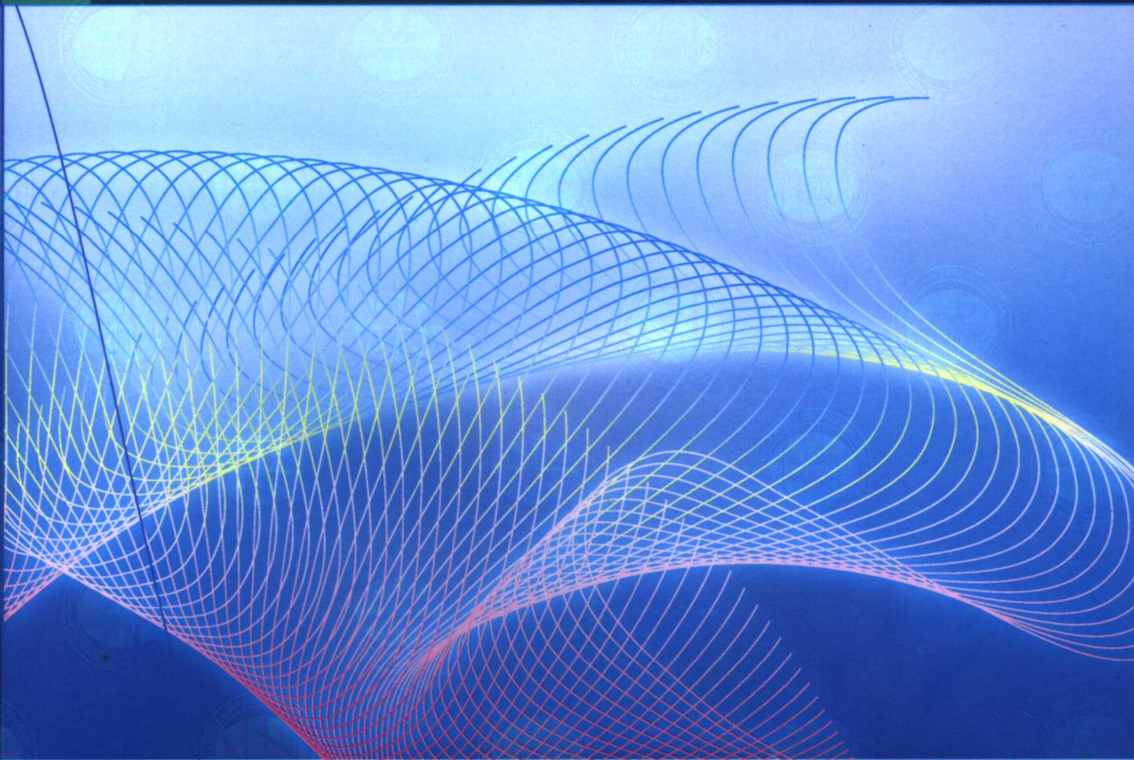
高职高专教材



高等数学

（上册）

□ 主编　刘德厚　张传宝　任丽华

中国石油大学出版社

高职高专教材

高等数学

（上册）

主　编　刘德厚　张传宝　任丽华

中国石油大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学.上册/刘德厚主编.—东营:中国石油大学出版社,2006.9

ISBN 7-5636-2250-0

Ⅰ.高… Ⅱ.刘… Ⅲ.高等数学-高等学校-教材 Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 078839 号

书　　名:高等数学(上册)

主　　编:刘德厚　张传宝　任丽华

责任编辑:刘玉兰(电话 0546－8391810)

出 版 者:中国石油大学出版社(山东 东营,邮编 257061)

网　　址:http://www.uppbook.com.cn

电子信箱:eyi0213@hdpu.edu.cn

排 版 者:中国石油大学出版社排版中心

印 刷 者:沂南县汇丰印刷有限公司

发 行 者:中国石油大学出版社(电话 0546－8392062)

开　　本:180×235　印张:13.375　字数:277 千字

版　　次:2006 年 9 月第 1 版第 1 次印刷

定　　价:17.80 元

前　言

随着高等职业技术教育的发展，数学作为一门基础技术越来越受到重视，但是传统的数学教育已远远不能适应时代的发展，新的数学教育要求不仅要教给学生数学知识，还要培养学生应用数学的意识、兴趣和能力，使学生能用数学的思维方法分析并借助于计算机解决实际问题。为了适应高等职业教育的发展，我们组织了本教材的编写。本教材针对高等职业教育的培养目标和各专业对数学课的基础要求，主要体现了以下几个特点：

1° 对于基本概念和基本理论，注重背景材料的引入和直观阐述，推理简洁，避免面面俱到的复杂论证。

2° 加强了应用性计算的比重，本教材介绍了高等教学的基本公式和基本方法，但重点放在了如何应用方面。

3° 本教材上下两册共 19 章，分为四个数学知识模块：微积分学（1～11 章）、线性代数（12～13 章）、概率论初步（14～16 章）、离散数学（17～19 章）。其中第一、二模块理工各专业统修；第三模块为工业工程、农业工程各专业必修课；第四模块为计算机各专业必修课，是计算机等级考试内容。

4° 为适应专升本的要求，本教材在第 9 章安排了空间解析几何内容。它既是专升本必考内容，又是多元函数微积分第 10、11 章的基础。

本教材第 1 章由解玖霞编写，第 2～6 章由任丽华编写，第 7、8、14～16 章由刘德厚编写，第 9～11 章由刘德厚、董秀红编写，第 12、13 章由杨蕊、吕娜编写，第 17～19 章由张传宝编写。最后由刘德厚、张传宝、任丽华统稿。

本教材经过两届学生的试用，在广泛征求教师和学生意见的基础上进行了修订，其中第 1～16 章由刘德厚修订，第 17～19 章由张传宝修订。

中国石油大学王子亭教授、宋光兴教授，曲阜师范大学刘立山教授仔细审阅了该书稿并提出了宝贵意见，在此一并表示衷心的感谢！

由于水平有限，教材中难免有不足之处，恳请广大师生批评指正。

编　者

2006 年 6 月

目　录

第1章　预备知识

§1-1　集　合

一、集合的概念

集合概念是数学中一个最原始最基本的概念，没有严格的定义. 我们把具有某种特定性质的对象的总体称为集合，简称集. 把组成集合的各个对象称为这个集合的元素.

例如，自然数的全体构成一个集合；坐标平面上的点构成一个集合.

集合通常用大写字母 A、B、C、X、Y、Z 等表示，元素用小写字母 a、b、c、x、y、z 等表示.

设 A 是一个集合，a 是 A 的元素，记作 $a\in A$，读作 a 属于 A. 若 a 不是 A 的元素，则记作 $a\notin A$ 或 $a\,\overline{\in}\,A$，读作 a 不属于 A.

表示一个集合的方法有列举法和描述法两种.

(1) 列举法就是将集合中的元素一一列举出来. 例如自然数集中小于 10 的偶数组成的集合 A 可记作

$$A=\{2,4,6,8\}.$$

(2) 描述法是将集合中元素的共同属性描述出来. 例如方程 $x^2-1=0$ 的实数解集 B 可记作

$$B=\{x \mid x^2-1=0\}.$$

常用的实数集、自然数集、整数集、有理数集分别用 $\mathbf{R}$、$\mathbf{N}$、$\mathbf{Z}$(或 $\mathbf{J}$)、$\mathbf{Q}$ 表示. 还有一些集合，如正实数集可表示为 $\mathbf{R}^+$；负实数集可表示为 $\mathbf{R}^-$，等等.

二、集合的子集、包含、相等

1. 子集

设 A、B 是两个集合，若 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，则称集合 A 是集合 B 的子集，记作 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$，读作 A 包含于 B 或 B 包含 A.

不含任何元素的集合称为空集，记作$\varnothing$. 我们规定，空集是任一集合 A 的子集，即

$$\varnothing\subseteq A.$$

若两个集合 A、B 满足 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，则称 A 与 B 相等，记作 $A=B$.

2. 真子集

如果 $A\subseteq B$ 且 $A\neq B$，则称集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A\subset B$ 或 $B\supset A$.

显然，如果集合 A 是集合 B 的真子集，集合 B 至少有一个元素不是集合 A 的元素. 例如：自然数集 $\mathbf{N}$ 是实数集 $\mathbf{R}$ 的真子集；自然数集 $\mathbf{N}$ 是有理数集 $\mathbf{Q}$ 的真子集.

空集$\varnothing$是任何非空集合的真子集，即$\varnothing\subset A$.

三、集合的运算

集合的最基本的运算是“并”、“交”、“差”、“补”.

1. 并集

设 A、B 是两个集合，由所有属于 A 或属于 B 的元素组成的集合称为 A 与 B 的并集（或称为和集），记作 $A\cup B$（或 $B\cup A$），即 $A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$.

例如，集合 $A=\{1,2,3,4\}$ 与集合 $B=\{2,4,6\}$ 的并集 $A\cup B=\{1,2,3,4,6\}$；区间 $I_1=(1,2)$ 与区间 $I_2=[2,4)$ 的并集 $I_1\cup I_2=(1,4)$.

“$x\in A$ 或 $x\in B$”包含三种情况：(1) $x\in A$ 但 $x\notin B$；(2) $x\in B$ 但 $x\notin A$；(3) $x\in A$ 且 $x\in B$. 当然，这三种情况不一定都出现，有时可能只出现一种或两种.

求并集的运算称为并运算.

例 1　设 $A=\{x|x^2+x-2=0\}$，$B=\{x^2-4=0\}$，求 $A\cup B$.

解　因为 $A=\{x|x^2+x-2=0\}=\{-2,1\}$，$B=\{x^2-4=0\}=\{-2,2\}$，所以

$$A\cup B=\{-2,1\}\cup\{-2,2\}=\{-2,1,2\}.$$

2. 交集

设 A 和 B 是两个集合，把属于 A 且属于 B 的所有元素组成的集合称为 A 与 B 的交集（或通集），记作 $A\cap B$（或 $B\cap A$），即 $A\cap B=\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$.

例如：集合 $A=\{1,2,3,4\}$ 与集合 $\{B=2,4,6\}$ 的交集 $A\cap B=\{2,4\}$；区间 $I_1=(1,3)$ 与区间 $I_2=(2,4)$ 的交集 $I_1\cap I_2=(2,3)$.

这里“$x\in A$ 且 $x\in B$”指的是 $A\cap B$ 的元素要同时属于 A 和 B.

例 2　设 $A=\{x|x>-3\}$，$B=\{x|x<3\}$，求 $A\cap B$.

解　$A\cap B=\{x|x>-3\}\cap\{x|x<3\}=\{x|x>-3$ 且 $x<3\}=\{x|-3<x<3\}$.

求交集的运算称为交运算.

3. 差集与补集

设 A 和 B 是任意两个集合，属于 A 而不属于 B 的所有元素组成的集合叫做 A 与 B 的差集，记作 $A-B$. 即

$$A-B=\{x\mid x\in A,x\notin B\}.$$

设 U 为全集，$A\subseteq U$，由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合叫做 A 的补集，记作 $\complement_U A$，即

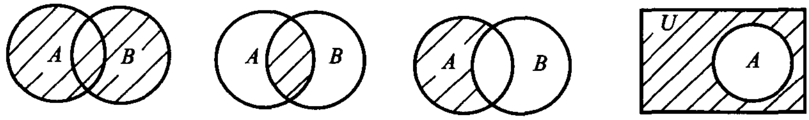
$$\complement_U A=\{x\mid x\in U,x\notin A\}.$$

例如，设 $A=\{x\mid -1\leqslant x<2\}$，$B=\{x\mid 0<x\leqslant 3\}$，则

$$A-B=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 0\},\quad B-A=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 3\}.$$

求差集的运算称为差运算；求补集的运算称为补运算.

用韦恩(Venn)图表示集合的并、交、差、补如图 1-1-1 所示.



$A\cup B$　　$A\cap B$　　$A-B$　　$\complement_U A$

图 1-1-1

集合的并、交、差、补运算满足下面的运算规律(其中 A、B、C 是任意集合，U 是全集)：

(1) 交换律　$A\cup B=B\cup A$，　$A\cap B=B\cap A$；

(2) 结合律　$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$，　$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$；

(3) 分配律　$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$，　$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$；

(4) 吸收律　$(A\cup B)\cap A=A$，　$(A\cap B)\cup A=A$；

(5) 摩根律(反演律)　$\complement_U(A\cup B)=\complement_U A\cap\complement_U B$，　$\complement_U(A\cap B)=\complement_U A\cup\complement_U B$.

四、区间与邻域

区间和邻域都是特殊的实数集.

1. 区间

设 a、b 都是实数且 $a<b$，则

(1) 数集 $\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$ 称为闭区间，记作 $[a,b]$；

(2) 数集 $\{x\mid a<x<b\}$ 称为开区间，记作 (a,b)；

(3) 数集 $\{x\mid a<x\leqslant b\}$ 与 $\{x\mid a\leqslant x<b\}$ 分别称为左开右闭区间与左闭右开区间，统称为半开半闭区间，记作 $(a,b]$ 与 $[a,b)$.

以上区间不论是闭区间，还是开区间或是半开半闭区间，a 与 b 都称为它们的端点，a 称为左端点，b 称为右端点，其他点称为区间的内点. $b-a$ 称为它们的长度.

上面所说的区间都是有限区间，另外，还有所谓的无穷区间，无穷区间有以下几种：

(1) $(-\infty,+\infty)$ 表示实数集；

(2) $(a,+\infty)$ 表示大于 a 的实数集 $\{x\mid x>a\}$；

(3) $[a,+\infty)$ 表示不小于 a 的实数集 $\{x\mid x\geqslant a\}$；

(4) $(-\infty,b)$ 表示小于 b 的实数集 $\{x\mid x<b\}$；

(5) $(-\infty,b]$ 表示不大于 b 的实数集 $\{x\mid x\leqslant b\}$.

其中记号"∞"读作无穷大，"$-\infty$"读作负无穷大，"$+\infty$"读作正无穷大.

2. 邻域

设 x_0、δ 是实数且 $\delta>0$，数集 $\{x\,|\,|x-x_0|<\delta\}$ 称为点 x_0 的 δ 邻域，其中点 x_0 是邻域的中心，δ 是邻域的半径，记作 $U(x_0,\delta)$. 容易看出，$U(x_0,\delta)$ 是以 $x_0-\delta$ 为左端点，$x_0+\delta$ 为右端点的开区间 $(x_0-\delta,x_0+\delta)$，即

$$U(x_0,\delta)=\{x\,|\,|x-x_0|<\delta\}=(x_0-\delta,x_0+\delta).$$

当只强调邻域的中心而不强调邻域的半径时，简称为点 x_0 的邻域并记作 $U(x_0)$.

数集 $\{x\,|\,0<|x-x_0|<\delta\}$ 称为点 x_0 的去心(或空心)δ 邻域，其中点 x_0 是邻域的中心，δ 是邻域的半径，记作 $U(\hat{x}_0,\delta)$. 即

$$U(\hat{x}_0,\delta)=\{x\,|\,0<|x-x_0|<\delta\}=(x_0-\delta,x_0)\cup(x_0,x_0+\delta).$$

当只强调邻域的中心而不强调邻域的半径时，简称为点 x_0 的去心邻域并记作 $U(\hat{x}_0)$. 如 $U(\hat{0})$ 是以 0 为中心的某去心邻域.

习　题　1-1

1. 已知两个集合 A 与 B，求 $A\cup B$ 与 $A\cap B$.

(1) $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{4,5,6,7\}$；　　(2) $A=\{$正整数$\}$，$B=\{$正分数$\}$；

(3) $A=\{x\,|\,x+1>0\}$，$B=\{x\,|\,x-1<3\}$.

2. 下列集合中，哪个是 $\varnothing$？

$$A=\{x\,|\,x+1=2\},\quad B=\{x\,|\,x^2+2x+4\leqslant 0\},\quad C=\{0\}$$

3. 设 $A=\{x\,|\,3<x<5\}$，$B=\{x\,|\,x>4\}$，求：

(1) $A\cup B$；　(2) $A\cap B$；　(3) $A-B$.

4. 设全集 $S=\{$小于 10 的自然数$\}$，$A=\{1,2,4,5,8\}$，$B=\{0,3,6,7,9\}$，求：

(1) $A\cup B$；　(2) $A\cap B$；　(3) $\complement_U A\cap\complement_U B$；　(4) $\complement_U A\cup\complement_U B$；　(5) $\complement_U(A\cap B)$.

5. 用区间表示下列数集：

(1) $A=\{x\,|\,|x+3|<2\}$；　(2) $B=\{x\,|\,|x|\geqslant 2\}$；　(3) $C=\{x\,|\,1<|x-2|<3\}$.

6. 设全集 $S=\{x\,|\,-3<x<10\}$，$A=\{x\,|\,-2<x<5\}$，求 $\complement_U A$.

§1-2　函　　数

函数是微积分学研究的主要对象. 函数的概念在中学已经学习过，本节将对函数做一些简单的复习，有些问题我们将从全新的角度来重新描述.

一、变量与常量

在研究、观察自然现象或人们的社会生产活动和经济活动中，会经常遇到各种各样的量. 如：长度、面积、温度、气压、速度、加速度、产量、成本等等. 这些量可以分为两类，

一类量在整个过程中保持不变，而另一类量则是不断变化的.

在某一过程中，始终保持不变的量叫做常量；可以取不同数值的量叫做变量.

需要注意的是：一个量是常量还是变量，是相对于某一个过程而言的，同一个量在这个过程中是常量，在另一过程中可能是变量. 例如，某商场某天顾客的数量是变量，而某飞机某航班乘客的数量是常量.

常量一般用小写字母 $a,b,c,\cdots$ 等表示，变量一般用字母 $x,y,z,\cdots$ 等表示，表示整变量时常用 m,n,i,j,k 等表示.

对于一个变量来说，它可能取到的所有不同的值所构成的集合称为这个变量的变化域，简称为变域.

二、函数概念

定义 1-2-1　设 D 是一个非空实数集，如果对任意 $x\in D$，按照对应法则 f，都有唯一确定的值 y 与之对应，则称 f 是定义在数集 D 上的函数. 其中 D 称为函数 f 的定义域；与数 x 对应的值 y 称为 f 在点 x 处的函数值，记作 $f(x)$，即

$$y = f(x).$$

全体函数值构成的集合

$$M = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$$

称为函数 f 的值域.

如果把 x 作为可在 D 中取值的变量，y 作为在 M 中取值的变量，则称 x 为函数 f 的自变量，函数值 y 称为函数 f 的因变量.

习惯上，把因变量 y 称为变量 x 的函数.

例 1　设 $f(x)=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$，求：$f(0)$，$f(x^2)$，$f\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

解　$f(0)=\dfrac{1-0^2}{1+0^2}=1$；

$$f(x^2)=\frac{1-(x^2)^2}{1+(x^2)^2}=\frac{1-x^4}{1+x^4};$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1-(1/x)^2}{1+(1/x)^2}=\frac{x^2-1}{x^2+1}.$$

当我们研究函数时，必须注意考虑函数的定义域. 在研究实际问题时，应根据问题的实际意义来确定函数的定义域. 在研究用解析式给出的函数时，它的定义域将由解析式本身来确定，即要使解析式有意义. 例如：分式的分母不能为零；负数不能开偶次方；对数的真数要大于零，底要大于零且不等于 1 等等.

为了更好地掌握函数，我们再作几点说明：

1. 关于对应法则“f”

f 表示自变量与因变量之间的对应法则，它的作用相当于一个来料加工厂，进来的

是原料 x，出来的是成品 y，它是抽象的，但对于某个具体给定的函数来说，它又是具体的. 例如：对于函数

$$y = f(x) = x^2 + 3x - 5,$$

“f”是通过算式$(\quad)^2+3(\quad)-5$，将自变量 x 加工成为对应的函数值 y 的. 于是，$x=2$ 时，相应的函数值 $y=f(2)=2^2+3\times 2-5=5$；$x=5$ 时，$y=f(5)=5^2+3\times 5-5=35$.

2. 函数的两要素

定义域是自变量 x 的取值范围，而与 x 对应的函数值是由对应法则 f 确定的，所以函数由它的定义域和对应法则完全确定. 我们将函数的定义域和对应法则称为函数的两要素. 如果两个函数的定义域相同，对应法则也相同，则将这两个函数视为同一函数或称两个函数相等.

例如，函数 $y=f(x)(x\in D)$ 与函数 $s=f(t)(t\in D)$ 表示同一函数.

由此可见，函数只与对应法则 f 和定义域 D 有关，而与表示其变量的符号无关.

3. 函数的表示法

在具体研究某一函数时，要求用一种具体的表示法来表达函数，表示函数的常用方法有以下三种：

1）解析法（又称公式法）

当函数的对应法则用一个数学式子给出时，称这种表示函数的方法为解析法. 高等数学中所讨论的函数大多是由解析法给出的，这是因为用解析式便于进行各种运算和研究函数的性质. 用解析法表示的函数不一定总是用一个式子来表示，也可能是在不同的自变量的取值范围内用不同的解析式来表示一个函数，习惯上，称这种函数为分段函数. 例如：

$$y = \begin{cases} -x, & x < 0, \\ x, & x \geqslant 0. \end{cases}$$

如果因变量 y 可以表示成一个关于自变量 x 和常数的式子，那么，我们将这样的函数称为显函数. 例如

$$y = \sqrt{x}.$$

如果两个变量之间的对应关系可以由一个方程 $F(x,y)=0$ 来确定，即当 x 的值给定后，通过方程 $F(x,y)=0$ 确定 y 的值，我们就说这个方程确定了一个函数 $y=f(x)$. 我们将由方程 $F(x,y)=0$ 确定的函数 $y=f(x)$ 称为隐函数. 例如方程

$$x^2 + y^2 = r^2$$

就确定了变量 y 是变量 x 的隐函数.

2）列表法

有些函数很难或不可能用解析式表示出来，常将自变量的一些值与相应的函数值列成表格表示变量之间的对应关系. 这种表示函数的方法称为列表法.

3）图像法

所谓图像法是应用解析几何的坐标法，把函数的对应法则用一个几何图形表示出来.

三、反函数

定义 1-2-2 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 X，值域为 Y，如果存在这样一个对应法则 f^{-1}，使对 Y 内的任一 y 值，在 X 中都有唯一一个满足条件 $f(x)=y$ 的值 x 与之对应，这样就确定了一个从 Y 到 X 的函数 f^{-1}. 这个函数称为函数 $y=f(x)$ 的反函数，记作 $x=f^{-1}(y)$，其定义域为 Y，值域为 X.

函数与反函数是相对而言的，如果 $x=f^{-1}(y)$ 是函数 $y=f(x)$ 的反函数，反过来 $y=f(x)$ 就是函数 $x=f^{-1}(y)$ 的反函数，因此我们常说 $y=f(x)$ 和 $x=f^{-1}(y)$ 互为反函数.

在反函数 $x=f^{-1}(y)$ 中，y 是自变量，x 是因变量，但在习惯上自变量常用 x 表示，因变量则用 y 表示，所以 $y=f(x)$ 的反函数

$$x=f^{-1}(y),\quad y\in Y$$

常写成

$$y=f^{-1}(x),\quad x\in Y.$$

$y=f^{-1}(x)$ 是 $y=f(x)$ 的反函数，则 $y=f(x)$ 称为 $y=f^{-1}(x)$ 的直接函数或正函数. 由反函数的定义可知，只有单调函数才有反函数. 因此，在求函数的反函数时，要看函数是否是单调函数，若是单调函数，只要把自变量解出来即可.

例 2 求函数 $y=2x-1$ 的反函数.

解 由直接函数 $y=2x-1$ 解出 x，得到所求反函数

$$x=\frac{y}{2}+\frac{1}{2},$$

习惯上改写为

$$y=\frac{x}{2}+\frac{1}{2},\quad x\in(-\infty,+\infty).$$

例 3 求函数 $y=x^3$ 的反函数.

解 由 $y=x^3$，得 $x=\sqrt[3]{y}$，所以反函数为

$$y=\sqrt[3]{x},\quad x\in(-\infty,+\infty).$$

例 4 讨论函数 $y=x^2$ 的反函数.

解 函数 $y=x^2$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，值域为 $[0,+\infty)$，在 $[0,+\infty)$ 上任取 $y\neq0$，适合关系式 $x^2=y$ 的 x 有两个，一个在区间 $(0+\infty)$ 内，另一个在区间 $(-\infty,0)$ 内，x 与 y 不是一一对应的，所以它没有反函数.

但如果把函数 $y=x^2$ 的定义域分解为 $(-\infty,0)$ 与 $[0,+\infty)$ 两个部分区间，把 $y=x^2$ 的定义域分别限制在 $(-\infty,0)$ 和 $[0,+\infty)$ 上，那么在区间 $(-\infty,0)$ 上，$y=x^2$ 有反函数

$x=-\sqrt{y}$,即

$$y=-\sqrt{x},\quad x\in[0,+\infty);$$

在$[0,+\infty)$上,$y=x^2$ 有反函数 $x=\sqrt{y}$, 即

$$y=\sqrt{x},\quad x\in[0,+\infty).$$

下面讨论 $y=f(x)$与 $y=f^{-1}(x)$的图像的关系.

因为 $y=f(x)$与 $x=f^{-1}(y)$表示变量 x 和 y 之间的同一关系,因此它们的图形是完全相同的.但是,当自变量与因变量的记号变换之后,如果在同一坐标系 xOy 中作图的话,它们的图形就不相同了.事实上,x 与 y 的记号交换后,相当于把函数图形上的点 $M(x_0,y_0)$变成新的点 $M'(y_0,x_0)$,一般说来,这两个点不会重合(除非 $x_0=y_0$),但是,容易证明,这两点关于直线 $y=x$ 对称(图 1-2-1),这只需证明 M 与 M'的连线 MM'被直线 $y=x$ 垂直平分即可.首先,这两条直线互相垂直,这是因为直线 $y=x$ 的斜率是 1,而连线 MM'的斜率为$\dfrac{x_0-y_0}{y_0-x_0}=-1$,两者互为负倒数,因而垂直.其次,$MM'$的中点坐标$(x,y)$为

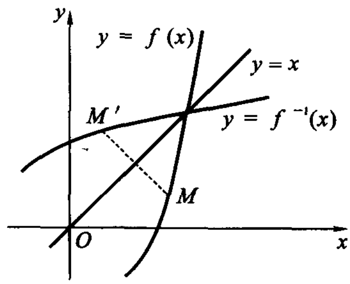


图 1-2-1

$$\begin{cases} x=\dfrac{x_0+y_0}{2}, \\ y=\dfrac{x_0+y_0}{2}, \end{cases}$$

二者相等,因而它在直线 $y=x$ 上.这就证明了 $y=x$ 是点 M 与点 M'的连线的中垂线.因此,$y=f(x)$与 $y=f^{-1}(x)$的图像关于直线 $y=x$ 对称.

习　题　1-2

1. 选择题:

(1) 下列各对函数相同的是(　　).

(A) $f(x)=x$,　$g(x)=(\sqrt{x})^2$　　(B) $f(x)=\sqrt{x^2}$,　$g(x)=|x|$

(C) $f(x)=x+1$,　$g(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$　　(D) $f(x)=x^0$,　$g(x)=1$

(2) 函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x^2}, & |x|<1, \\ x^2-1, & 1<|x|\leqslant 2\end{cases}$ 的定义域是(　　).

(A) $[-2,2]$　　(B) $[-2,-1)\cup(-1,2]$

(C) $[-2,1)\cup(-1,1)\cup(1,2]$　　(D) $[-2,1)\cup(1,2]$

(3) 将函数 $f(x)=2-|x-2|$表示为分段函数时,$f(x)=$(　　).

(A) $\begin{cases} 4-x, & x \geqslant 0, \\ 4+x, & x<0 \end{cases}$　　(B) $\begin{cases} x, & x<2, \\ 4-x, & x \geqslant 2 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 4-x, & x \geqslant 0, \\ 4+x, & x<0 \end{cases}$　　(D) $\begin{cases} 4+x, & x<2, \\ 4-x, & x \geqslant 2 \end{cases}$

(4) 设函数 $f(x)=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, & x<0 \end{cases}$,那么,$f(0)$(　　).

(A) $=-1$　　(B) $=0$　　(C) $=1$　　(D) 不存在

(5) 设 $F(x)=a^x(a>0$,且 $a\neq 1)$,那么$\dfrac{F(x)}{F(y)}=$(　　).

(A) $F(x+y)$　　(B) $F(x-y)$

(C) $F(x)F(y)$　　(D) $F(x)-F(y)$

(6) 设 $f(t)=2t^2+\dfrac{2}{t^2}+\dfrac{5}{t}+5t \quad (t>0)$;那么 $f(\dfrac{1}{t})=$(　　).

(A) $f(t)$　　(B) $\dfrac{1}{f(t)}$　　(C) $\dfrac{f(t)}{t}$　　(D) $\sqrt{f(t)}$

(7) 下列函数中是隐函数的是(　　)(其中 $x>0$).

(A) $y=\arcsin x$　(B) $y=\sin(x+y)$　(C) $y=1+x\cdot 2^x$　(D) $y=x^{\sin x}$

(8) 下列各对函数中,互为反函数的是(　　).

(A) $y=\sin x,\quad y=\cos x$　　(B) $y=2^x,\quad y=-2^{-x}$

(C) $y=\sec x,\quad y=\cos x$　　(D) $y=2x,\quad y=\dfrac{x}{2}$

(9) 若 $f(x)=\dfrac{1-3x}{x-2}$与 $g(x)$的图形关于直线 $y=x$ 对称,则 $g(x)=$(　　).

(A) $\dfrac{1+2x}{x+3}$　　(B) $\dfrac{1-3x}{x-2}$　　(C) $\dfrac{x+2}{1+2x}$　　(D) $\dfrac{x-2}{1-3x}$

2. 设 $\varphi(x)=\begin{cases} |\sin x|, & |x|<\dfrac{\pi}{3}, \\ 0, & |x|\geqslant\dfrac{\pi}{3}, \end{cases}$ 求 $\varphi(\dfrac{\pi}{6})$,$\varphi(\dfrac{\pi}{4})$,$\varphi(-\dfrac{\pi}{4})$,$\varphi(-2)$.

3. 下列各组函数是否相等?为什么?

(1) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x+1}$与 $g(x)=x-1$;

(2) $f(x)=\begin{cases} 2x-1, & x\geqslant 1, \\ 1, & x<1 \end{cases}$ 与 $g(x)=\sqrt{(1-x)^2}+x$;

(3) $f(x)=\sin x$ 与 $g(x)=\sqrt{1-\cos^2 x}$.

4. 求下列函数的反函数,并指出反函数的定义域:

(1) $y=\sqrt{1-x^2}$, $x\in[0,1]$;　　(2) $y=10^{3x-1}$, $x\in(-\infty,+\infty)$;

(3) $y=\dfrac{1-x}{1+x}$, $x\neq -1$.

*5. 求函数 $y=\begin{cases} x, & -\infty<x<1, \\ x^2, & 1\leqslant x\leqslant 4, \\ 2^x, & 4<x<+\infty \end{cases}$ 的反函数及反函数的定义域.