，更加系统。

列方程时，应该注意公式的条件。如果条件不符合，公式就不能应用。所以，应用某一公式时，应弄清楚公式的条件在题目中是如何保证的。

方程列出后，应看一下独立方程的个数与未知量的个数是否相同。

4．演算求解：先求得文字解，再以同一单位制的数字代入，一次计算出结果。可是，有的同学并不这样做，而是一开始就代入数字，经过几次计算才求得最后结果。谁都清楚，演算次数越多，越容易出差错。因此，必须改变这种既费时间又不易得到正确结果的不良作法。

求解中用什么数学工具应认真选择，计算法、几何法、图解法、逐步逼近法、数值解法各有所长，各有所适，应仔细考虑。计算时应注意有效数字。

5．检查讨论：答案作出来了，是否一道题就算作完了？不少同学认为是这样的，也是这样作的。应当指出，这是一种很吃亏的作法。这种作法，好象是：一个人走一百里路可赢得一百分成绩，可是他只走了九十里，只能得到六十分成绩。谁都会说，只要再往前走十里路，就可获得四十分成果，多划得来的事不干，实在是太可惜了！

得到解答后，应检查讨论。这是十分重要的。面对结果，应该想一想。

所求的未知量与哪几个物理量有关？什么关系？为什么？如果某一物理量发生变化以至取特殊值，会得到什么特殊的结果？为什么？等等。这样可以把一道习题加深加广，形成许多个有关的习题，即“一题多化”。这样作，能够巩固、深化理论，培养举一反三的能力；这样作虽然所用的时间不多，但收获却会大得多。只要你亲自实践，就一定会尝到甜头。

同学们一般都把老师当成法官，来判决一道习题答案是否正确。一道习题，作对了还是作错了，这判断不是简单的，不象 1＋1＝2 那么容易，但这不等于说没有一定的规律性。检查答案的正误，可从物理规律检查，也可用数学规律来检查。

6．作题后，还应该思考一个问题：为什么要出这一道题？是着重在理论上的掌握，还是为了使大家掌握解题的方法和技巧，或两者兼俱？这是对一道习题的小结。坚持这样实践，量变就会导致质变，就会发生飞跃，自己就比较容易对大量的习题作出概括：分哪几种类型？各有什么特点？

§2　怎样寻找适题的物理规律，来建立已知量和未知量之间的关系？

习题是多种多样的，特别是力学题，正是变化多端。但是，解题的方法概括起来，主要的、基本的是两种：一是力法，一是能法。

有的可能对此分法持怀疑态度，因为对有的规律的归属问题感到有困难。例如，有的问：动量原理应属哪一种方法？我们的回答是：力法。为什么？因为牛顿运动定律有微分形式和积分形式之分：力等于动量的变化率为其微分形式，由这微分形式对时间积分即得动量

原理，也就是说，动量原理是牛顿运动定律的积分形式。

一道习题到手，用力法解还是用能法解，或两者兼用？这又有两种思路：一是分析法，一是综合法。在实践中，也不一定是单一的，而是常常把分析和综合紧密结合起来，思考比较方便。解题过程是一个逻辑思维过程，要善于分析和综合。

对于简单的习题，它需要应用什么物理规律才容易找到适宜的解题方法，对于难度较大的习题，所涉及的物理过程往往比较复杂，题目中给出的条件比较多，可能要用到好几个物理规律。未知量与已知量之间的关系往往复杂而又隐蔽，不易一眼就能看得出来。同学们能否顺利地解出这种难度较大的习题，主要决定于对基础理论知识是否理解得深刻，是否掌握得牢固。同时，也取决于能否根据习题的内容和给出的条件正确进行分析、综合，寻找适题的规律而把待求的未知量和已知量的关系建立起来。

一、分析法

所谓分析法，就是从整体到局部的逻辑思维方法，也就是把问题化整为零，逐步引向待求的未知量的思考方法。具体地说，就是：在认真审题、分析题意的基础上，首先找出能直接回答题目里的问话的物理规律及其公式。这个能够直接表达待求量的公式，我们称它为原始公式。原始公式往往都是基本的物理公式。一般说来，正确地找出了原始公式，就有了正确的前进方向。观察原始公式中包含哪几个未知量，再列出表达这几个未知量的物理公式；如果这几个式子中仍然含有新的未知量，就再列出相应的表达式，这样按一定的逻辑思维顺序逐步分析、推演下去，直到待求物理量完全可用已知量表达为止。对原始公式逐步分析、推演的过程，就是逻辑思维的过程，就是逐步引向待求物理量的解决过程。故分析法即为“执果索因”。

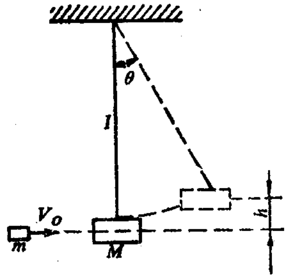


图 1-2-1

下面举例说明分析法的应用。

［例1］ 冲击摆的质量为M，摆长为l，一质量为m的子弹以水平速度 v_0 射入摆内。求摆的最大偏转角度θ(图1-2-1)。

［分析］ 要求摆的最大偏转角θ，应求出摆的上升高度h，由图可见

$$\cos\theta=(l-h)/l$$

该式就是包含待求量的原始公式。怎样求h呢？

摆和子弹在高度h时所具有的势能为$(M+m)gh$，根据机械能守恒定律，它等于子弹射入后，摆和子弹的动能$1/2\times(m+M)v^2$，即

$$(M+m)gh=\frac{1}{2}(m+M)v^2$$

要找出h，必须先求得v，而子弹射入后摆和子弹的共同速度v_0又可用动量守恒定律求出：

$$mv_0=(M+m)v$$

至此，未知量和已知量间的全部关系都已找到。此题的总公式为

$$\cos\theta=1-\frac{(mv_0)^2}{2(m+M)^2gl}$$

由此即可求得摆的最大偏转角。

［例2］ 将质量为m和M的两个小球A和B分别拴在一根细线的两端，线长为l，$M=3m$，置质量为M的小球B于光滑的水平桌面上。小球A刚刚跨过桌边。当A下落时拉着B沿桌面滑动。A下落高度h（设$h<l$）后，着地作完全非弹性碰撞，B球继续前滑，滑出桌面后落地。求B球和A球着地点的距离(图1-2-2)。

为了能够列出原始公式，应从直接回答本题中最后的问话开始。包含两球着地点间距的原始公式，不是一下能看出来的，应对题设的物理现象加以分析后才可能列出。

A球和地面相碰作完全非弹性碰撞，因此着地后就停止不动。由于$h<l$，B球离开桌边后作平抛运动。B球离开桌边的水平距离即为两球着地后的间距S。因此，包含待求物理量的原始公式为$S=vt$。

上式中v、t都是未知的。

B球离开桌边时的垂直方向的初速为零，当它自由下落高度h时所需要的时间$t=\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$，这时间与B球平抛落地的时间相等。

至于v，可利用机械能守恒定律求出。当A球刚着地时，就AB两球和地球组成的系统而言，动能$E_{K2}=\frac{1}{2}(M+m)v^2$，势能$E_{P2}=Mgh$；而$A$球刚要离开桌边时，初速为零，$E_{K1}=0$，$E_{P1}=(M+m)gh$。由于该系统没有受到外力，内力中也没有非保守力，因此机械能保持不变：

$$(M+m)gh+0=\frac{1}{2}(M+m)v^2+Mgh$$

至此，把未知量和已知量间的关系都已求出了。S即可从中解得，$S=h$。

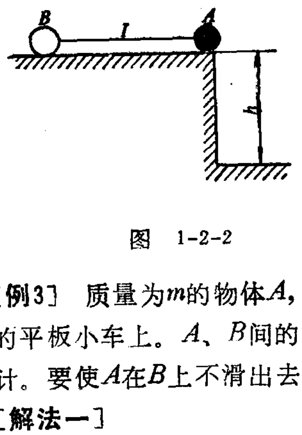


图 1-2-2

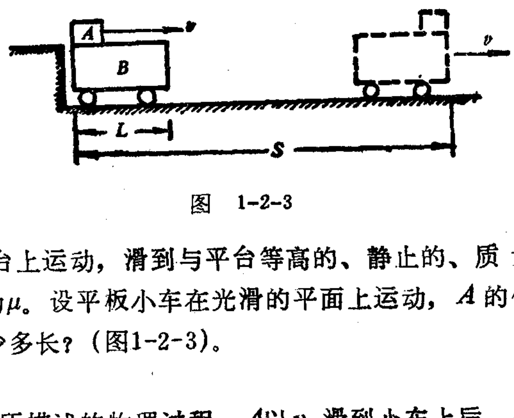


图 1-2-3

［例3］ 质量为m的物体A，以速度v_0在平台上运动，滑到与平台等高的、静止的、质量为M的平板小车上。A、B间的滑动摩擦系数为μ。设平板小车在光滑的平面上运动，A的体积不计。要使A在B上不滑出去，平板小车至少多长？（图1-2-3）。

［解法一］

为了寻找适题的公式，必须先搞清本题目所描述的物理过程：A以v_0滑到小车上后，受到一个恒定的摩擦阻力（$-\mu mg$）作用而作匀减速运动。同时，A以恒力（μmg）带动小车作匀加速运动。A的速度逐渐减小，小车的速度逐渐增加。当两者对地的速度相等时，两者之间无相对运动也无相对运动趋势，摩擦力就变为零。于是，AB以共同的速度v前进。这时，A相对小车B滑动的位移L，即为所求小车的最短长度。

在B上看，A作初速度为v_0的匀减速运动，其加速度为a'，它的方向与v_0相反。A的末速

度$v_t=0$，故有

$$0-v_0^2=2a'L \tag{1}$$

此即为包含待求量L的原始公式。式中还包含中间未知量a'。因此，尚需列出新的方程。

将A隔离，以地面为参照系，列出方程：

$$-\mu mg=m(a'+a_M) \tag{2}$$

式中，a_M为小车对地面的加速度，这又是一个中间未知量。为了求得a'，还得再列一个方程。

将B隔离，以地面为参照系，列出方程：

$$\mu mg=Ma_M \tag{3}$$

至此，三个未知量L、a、a_M，通过三个独立的方程，即可将L求出来了。

〔解〕 联立式(1)～(3)，得

$$a'=-\mu g\left(1+\frac{m}{M}\right)$$

$$L=\frac{v_0^2}{2\mu g\left(1+\frac{m}{M}\right)}$$

〔解法二〕

本题的物理过程尚可作下列分析：A滑到B上，其间有摩擦力。在同时间Δt内，A从v_0减速到v，小车从0增加到v。在Δt内，A一边在B上滑动，同时又随B运动，它相对地面发生的位移不是L而是S，此过程中A受到B的摩擦力μmg的作用。该力对A作负功，使A的动能发生变化。同时，小车对地面发生位移$S-L$，在此过程中，摩擦力对B作正功，使小车的动能增大。

首先考虑B。根据功能原理有

$$\mu mg(S-L)=\frac{1}{2}Mv^2 \tag{1}$$

该式为原始公式，它包含了待求的L，但又包含了中间未知量v、S，因此尚需进一步建立新的方程。

考虑A，应用功能原理有

$$-\mu mgS=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2 \tag{2}$$

再对A应用动量原理得

$$-\mu mg\Delta t=m(v-v_0) \tag{3}$$

该式又带来一个新的中间未知量，所以还得建立一个方程。

对B应用动量原理，有

$$\mu mg\Delta t=Mv \tag{4}$$

至此，四个未知数L、v、S、Δt，有四个独立方程即可将L求出。

〔解〕 由式(1)、(2)得

$$-\mu mgL=\frac{1}{2}(m+M)v^2-\frac{1}{2}mv_0^2 \tag{5}$$

由式(3)，(4)得

$$v=\frac{mv_0}{m+M}$$

代入式(5)得

$$-\mu mgL=\frac{1}{2}(m+M)\frac{m^2v_0^2}{(M+m)}-\frac{1}{2}mv_0^2$$

由此式解得

$$L=\frac{v_0^2}{2\mu g\left(1+\frac{m}{M}\right)}$$

[解法三]

若以小车B为参照系，则A的速度从$v_0\to 0$，在小车上的位移为L，则根据运动学公式有

$$\frac{v_0}{2}\Delta t=L \tag{1}$$

此即原始公式。式中包含了中间未知量Δt。

对B有：

$$\mu mg\Delta t=Mv$$

$$\Delta t=\frac{Mv}{\mu mg} \tag{2}$$

该式又多了中间未知量v，由解法二知

$$v=\frac{mv_0}{M+m} \tag{3}$$

以式(3)代入式(2)，再代入式(1)，即可解出L。

［例4］ 压强为$P_1=760$mm(Hg)的空气，体积$V_1=3l$，被等温地压缩到$V_2=0.5l$。求被传递的热量。

用分析法，必须先求出原始公式。而这原始公式也并非显而易见的。

初看已知的条件很容易使人想到是否可以应用玻义耳-马略特定律$pV=$常数，但这一定律与“被传递的热量”之间没有直接联系，因此只靠它是不能解决问题的。要寻求此问题的解答，只有从另外角度下手。在这个问题中，自然会产生这样一个问题：被传递的热量究竟与什么有关？这就会使我们联想到是否可以应用热力学第一定律来解决，因为热力学第一定律正是说明被传递的热量ΔQ、系统内能的变化ΔE，作用于这系统上的外力的功A三者之间的关系，即$\Delta Q=\Delta E+A$。当然，这仅仅是提供了问题获得解决的可能性。实际能否解决与应该按什么途径去解决，还需要对已知条件加以分析。根据已知条件，压缩是在等温条件下进行的，在这样的条件下，对于理想气体来说，内能的变化为零（一定量的理想气体之内能由温度唯一地决定）。这样如把空气当作理想气体来处理，则热力学第一定律为$\Delta Q=A$。这就是原始公式。

可见，只要能计算出功A的大小，就能算出被传递的热量。那么又怎样计算功呢？

根据已知条件，并且所考虑的过程是等温过程，因此，过程的始末状态是已知的。对于一定的过程，知道了它的始末状态，这过程的功就可计算。

因此，这题就变为：把空气当作理想气体来处理的情况下，等温过程的功怎样计算？

等温压缩过程的功

$$A=\int_{V_1}^{V_2}PdV=\int_{V_1}^{V_2}\frac{nRT}{V}dV=nRT\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V}$$

$$=nRT\ln\frac{V_2}{V_1}$$

至此已找出了待求量与已知量之间的全部关系。代入已知数据，即可求得 $Q=-5.47\times10^2$J，负号表示系统把热量传递给外界。

［例5］ 在电阻为零，相距为 L 的两平行金属导轨上，垂直地搁着两根质量均为 m、电阻均为 $R/2$ 的金属棒 AB 和 CD，并假设金属棒可以在导轨上无摩擦地滑动。整个装置水平地置于一均匀磁场 B 中（图1-2-4）。如对 AB 作用一垂直于 AB 的恒力 F，试求 CD 棒的最大加速度。

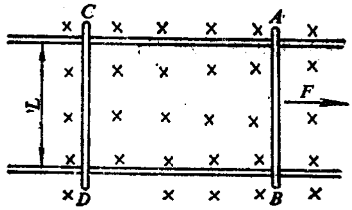


图 1-2-4

本题用分析法来思考，其原始公式就更加难以列出了。为此，还应该把题设的物理现象搞清楚。

CD 棒在水平方向作加速运动，根据牛顿第二运动定律，它在水平方向的合外力肯定不等于零。那么这力是怎样产生的呢？它的加速度为什么有一个最大值？

在外力 F 的作用下，AB 开始以加速度 a_1 向右运动，$a_1=F/m$。随后当 AB 有了速度 v_1 时，由于切割磁力线，根据电磁感应定律，产生感应电动势 $\varepsilon_1=BLv_1$，从而在回路中形成了电流 $I=\varepsilon_1/R$，于是这感应电流又使 AB 受到安培力 $f_1=BIL$ 的作用，方向向左。因此，AB 的加速度要减小。与此同时，CD 也受到安培力 $f_2=BIL$ 的作用，方向向右，从而产生加速度 $a_2=f_2/m$。当 CD 有了速度 v_2 而切割磁力线时，也产生了感应电动势 $\varepsilon_2=BLv_2$，方向与 ε_1 相反，它阻碍着电流的增加。回路里的电流 $I=\dfrac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{R}=\dfrac{BL(v_1-v_2)}{R}$，根据楞次定律可知，电流的方向沿着逆时针方向。$I$ 的出现，使 a_1 减小，同时 a_2 增加。尽管如此，在开始一段时间里，a_1 虽然在减小，但它总比从零开始增加着的 a_2 大。这表明，在这一段时间里，不仅 v_1 总比 v_2 大，而且 v_1 的增加总比 v_2 快，因此 v_1-v_2 在增加，回路里的电流 I 在增加，致使 $a_1=(F-f)/m$ 继续减小，$a_2=f/m$ 继续增加。由于 F 是恒力，所发生的过程必然是单调的。于是，加速度 a_1 和 a_2 的数值就单调地互相接近，直至 $a_1=a_2$。同时，v_1 与 v_2 之差、I 和 f 也都趋于常数。

因此，$a_1=a_2=a_{2\max}$ 即为原始公式。而 $a_1=(F-f)/m$，$a_2=f/m$，所以 $a_{2\max}=\dfrac{F}{2m}$。可见，CD 的加速度由零开始单调地增加，一直到最大值 $F/2m$。

二、综合法

综合法是一种从局部到整体的逻辑思维方法。应用综合法，从已知量开始。根据题意，把习题分成逐个简单的部分来考虑，把各已知量之间的函数关系全部找到，再按照题意和有关的物理规律及物理概念，把已找出的几个简单部分的结果综合在一起，就能把习题解出来。

下面试举几例：

〔例6〕 从位于一定高度的气球上自由落下两个重物，第一个重物降落一秒钟后，第二个重物开始降落。两个重物用93米的绳子连结着。求：①第二个重物降落后再经过多长时间，绳子恰被拉紧？②在绳子拉紧之前，第一个重物相对于第二个重物来说，作怎样的运动？

用综合法来考虑。从已知量开始，先分别列出第一个重物和第二个重物的运动方程，而后根据题中所提出的两个问题分别进行综合。

设y_1和y_2分别是第一重物和第二个重物在绳子拉紧之前所通过的位移。如第二个重物运动时间为t秒，则第一个重物运动时间为$t+1$秒。因为两个重物都作自由落体运动，所以它们的运动方程分别为：

$$y_1=\frac{1}{2}g(t+1)^2 \tag{1}$$

$$y_2=\frac{1}{2}gt^2 \tag{2}$$

当绳子刚被拉紧时，可以综合上面二式得

$$y_1-y_2=\frac{1}{2}g(t+1)^2-\frac{1}{2}gt^2=93$$

由此即可求出，第二个重物降落后再经8.8秒绳子刚被拉紧。

当绳未被拉紧时，设y为第一个重物相对于第二个重物的位移，则有

$$y=y_1-y_2$$

将式(1)、(2)代入并化简得

$$y=gt-\frac{g}{2}$$

这表明：第一个重物以数值为g的速度相对于第二个重物作匀速运动。

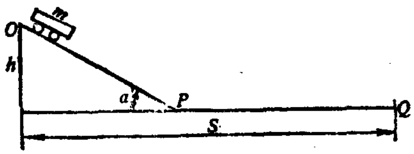


图 1-2-5

〔例7〕 有一质量为m的物体，从高度为h的冰坡上滑下来，通过PQ这段路程后才停下来。如果物体和冰面之间的摩擦系数为μ，冰坡的倾角为α，求PQ这段路程的长度(图1-2-5)。

从已知的量入手。

物体在高度为h的地方，具有势能mgh，它沿冰坡下滑直至停在Q点，重力势能就消耗在三个方面：①克服OP段摩擦力所作的功A_1；②克服PQ段的摩擦力所作的功A_2；③当物体运动至斜坡底端而与水平面接触时发生了碰撞。如果物体从斜坡滑下后沿着水平面前进而不跳起来，则在垂直方向上的碰撞就是完全非弹性的，在这一相互作用过程中，物体需要克服耗散力作功A_3。

物体在OP段克服摩擦力的功

$$A_1=-\mu mg\cos\alpha\frac{h}{\sin\alpha}$$

物体在PQ段克服摩擦力的功

$$A_2=-\mu mg(S-h\,\mathrm{ctg}\,\alpha)$$

式中 $S=\overline{PQ}+\overline{OP}\cos\alpha$。

物体与水平冰面发生非弹性碰撞过程中克服耗散力所作的功

$$A_3=\frac{1}{2}m(v_P\cos\alpha)^2-\frac{1}{2}mv_P^2$$

$$=-\frac{1}{2}mv_P^2\sin^2\alpha$$

式中 v_P——物体到达斜面底端P点与水平冰面发生碰撞前的瞬时速度，方向与斜面平行向下；

$v_P\cos\alpha$——物体与地面碰撞后的瞬时速度，方向平行于水平面向右。

v_P由功能原理求得

$$v_P=\sqrt{2gh(1-\mu\mathrm{ctg}\alpha)}$$

求得三部分所作的功，即可把几个简单部分的结果进行综合：

$$0-mgh=-\mu mg\cos\alpha\frac{h}{\sin\alpha}-\mu mg(S-h\mathrm{ctg}\alpha)$$

$$-\frac{1}{2}m(v_P\sin\alpha)^2$$

由此得
$$S=\frac{h}{\mu}(\cos^2\alpha+\mu\sin\alpha\cos\alpha)$$

PQ段的长度也就可解出。

这里必须指出：当h、μ在一定的前提下，S不是固定的，它还可以随斜坡的倾角α而变化。因为机械能的损失是倾角α的函数。当然，如α很小，$\cos\alpha\simeq1$，则$S=\frac{h}{\mu}$。

［例8］ 惠斯顿电桥是测量电阻中最基本、最典型的线路。其原理如图 1-2-6 所示。试问：开关K_2合上时，要使通过检流计G的电流为零，四个桥臂电阻R_1～R_4之间应满足什么关系？

这题的已知条件只有一个，即检流计G中的电流$I_g=0$，或者说C、D两点的电势相同。因此，应从此出发来解题。

电桥由两个分压器R_1/R_2、R_3/R_4组成。所以，$I_g=0$，即C、D两点电势相等，也就是R_1与R_3上的电压降相同，或者R_2、R_4上的电压降相同。

于是，根据题意，分成两个简单的部分，即写出R_1、R_3上电压降的等式，和R_2、R_4上电压降的等式。

由于$I_g=0$，所以$I_1(I_3)$通过C（D）点后全部通过$R_2(R_4)$，也即$I_1=I_2$，$I_3=I_4$，因此可得：

$$I_1R_1=I_3R_3 \qquad (1)$$

$$I_2R_2=I_4R_4 \text{ 即 } I_1R_2=I_3R_4 \qquad (2)$$

至此，把已知量之间的关系已全部找到，所以即可进行综合了。

两式相比得 $R_1:R_2=R_3:R_4$

于是就找到了四个桥臂电阻之间应满足的关系：

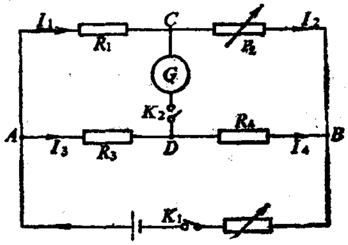


图 1-2-6

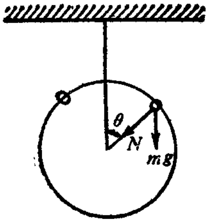


图 1-2-7

$$R_1=\frac{R_2}{R_4}R_3$$

即相对桥臂电阻乘积相等时，通过检流计的电流为零。

［例9］ 用一条细线把一个大圆环挂起来，环上有两个质量为m的小环，它们可以在大环上无摩擦地滑动(图1-2-7)。如两小环同时从大环顶点释放并沿相反方向自由滑下。问大环要被升起，它的质量M应该多大？并求大环开始上升时的角度θ。

用综合法思考，似乎无从下手。凡见此等情况，一定要弄清楚题中所讲的物理现象。本题说的小环下滑时大环会上升，这好象不可信。可以这样来分析：大环上升，必在垂直方向要受到一个大于它的重力Mg的支撑力。此力从何而来？这只能是下滑的小环提供的，再无别的来源。小环下滑过程中，速度不断增加，向心加速度也不断增大，向心力也必然要求相应地增大。小环作圆周运动所需要的向心力，是小环本身重力在径向的分量与大环的压力之合力提供的。大环对小环作用一个向心的压力，小环必有相应的反作用力给大环。当两个小环给大环的反作用力，在垂直方向的合力比Mg大时，大环就上升了。这样，也就知道第一步从哪里开始了。

把小环作为研究对象，列出径向的运动方程

$$mg\cos\theta+N=m\frac{v^2}{R} \tag{1}$$

再由机械能守恒定律求得小环的速度v：

$$mgR(1-\cos\theta)+0=0+\frac{1}{2}mv^2 \tag{2}$$

由式(1)、(2)得

$$N=mg(2-3\cos\theta)$$

根据题意，要使大环上升，必须满足

$$2N\cos\theta\geqslant Mg$$

即 $2mg(2\cos\theta-3\cos^2\theta)\geqslant mg$

∵ $2\cos\theta-3\cos^2\theta$ 的最大值为 1/3

∴ 当$M\leqslant\frac{2}{3}m$时，大环即会上升，

相应的θ为$\theta=\arccos\left(\frac{1}{3}+\sqrt{\frac{1}{9}-\frac{M}{6m}}\right)$

三、分析法和综合法的比较

对比分析法和综合法这两种不同的思维方法，其区别在于思维的顺序恰恰相反：分析法是从含有待求的未知量的原始公式出发，按一定的逻辑顺序，从一个问题自然地推导出另一个问题，逐步导致待求量的最终解决。而综合法，则是倒过来，先从已知量开始，按着它们之间的关系，分成几个简单部分来考虑，而后再按题意，把已找出的几个简单部分的结果综合在一起，直到最后把已知量和待求量的关系完全建立为止。

因此，应用综合法思考比较复杂的问题时，困难在于：一是题设条件多，究竟从哪一步开始，难以下手；二是把习题按照题意分解成逐个的简单问题，分解的程序没有一个共同的规律可以遵循。所以，应用综合法具有较大的灵活性，比较难于掌握。但分析法就不同了，它的各个简单问题之间有更大的逻辑联系，从一个问题到另一个问题，条理清晰，思路分明，是比较容易学会的。

在实践中，为了取长补短，有的就采用分析法寻找未知量和已知量之间的关系，具体解题时，采用综合法；或两者兼用，即思考问题时常常把分析法和综合法交错使用，而以分析法为主，沟通思路。

[例10] 有一斜面，与水平面的夹角为α，其上放着用轻棒连接的两个轮子(图1-2-8)。两轮的质量都为M、半径都为R，但转动惯量，一个是J_1，另一个是J_2。

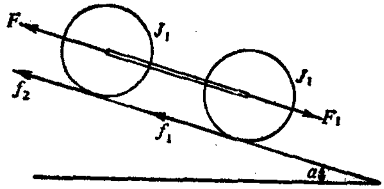


图 1-2-8

求两轮无滑动滚下时的角加速度β；如轮子的转动惯量大，求棒对轮子的作用力F。

[分析] 把轮子1、2分别作为研究对象。在斜面方向，受到斜面的摩擦力f_1、f_2和棒的作用力F以及重力沿斜面方向的分力$Mg\sin\alpha$的作用。

轮子的角加速度是摩擦力矩产生的。知道了摩擦力矩，即可用转动定律求出角加速度。而摩擦力又应通过牛顿运动定律来求出。

[解] 设$J_1>J_2$，根据牛顿运动定律和转动定律有

轮子1
$$M\frac{d^2x}{dt^2}=Mg\sin\alpha+F-f_1 \qquad (1)$$

$$J_1\beta=f_1R \qquad (2)$$

轮子2
$$M\frac{d^2x}{dt^2}=Mg\sin\alpha-F-f_2 \qquad (3)$$

$$J_2\beta=f_2R \qquad (4)$$

上列方程中有五个未知数，因此应再列一个方程。根据平动和转动的关系有

$$\frac{d^2x}{dt^2}=\beta R \qquad (5)$$

联立求解得

$$\beta=\frac{2RMg\sin\alpha}{J_1+J_2+2MR^2}$$

$$F=\frac{J_1-J_2}{2R}\beta$$

因为$J_1>J_2$，故$F>0$。这表明轮子在实际上所受到棒的作用力，与图示方向一致，即棒是受压缩的。然而，当轮子系统向上运动时，J_1仍然比J_2大，棒则受到轮子的拉力。显然，当$J_1=J_2$时，$F=0$。

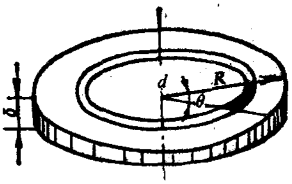


图 1-2-9

[例11] 一半径为R、质量为M的均匀圆盘，放在粗糙的水平桌面上，如令其开始以角速度ω_0自转，那么经过多少时间圆盘才停止旋转（图1-2-9）？假设圆

盘与桌面之间的摩擦系数为μ。

［分析］ 这是力矩的时间累积作用问题，因此应用转动定律来解。

圆盘自转时，围绕通过圆心且垂直于盘面轴之转动惯量为 $J=\frac{1}{2}MR^2$。

要应用转动定律还得把摩擦力矩M计算出来。为此，可把圆盘分为如图所示的很多小质元。设ρ为圆盘的密度，δ为圆盘的厚度，则每个小质元的质量$dm=\rho r d\theta dr\delta$，每个小质元所受的力矩为$r\mu g dm$。则圆盘所受的总摩擦力矩为

$$M=\int_0^M r\mu g dm=\mu g\rho\delta\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^R r^2(dr)$$

$$=\frac{2}{3}Mg\mu R$$

这样计算总摩擦力矩比较麻烦，如果合理选择小质元，将使计算得到简化。

把圆盘分为很多小质元。每个小质元就是一个个的薄圆环，它的质量$dm=(2\pi r dr\delta)\rho$，它所受的摩擦力矩为$r\mu g dm$。总的摩擦力矩

$$M=\int r\mu g dm=\int r\mu g 2\pi r\delta\rho dr$$

$$=2\pi\mu g\delta\rho\int_0^R r^2 dr=\frac{2}{3}Mg\mu R$$

［解］

$$Mdt=Jd\omega$$

$$-\frac{2}{3}Mg\mu Rdt=\frac{1}{2}MR^2d\omega$$

$$-\frac{2}{3}g\mu\int_0^t dt=\frac{1}{2}R\int_{\omega_0}^0 d\omega$$

$$-\frac{2}{3}g\mu t=-\frac{1}{2}R\omega_0$$

$$t=\frac{3}{4}\ \frac{R}{\mu g}\omega_0$$

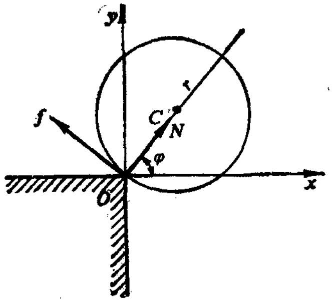


图 1-2-10

［例12］ 一个质量为m、半径为r的圆柱体，和桌棱的摩擦系数为μ。圆心和棱的连线与水平方向的夹角为φ。如$\varphi=0$开始，从静止起转，问φ在多大的范围内，圆柱仍然不会滑动（图1-2-10）？

［分析］ 当 $\varphi=\frac{\pi}{2}$时，在y方向，桌子的支撑力和圆柱的重力相平衡，因此不可能滑动。

当φ从$\frac{\pi}{2}$减小到图示情况时，圆柱除了重力外，还受到棱角的支撑力N和摩擦力f的作用。无滑动的条件是$f\leqslant\mu N$，为了建立f与N之间的关系，可应用机械能守恒定律和牛顿运动定律。

以棱为转轴时，圆柱的转动惯量J为

$$J=\frac{1}{2}mr^2+mr^2=\frac{3}{2}mr^2$$