

COMMUNICATION & CONTROL
C 通信与控制系列教程

THE PRINCIPLE OF
AUTOMATIC CONTROL

自动控制原理

(线性部分)

■ 李一兵 贾玉晶 张雅彬 叶 方 编

哈尔滨工程大学出版社



通信与控制系列教程

自动控制原理

(线性部分)

The Principle of Automatic Control

李一兵 贾玉晶 张雅彬 叶 方 编

童国泰 主 审

哈尔滨工程大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理(线性部分)/李一兵,贾玉晶,张雅彬,
叶方编. —哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2006
ISBN 7-81073-794-5

I. 自… II. ①李…②贾…③张…④叶… III. 自动
控制理论-高等学校-教材 IV. TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 006366 号

内 容 简 介

本书是一本自动控制原理的简明教材。书中内容包括自动控制线性理论和实验两个部分。

理论部分只介绍经典控制理论中的基本概念、控制系统的数学模型、时域分析法、根轨迹分析法、频率特性法以及控制系统的校正和综合;实验部分包含了与理论部分内容相对应的典型环节与典型系统的模拟、二阶系统响应特性研究、控制系统稳定性、线性系统动态特性、稳定误差、系统品质及校正装置的应用、控制系统频率特性测试与研究等 7 个实验,同时考虑到计算机在本学科应用的日趋普及,另外设计了一个基于 MATLAB 的自动控制系统性能分析实验。

本书作为高等院校“自动控制原理”课程的教材,适用于电子工程、通信工程、信息处理、光学工程、对抗技术等专业,也可供从事相关专业的工程技术人员参考。

哈尔滨工程大学出版社出版发行
哈尔滨市东大直街 124 号
发行部电话:(0451)82519328 邮编:150001
新华书店经销
黑龙江省地质测绘印制中心印刷厂印刷

*

开本 787mm×1 092mm 1/16 印张 14.25 字数 342 千字

2006 年 3 月第 1 版 2006 年 3 月第 1 次印刷

印数:1—2 000 册

定价:20.00 元

前 言

本书是一本针对非控制类专业“自动控制原理”课程的简明教材(32~48学时)。

内容仅包含经典控制理论中的线性部分和与之相对应的实验。考虑到计算机在自动控制理论中日益普及和广泛应用,书中开设了一个基于 MATLAB 的自动控制性能分析实验,通过计算机对自动控制系统进行分析、设计与仿真,使学生对基本控制理论有更加深刻的认识和更加深入的理解,同时还能摆脱经典控制理论中繁琐复杂的计算和手工绘图。既能使计算机应用与经典控制理论有机地结合,又能大大减轻学生的课程负担,有利于将理论与实验更完美地结合起来。

本书从工程性、实用性的角度出发,考虑到学生的专业特点和需要以及相关课程设置情况,对“自动控制原理”线性部分的基本概念、基本原理、基本分析方法尽量采用电类的例子加以阐述。全书各章节内容力求简单明了,通俗易懂,层层深入,环环相扣,使读者在有限的时间内最大限度地掌握自动控制原理的理论体系。对于书中采用的经验公式的推导和论证不作要求,只为在误差允许范围内作近似计算。对推导和论证感兴趣的读者请参阅相关文献资料。

本书由李一兵主编,童国泰主审,参加编写工作的有贾玉晶、张雅彬、叶方(排名不分先后)。本书共分理论与实验两大部分,第1章与实验部分1~7由李一兵编写,第2章与第6章由贾玉晶编写,第3章与实验部分8由叶方编写,第4章与第5章由张雅彬编写,张兰参加了部分工作。最后由李一兵统编全稿。

本书在编写过程中参考了很多国内兄弟院校的优秀教材和著作,从这些优秀教材和著作中获得很大的启发和帮助,并吸收了部分经典内容。在此谨向收录于参考文献中的各位作者和同仁表示诚挚的谢意。

由于水平有限,书中错误与不当之处,敬请读者批评指正。

编 者

2005年12月

目 录

理 论 篇

1 自动控制的基本概念	1
1.1 概述	1
1.2 开环控制和闭环控制	1
1.3 反馈控制系统	4
1.4 对控制系统的基本要求	8
习题	9
2 控制系统的数学模型	10
2.1 数学模型	10
2.2 控制系统微分方程的建立	10
2.3 控制系统的传递函数	12
2.4 非线性数学模型的线性化	18
2.5 典型环节及其传递函数	22
2.6 动态结构图及其等效变换	24
2.7 信号流图	30
习题	36
3 时域分析法	39
3.1 概述	39
3.2 典型输入信号	39
3.3 一阶系统的时域响应	41
3.4 二阶系统的时域响应	43
3.5 控制系统时域性能指标	46
3.6 二阶系统的暂态响应指标与参数的关系	47
3.7 二阶系统的单位斜坡响应	52
3.8 高阶系统的暂态响应	57
3.9 控制系统的稳定性	61
3.10 系统的稳态误差分析与计算	67
习题	81
4 根轨迹法	86
4.1 根轨迹概念	86
4.2 根轨迹方程	87
4.3 绘制根轨迹的一般规则	89
4.4 控制系统根轨迹分析	100

4.5 参数根轨迹	107
习题	109
5 频率法	111
5.1 频率特性	111
5.2 典型环节的频率特性	116
5.3 系统开环频率特性	126
5.4 稳定判据	134
5.5 利用开环频率特性分析系统的性能	140
5.6 系统闭环频率特性和阶跃响应的关系	144
习题	147
6 控制系统的校正	149
6.1 系统校正概述	149
6.2 串联校正	152
6.3 反馈校正	171
6.4 复合校正	175
习题	179

实 验 篇

实验1 典型环节与典型系统的模拟	181
实验2 二阶系统阶跃响应特性研究	187
实验3 自动控制系统稳定性实验	191
实验4 线性系统动态特性研究	194
实验5 自动控制系统稳态误差实验	195
实验6 控制系统的品质及校正装置的应用	198
实验7 控制系统频率特性的测试与研究	200
实验8 基于 MATLAB 的自动控制系统性能分析	202
附录 常用拉氏变换表	217
参考文献	219

理 论 篇

1 自动控制的基本概念

1.1 概 述

自动控制系统在国民经济的各个部门中发挥着重要的作用。而自动控制原理是指导自动控制技术的理论基础和科学结晶,是研究有关自动控制规律的一门科学。

所谓自动控制,是指在没有人直接参与的情况下,利用外加的设备或装置,使机器、设备或生产过程的某个工作状态或参数自动地按照预定的规律运行。自动控制理论是研究自动控制共同规律的技术科学。它的发展初期是以反馈理论为基础的自动调节原理,并主要用于工业控制。在20世纪40年代初,为了设计和制造飞机及船用自动驾驶仪、火炮的自动定位系统、雷达跟踪系统以及其他基于反馈原理的军用装备,自动控制技术得到迅速应用,同时也进一步发展并完善了自动控制理论,使其逐渐形成了较完整的理论体系。这就是以传递函数为基础的经典控制理论,主要研究单输入—单输出线性定常系统的分析和设计问题。20世纪60年代以后,随着现代应用数学新理论的推出和电子计算机技术的广泛应用,为适应高技术发展应用的需求,自动控制理论跨入了一个新阶段——现代控制理论。它主要研究具有高性能、高精度的多变量变参数的最优控制问题,采用的方法是以状态空间法为基础的时域法。

目前,自动控制理论正向着以控制论、信息论、仿生学、计算机为基础的智能控制理论深入。

自动控制技术的广泛应用,能改善劳动条件,提高产品质量,降低劳动强度并提高劳动生产率。随着电子计算机技术的发展和运用,在航天、航空以及核动力等高科技领域中,自动控制技术发挥了特别重要的作用。近年来,自动控制技术更是扩展到生物、医学、环境、经济管理和其他许多社会生活领域中。

1.2 开环控制和闭环控制

按照描述系统的数学模型不同,控制系统可分为线性系统 and 非线性系统、定常系统和时变系统;按照传递信号的性质可分为连续系统和离散系统;按照系统执行元件类型可分为机电系统、液压系统、气动系统等;按照系统的功能分类,则有温度控制系统、位置控制系统等;按照输入信号的变化规律不同,则有随动系统和调节系统之分。为了全面反映控制系统的特点,通常将上述各分类方法组合运用。

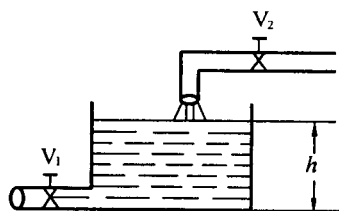
虽然控制系统分类方法很多,但主要有开环控制和闭环控制两大类。

1.2.1 开环控制系统

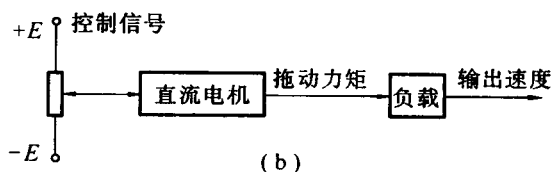
开环控制是指系统的输出量对系统的控制作用无任何影响的控制过程。

图 1-1(a) 所示的储槽液位控制系统中, h 为液位高度。无论经阀门 V_1 的输出流量(即系统的输出量)如何变化, 都可以通过人工控制阀门 V_2 的流量(即系统的输入量)使液位高度 h 保持在希望值的允许偏差范围内。因为通过阀门 V_2 的输入流量的大小是靠人工控制的, 与系统的输出量无关, 所以该系统是开环控制系统。

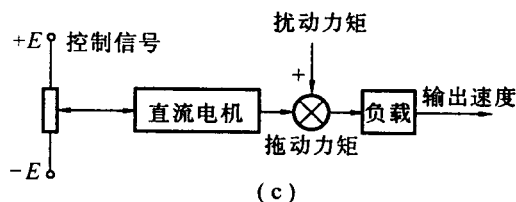
图 1-1(b) 表示用直流电机拖动的速度控制系统。当控制信号不变时, 电机以某一速度旋转。当负载力矩不变时, 控制电压与电机转速具有对应的关系, 输出转速不参与控制作用, 因此是开环控制。但是, 当负载转矩发生变化时(即加入扰动, 如图 1-1(c) 所示), 由电机原理可知, 其输出转速将发生波动。开环系统的精度主要取决于它的标定精度以及组成系统元件特性的稳定程度。由于该类型系统没有抵抗干扰的能力, 故控制精度较低。但是, 开环系统结构简单、成本低、稳定性好, 也容易实现, 在某些自动控制设备中仍被大量采用。



(a)



(b)



(c)

1.2.2 闭环控制系统

闭环控制是指系统的输出量对控制作用有影响的控制过程, 也称为反馈控制。

如果在图 1-1(a) 所示液位开环控制系统中加入一些部件(如图 1-2(a) 所示), 使液位高度经浮子和电位器变换成与其对应的电压信号, 并负反馈到放大器的输入端, 与输入控制信号相减, 就可组成液位闭环控制系统。若液位高度 h 等于希望值时, 反馈到放大器输入端的电压等于输入控制信号电压, 放大器输出电压为零, 电机不动作; 当液位 h 偏离希望值时, 则反馈电压和输入控制电压之间出现差值, 经放大器放大后, 电动机改变阀门 V_2 的开度, 从而调节输入流量, 使 h 恢复到希望值。因为系统中存在反馈, h 实际值对控制作用有影响, 所以是闭环系统。

同理, 若用测速发电机把图 1-1(c) 的输出速度转换成与其成比例的电压, 并负反馈到差动放大器的输入端, 即构成闭环速度控制系统, 如图 1-2(b) 所示。当系统受到扰动使输出速度偏离希望值时, 差放输出的误差(偏差)电压亦随之变化, 它经放大器放大后控制电机, 使系统恢复到希望的速度。

由此可见, 闭环控制的基本工作原理: 由参考输入元件、测量反馈元件和比较环节去“测

图 1-1 开环控制系统

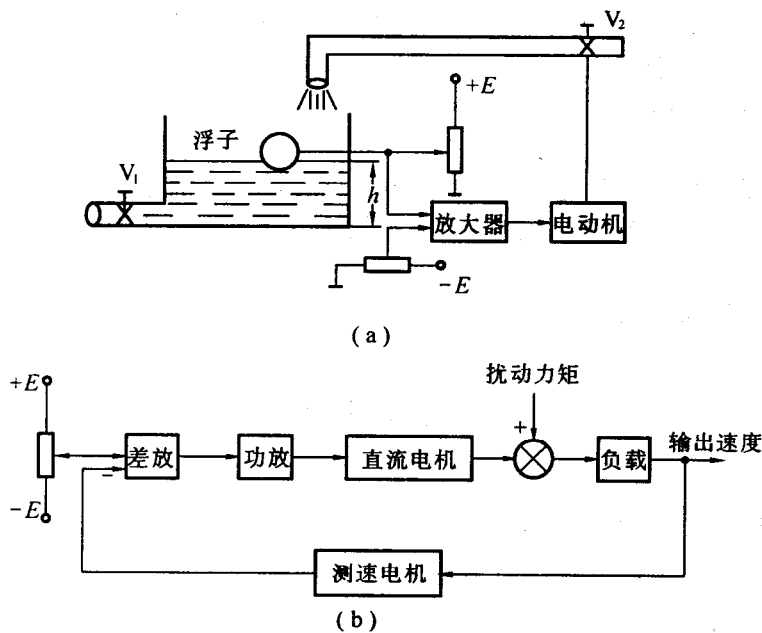


图 1-2 闭环控制系统

量偏差”；由放大变换元件和执行元件去“消除偏差”，属偏差控制。因此，无论是系统内部参数的变化，还是由于外部扰动输入所引起的输出量偏离，闭环控制系统都能自动进行修正。

1.2.3 开环控制和闭环控制的比较

图 1-3 所示的直流电动机调速系统为一开环系统，给定电压 u_g 经放大后得到电枢电压 u_a ，改变 u_g 可得到不同的转速 n 。该系统只有输入量 u_g 对输出量 n 的单向控制作用，输出端和输入端之间不存在反馈回路，因而，输出量 n 对输入量 u_g 没有任何影响和联系，输出量的改变不会产生控制作用。

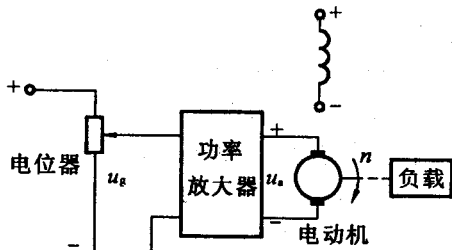


图 1-3 速度开环控制系统原理图

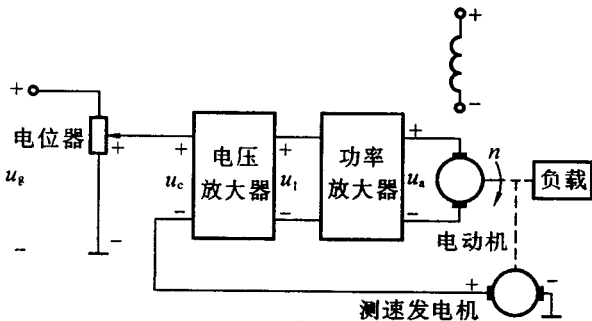


图 1-4 转换闭环控制系统原理图

若在图 1-3 所示系统中利用测速发电机构成转速负反馈，原理图如图 1-4 所示，那么在负载变化的情况下可以有效地控制转速。例如负载增加转速下降，偏差 u_e 增大，使电枢电压升高从而使转速回升到 n 保持不变。

因闭环控制中采用了负反馈，故系统对外部或内部干扰的影响都不甚敏感。这样，就可以选用不太精密

的元件构成较为精确的控制系统。而对于开环控制,因为对输出量不检测,也无输出量的反馈,所以对扰动引发的误差无修正能力,因此系统的精度完全由选用高稳定性、高精度的元件或采取有效的抗干扰措施来保证。

从系统的稳定性来考虑,开环控制一般不存在不稳定的问题,而闭环系统的稳定性始终是一个十分重要的问题。

通常,若系统的输入量可预知,且对系统中可能出现的干扰能有效地抑制时,采用开环控制较好,特别是被控量很难进行检测时更是如此。若系统的输入量和扰动无法预知,则采用闭环控制较好。对复杂且精度高的控制系统,还可将开环控制和闭环控制适当结合起来,组成比较简单且性能良好的控制系统——复合控制系统。

1.3 反馈控制系统

闭环控制系统又称反馈控制系统,是我们研究的主要对象。

1.3.1 反馈控制系统的基本组成

下面举几个典型实例进一步说明闭环控制系统的工作原理,并归纳出闭环控制系统的基本组成。

1. 随动系统

闭环系统的输入量是任意的时间函数,而输出量为同样的物理量且能以一定的精度跟随输入量变化。此类系统称为随动系统或伺服系统。随动系统在工业、交通、国防等方面应用极广,如机床、舰艇操舵、火炮和雷达的自动控制系统,都属于随动系统。

图 1-5(a) 为雷达天线方位角手控系统。手柄转角 θ_i 为输入量,天线方位角 θ_o 为输出量。手柄轴与同步发送器的转子轴相连,自整角变压器的转子与天线方位轴相连。当手柄转动时,若 $\theta_i \neq \theta_o$,自整角变压器输出与角差成比例的电压,经变换放大后驱动伺服电动机,带动天线朝着角差减小的方向运动,直至 $\theta_i = \theta_o$ 。若手柄连续旋转,则天线方位轴跟随 θ_i 而旋转。其原理框图如图 1-5(b) 所示。图中的同步发送器和自整角变压器即为误差比较元件,而速度反馈用来改善系统的性能。

2. 自动稳定系统

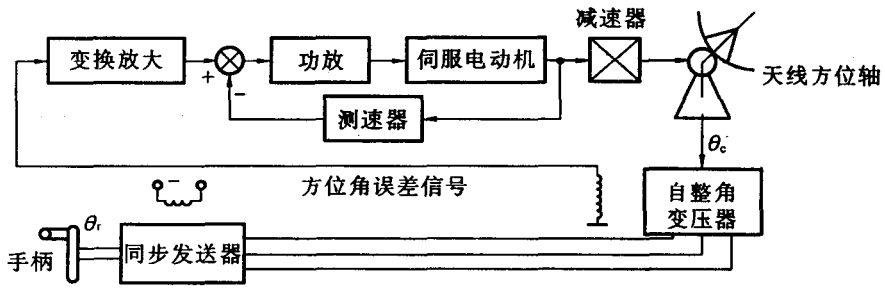
闭环控制系统的参考输入信号(或输出量)保持恒定时,称为自动稳定系统。如各种反馈式稳压、稳流、稳速和温度自动调节装置,都是自动稳定系统。

图 1-6(a) 为炉温自动控制系统。当炉温偏离给定值时(由给定电位器给定),测温电阻阻值发生变化,使电桥失去平衡,电桥输出电压经放大后驱动电机,经减速器去控制进气阀门的开度 φ ,以改变加热气体的进气量,使炉温趋于给定值。图 1-6(b) 为系统的原理图。

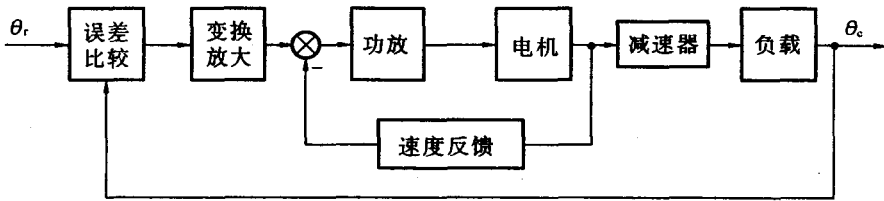
3. 数字控制系统

数字控制系统的操作指令以数字的形式表示,工作过程按照规定的程序自动进行。典型的数字控制设备是数控机床和坐标测量机。数控系统发展的趋势是计算机数控(CNC)。

图 1-7 为计算机数控机床的原理示意图。CNC 系统软件部分主要有零件程序、控制程序和服务程序。零件程序中包含对被加工零件的要求和切削条件的描述;控制程序将接收的零件程序作为输入数据,经过插补运算产生驱动信号;服务程序用来检查、编辑和修改零件

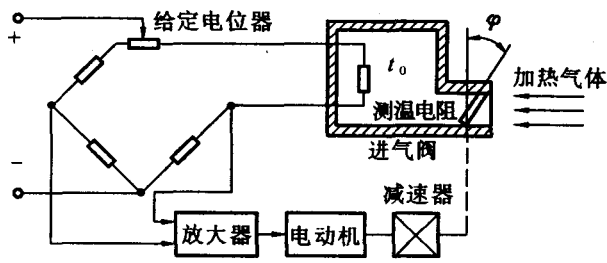


(a)

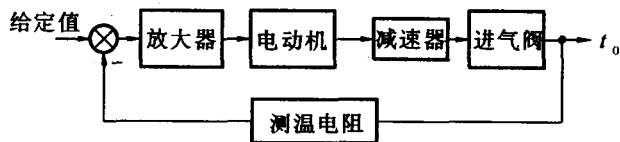


(b)

图 1-5 雷达天线方位角手控系统



(a)



(b)

图 1-6 炉温自动控制系统

程序。大多数 CNC 系统都包括速度和位置反馈回路,如图 1-7 所示。其硬件主要有伺服放大器、传感器检测电路及接口部件。因为 CNC 系统软件丰富、柔性较大、成本较低,所以在制造系统中应用非常广泛。

随着科学技术的发展,诸如最优控制系统、智能控制系统、自适应控制系统等不断地涌现出来,这里就不一一介绍了。

从上述闭环控制系统的典型实例可以看出,尽管各种系统由不同的元件组成,系统的功能也不一样,但它们都采用了负反馈工作原理。相同的工作原理决定了它们必然具有类似的结构。例如,它们都有测量装置、比较装置、放大装置和执行机构。在不同的系统中,可以采用不同的元件去实现某一种相同的功能。为了改善系统的性能,通常要引入校正元件,如速度反馈等。

典型的自动控制系统的基本组成可用图 1-8 表示。图中,系统的基本元件和被控对象都用方框表示;信号的传输方向用箭头表示,该传输方向是单向不可逆的,这是由元件的物理特性决定的;“-”号表示输入信号与反馈信号相减(负反馈),“+”号表示正反馈。

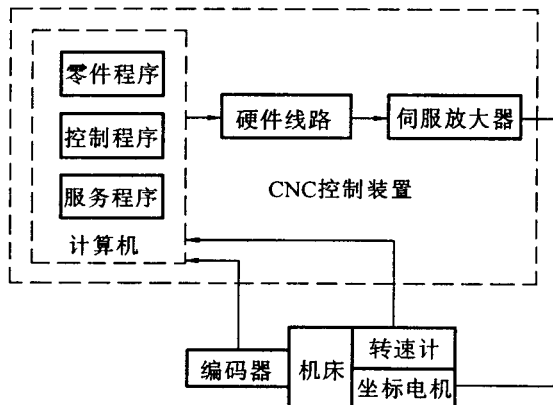


图 1-7 计算机数控机床原理图

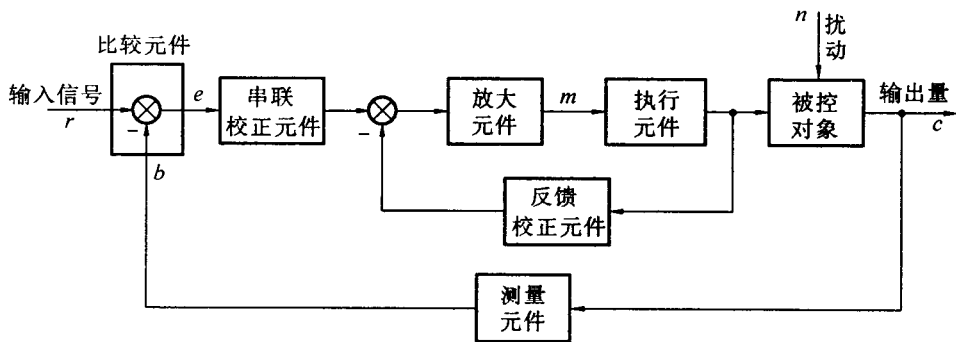


图 1-8 典型自动控制系统

信号从输入端沿箭头方向到达输出端的传输通路称为前向通路;系统输出量经测量装置反馈到输入端的传输通路称为主反馈通路;前向通路与主反馈通路一起,构成主回路。此外,还有局部反馈通路以及由它组成的内回路。只有一个反馈通路的系统称为单回路系统,有两个以上反馈通路的系统称为多回路系统。

一般来说,控制系统受两种信号的作用,即有用信号和扰动,它们都可作为系统的输入信号。有用输入信号决定了系统被控制量的变化规律,而扰动是不希望的外作用,它破坏有用信号对系统输出量的控制,应设法进行抑制或补偿。通常所说的系统输入信号,泛指有用信号。

图 1-8 中各元件(或装置)的作用如下。

测量元件:对系统输出量进行测量,将输出量变换成主反馈信号 b 。

比较元件:对系统的输入量 r 和主反馈信号 b 进行加减计算,给出偏差(误差)信号 e ,这个过程通常是由综合电路或由测量元件完成的,这些元件统称为误差检测元件。

放大元件:对微弱的偏差信号进行放大和变换,输出足够功率和要求的控制量 m 。

执行元件:根据控制量对被控对象执行控制任务,使被控制量(输出量) c 与希望值趋于一致。

被控对象:系统所要控制的机器、设备或生产过程。

反馈校正元件:参数或结构便于调整的元件,用于改善系统性能。

1.3.2 反馈控制系统举例

例 1-1 船舶航向控制系统。

船舶航向控制是通过操纵舵的运动来完成的。船舶在航行过程中希望它既具有良好的航向保持能力又具有灵敏的机动性。最常见的航向控制装置就是船舶自动操舵仪,也叫自动舵。

自动操舵仪操纵舵的运动,通过舵和船舶的水动力作用,船舶即可改变航向。指令航向是给定船舶航向控制的输入信号,而船舶的航向角为系统实际输出量。船舶航向控制的原理框图如图 1-9 所示。

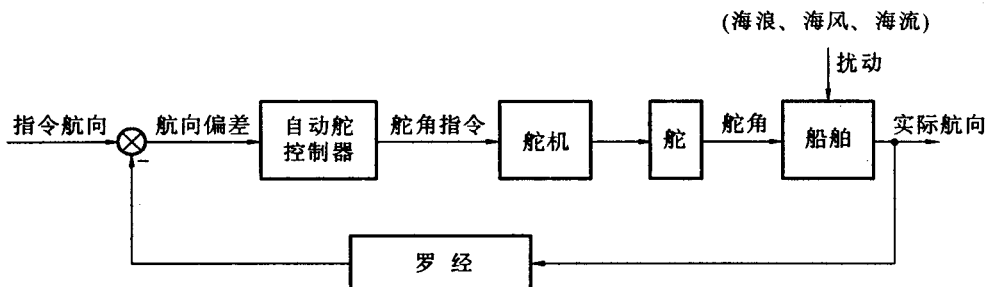


图 1-9 例 1-1 船舶航向控制原理框图

船舶的航向由罗经来测量。罗经的航向与指令航向比较后,产生一个航向偏差信号,送入自动舵控制器。自动舵控制器根据航向偏差计算出所需的舵角指令信号,舵机在舵角指令信号的作用下把舵转到所需的角。在舵的作用下,船舶开始改变航向。当船舶的航向与指令航向一致时,航向偏差为零,于是自动舵控制器输出零舵角指令信号,舵机使舵回到零位,使船舶保持在指令航向上航行。因此,海浪、海风和海流等扰动使船舶航向偏离指令航向时,在自动舵系统的作用下,可使船舶回到指令航向上。

本例中:

控制任务:船舶在任何扰动(干扰)作用下,保持指令航向不变。

受控对象:船舶。

被控量:船舶实际航向。

本控制系统由罗经完成测量功能,由控制器完成信号的比较放大功能,由舵完成执行功能,以保持船舶按指令航向前进。

1.4 对控制系统的基本要求

自动控制任务数学表达式: $c(t) = r(t)$ 。为了实现自动控制的任务,必须要求控制系统的被控制量 $c(t)$ 跟随给定值 $r(t)$ 的变化而变化,即希望被控制量等于给定值,没有误差且不受干扰影响。然而在实际的控制系统中由于机械部分的质量、惯性(或储能元件)的存在,以及能源功率的限制,使得控制系统受到外加信号作用后,被控量不可能立即变化,而要经历一个过程。这段时间或过程称动态(暂态)过程或过渡过程。

在分析和设计自动控制系统时,需要有一个评价系统优劣的标准,这个标准通常用性能指标来表示。不同的被控对象、不同的工作方式和控制任务,对系统的性能要求有所不同。但是,归纳起来,对系统的基本要求体现在稳定性、动态特性,和稳态特性三个方面,或简称为“稳”、“快”、“准”。

1. 稳定性

一个处于静止或平衡工作状态的系统,当受到任何输入(给定信号或干扰)作用后,就可能偏离原平衡状态。当作用消失后,系统中的状态和输出都能恢复到原来平衡状态的系统,称为稳定系统。若作用消失后,系统中的状态和输出发生增幅振荡或单调增长现象的系统,称为不稳定系统。

显然,要想使系统正常工作,系统必须是稳定的,而且必须有一定的稳定裕量。稳定性是对系统的最起码要求,是系统能否正常工作的前提条件。

系统稳定性包含两个方面的含义。一是系统稳定,叫做绝对稳定性。另一个含义是输出响应振荡的强烈程度,称为相对稳定性。相对稳定性差的系统,其输出响应虽然是收敛的,但振荡衰减很慢。考虑到实际系统中各元件的参数和特性都会发生一定的变化,因此,系统不但必须是稳定的,而且还应有一定的稳定裕度,以保证在元件性能略有变化时,系统仍能正常工作。系统稳定性的优劣,常以它的稳定裕度的大小来衡量。稳定性是稳态指标,与系统结构形式及元件参数有关,与外作用及干扰信号无关。

2. 动态特性

稳态的控制系统受到外加输入信号(给定或扰动)作用后,系统最终会恢复稳定或达到新的平衡状态。但是,由于系统内机械部件的质量、惯性的存在、电路中存在储能元件(如电容和电感)以及能源功率的限制,使得系统的状态和输出不能瞬时变化,而要经历一段时间,即要有一个过程,这一过程称为动态过程或过渡过程。动态特性就是反映系统在动态过程中,系统跟踪控制信号或抑制扰动的能力。动态特性好的系统,既要求过渡过程时间短,又要求过程平稳,振荡幅度小。

3. 稳态特性

系统在过渡过程结束后,其输出量的状态值,一般用稳态误差来描述。稳态误差的大小反映了系统控制的精确程度。稳态误差值越小的系统,说明系统的控制精度越高,稳态特性越好。

值得注意的是,对于同一个系统,体现稳定性、动态特性和稳态特性的稳(定)、快(速)、准(确)这三个要求是互相制约的。提高响应的快速性,可能会引起系统的强烈振动;改善系统相对稳定性,则又可能会使控制过程时间延长,反应迟缓以及精度变差;提高系统的稳态

精度,则可能会引起动态特性(平稳性及过渡过程时间)变坏。分析和解决这些矛盾,将是本课程讨论的重要问题。

习 题

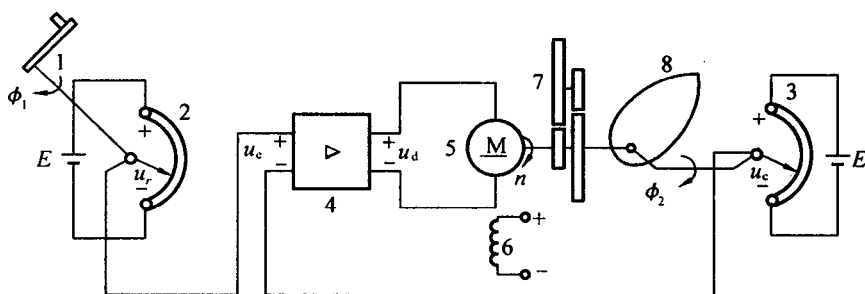
1-1 试举几个日常生活中开环和闭环控制系统的例子,并说明它们的工作原理。

1-2 反馈控制原理是什么?

1-3 简述自动控制系统的基本组成。

1-4 简述对自动控制系统的基本要求。

1-5 船舶的航行是靠旋转驾驶舵轮改变船尾水下舵叶与船身之间的角度实现航向改变的,水下舵叶由电动机经传动机构拖动,控制舵叶转动的位置随动系统原理图如题图1-5所示。试分析该控制系统的工作原理,并找到组成系统的各个基本环节,绘出系统框图。



题图1-5 船舶舵叶位置随动控制系统原理图

1—手轮;2—给定电位器;3—检测电位器;4—放大器;

5—伺服电动机;6—他励绕组;7—传动机构;8—舵叶

2 控制系统的数学模型

2.1 数学模型

为了从理论上对自动控制系统进行定性分析和定量计算,需要建立系统的数学模型。

系统的数学模型,是描述系统输入、输出变量以及内部各变量之间关系的数学表达式。描述各变量动态关系的数学表达式,称为动态模型。常用的动态数学模型有微分方程、传递函数、动态结构图及频率特性,还有差分方程、状态方程等。

建立合理的数学模型(简称系统建模),略去系统一些次要因素,使模型既能准确地反映系统的动态本质,又能简化分析计算。常常采用非线性方程线性化的方法。

系统数学模型的建立,一般采用解析法或实验法。所谓解析法,即依据系统及元件各变量之间所遵循的物理、化学定律,列写出变量间的数学表达式,从而建立数学模型。解析法又称理论建模,本章只讨论解析法。

许多表面上完全不同的系统(如机械系统、电气系统、液压系统和经济学系统等)可能具有完全相同的数学模型,而数学模型表达了这些系统的共性。因此数学模型建立以后,研究系统指的就是研究系统所对应的数学模型,而不再涉及实际系统的物理性质和具体特点。

根据解决问题的不同,分析方法也不同。本章首先研究建立控制系统微分方程的一般方法,然后再介绍描述线性定常系统输入、输出关系的另外两种动态模型,即传递函数和方框图。

2.2 控制系统微分方程的建立

控制系统是由各元件组成的,因此,首先要建立反映各元件输入量与输出量之间关系的微分方程。列写微分方程的一般步骤如下。

① 由系统或元件的工作原理,确定输入量和输出量。

② 根据支配输出量与输入量内在联系的物理或化学定律,按工作条件忽略一些次要因素,并考虑相邻元件的彼此影响,列出微分方程式。常用的定律:牛顿(Newton)定律、能量守恒定律、克希霍夫(Kirchhoff)定律等。

③ 将得到的微分方程,消去中间变量,求得描述输入量与输出量关系的函数方程。

例 2-1 设有一个由电感 L 、电容 C 和电阻 R 组成的无源网络,如图 2-1 所示,试列出以 u_c 为输出量和以 u_r 为输入量的微分方程。

根据电路理论中的克希霍夫定律得

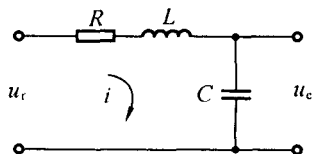


图 2-1 例 2-1 R, L, C 无源网络

$$u_r = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt \quad (2-1)$$

$$u_c = \frac{1}{C} \int i dt \quad (2-2)$$

消去式(2-1)和式(2-2)的中间变量 i , 可得

$$LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + RC \frac{du_c}{dt} + u_c = u_r \quad (2-3)$$

若 L, C, R 均为常数, 则该无源网络的微分方程式(2-3)为二阶线性常系数微分方程。

例 2-2 由两级形式相同的 RC 电路串联组成的滤波网络, 如图 2-2 所示。试列出以 u_c 为输出量和以 u_r 为输入量的微分方程。

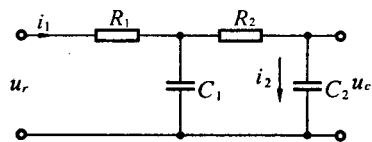


图 2-2 例 2-2 两级 RC 电路

在此电路中, 由于相邻元件之间存在着负载效应, 即后一级电路中的电流 i_2 影响前一级电路的输出电压, 因此在列写它的微分方程时, 必须将前后两级作为一个整体考虑。

由克希霍夫定律得

$$\begin{aligned} u_r &= R_1 i_1 + \frac{1}{C_1} \int (i_1 - i_2) dt \\ \frac{1}{C_1} \int (i_1 - i_2) dt &= R_2 i_2 + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt \\ u_c &= \frac{1}{C_2} \int i_2 dt \end{aligned}$$

消去中间变量 i_1 和 i_2 后便得

$$R_1 C_1 R_2 C_2 \frac{d^2 u_c}{dt^2} + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2) \frac{du_c}{dt} + u_c = u_r$$

可见, 两级串联的滤波网络的微分方程为二阶线性常系数微分方程。

例 2-3 由弹簧、质量块和阻尼器组成的机械位移系统, 如图 2-3 所示, 求其运动方程。

图中 f 为阻尼器的粘性摩擦系数, 阻尼器是一种产生粘性摩擦或阻尼的装置, 它由活塞和充满油液的缸体组成。活塞与缸体之间的相对运动受到油液的阻碍, 油液经活塞上的小孔或活塞周围的间隙流到另一端, 产生的粘性摩擦力的大小与速度成正比, 且与运动方向相反。

当系统在外力 F 的作用下, 其输出量为位移 y , 由牛顿定律得

$$ma = F_{\Sigma}$$

式中 a ——物体的运动加速度, $a = \frac{d^2 y}{dt^2}$;

F_{Σ} ——作用在物体上的合力,

$$F_{\Sigma} = F - F_v - F_k$$

其中阻尼器的粘性摩擦力为

$$F_v = f \frac{dy}{dt}$$

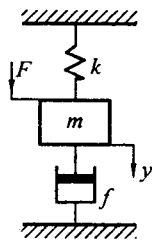


图 2-3 例 2-3 机械位移系统