

上海市教育委员会高校重点教材建设项目

马 杭 主编

工程力学实验

GONGCHENG LIXUE SHIYAN

上海大学出版社

上海市教育委员会组编

工程力学实验

马 杭 主编

上海大学出版社

· 上 海 ·

内 容 简 介

本实验教材在绪论中叙述了力学实验课程的任务和内容以及在人才培养中的地位,并简要介绍了误差分析、数据处理、量纲分析和相似理论等实验基础知识。教材的主要内容有电测力学实验、材料性能实验、光测力学实验、振动实验四个部分组成,包含各种类型的力学实验约60项,各项实验既具有相对独立性,又有一定程度的相互关联,便于单独选用或组成系列的实验链。教材体现了实验技术与设备的新发展,同时兼顾传统与通用设备的使用。在附录中介绍了常用设备与仪器的使用方法,书末附有中英文术语对照。

本教材可作为高等院校工科各专业力学实验课程(理论力学、材料力学、工程力学、实验固体力学)的教材,也可供工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学实验/马杭主编. —上海:上海大学出版社,2006.7

ISBN 7-81058-987-3

I. 工... II. 马... III. 工程力学-实验-高等学校-教材 IV. TB12-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 080329 号

责任编辑 王悦生

封面设计 柯国富

上海市教育委员会组编

工程力学实验

马杭 主编

上海大学出版社出版发行

(上海市上大路99号 邮政编码200444)

(<http://www.shangdapress.com> 发行热线66135110)

出版人:姚铁军

*

上海市印刷七厂印刷 各地新华书店经销

开本 787×1092 1/16 印张 11.5 字数 280 000

2006年7月第1版 2006年7月第1次印刷

印数:000 1~4 100 册

ISBN 7-81058-987-3/O·036 定价:20.50 元

编写说明

近些年来,力学实验课程在高等院校工科专业人才培养中的重要性已经形成共识。力学实验课程的学习与实践,使学生掌握实验的基本知识、技能和方法,对于学生创新能力和实践动手能力的培养、科学素质的提高和科学习惯的养成都具有重要的意义。

以2000年上海大学新校区的建成为标志,在教育部211工程建设、上海市重点学科建设和上海大学实验教学专项的支持下,力学系和固体力学实验中心的教师们积极投入到实验教学改革的工作中。这本教材是在对近几年实验教学改革进行总结并结合合作者们从事力学实验教学体会的基础上经过反复修改编成的,反映了上海大学力学实验教学改革的成果、实验室拥有的实验设备和仪器的配置水平以及实验教学开展的情况。

本书作为理论力学、材料力学、工程力学中的课程实验和实验固体力学等实验课程的教材,首先简要介绍了实验基础知识,包括误差分析、数据处理、量纲分析和相似理论。实验则由电测力学实验、材料性能实验、光测力学实验及振动实验四个部分组成,实验类型比较齐全(不含流体力学实验),包含基础性、演示性、设计性、综合性或研究性的各种力学实验约60项,其中有上海大学教师自行设计开发的若干项实验,反映了上海大学力学实验教学改革的阶段性成果,体现实验技术与设备的新发展,同时兼顾传统与通用设备的使用。常用设备与仪器的使用方法列于附录,另外,为了便于外文文献阅读,书末附有中英文术语对照。考虑到因材施教以及不同专业对实验的需求,本书对实验项目的分类较细致,各项实验具有相对独立性,又有一定程度的相互关联,便于任课教师的选用。在实施过程中既可以单独开设实验项目,又可以根据需要将相互关联的实验项目串联起来组成系列的实验链,例如拉伸实验链(单轴拉伸实验、各向异性材料的单轴拉伸实验、条件屈服应力 $\sigma_{0.2}$ 的测定、真应力-真应变曲线及形变强化指数的测定)、电测实验链[电阻应变片的粘贴技术、应变片在电桥中的接法、材料弹性常数 E 、 μ 的测定、刚架(桁架)多功能组合系统的静应力测量]、断裂实验链[疲劳裂纹扩展的观察、平面应变断裂韧度 K_{IC} 的测定、裂纹尖端张开位移 COD 的测定、示波冲击实验、不规则平面图形(断口)面积的精确测定],以及光测实验链、振动实验链的组合,等等。

本书汇集的各项实验繁简不一,但并没有人为地划分哪些是基础性实验,哪些是设计性或综合性实验,这是因为某些表面上看起来普通和简单的实验,往往有着十分丰富的内涵。需要说明的一点是,将基础力学实验简单笼统地看作是验证性实验的观点并不恰当,以拉伸实验为例,首先,学生通过拉伸实验初步认识了试验机系统、夹具、试样,了解了典型塑性与脆性材料的力学行为及其机械性能的测试方法与步骤;其次,拉伸实验在工程上以及材料研究中是机械性能测试的最基本、使用最普遍的实验,因此学生通过拉伸实验同时也得到了工程技能的训练;再次,通过拉伸实验有助于学生建立起材料力学中许用应力的概念并加深对强度条件的理解。另外,从试验机系统与试样的关系以及颈缩区几何形状、应力状态、材料

细观结构相互影响的角度来看,还远不能说人们对拉伸实验规律的认识已经终结。对其他基础力学实验也可做类似的讨论,因而可以说,拉、压、扭、弯等基础力学实验在工程类本科生的教学过程中具有不可替代的作用。

创新的基础是学习、继承和素质的培养,绝不是一蹴而就的事情。教材的编写力求发挥和调动学生的想像力和兴趣,强调实验动手能力和操作技能的系统培养,引导学生用实验的方法去分析和解决问题,培养创新精神和综合分析能力,希望做到创造性地学习和应用知识并实现知识的再创造,以满足知识创新时代对高科技人才的素质要求,适应新世纪科学技术不断进步和国家社会主义建设迅速发展的需要。

本书由马杭担任主编和统稿。刘红欣编写了实验1-1、1-2、1-3、1-9、1-15、3-1、3-2、3-3和附录五;朱怀亮编写了实验1-11、1-12、4-8和4-9;罗仁安编写了实验2-1;李享荣编写了实验1-10、2-3、2-4、4-7和附录二、三;吴凤琳编写了实验1-4、2-6、2-9、2-16和2-17;沈志敏编写了实验2-18、4-1、4-2、4-3、4-4、4-5和4-6;陈彩凤编写了实验1-5、1-6和1-13;马杭编写了绪论、实验1-7、1-8、1-14、2-2、2-5、2-7、2-8、2-10、2-11、2-12、2-13、2-14、2-15、3-4、4-5、3-6、3-7、3-8、3-9、4-10、4-11、4-12、4-13、4-14、4-15、4-16、4-17、4-18、4-19和附录一、四、六、七、八、九以及各章的概述。参加工作的还有张三弟、张正明、黄兴、董爱梅、吴鸿等。

在本书的编写过程中得到了程昌钧教授的大力支持和悉心指导,天津大学侯振德教授和上海大学王道增教授审阅了本书,并提出了十分宝贵的修改意见。在本书的编写过程中学习借鉴了许多兄弟院校和单位的经验,有浙江大学、清华大学、东南大学、南京航空航天大学、重庆大学、天津大学、西南交通大学、哈尔滨工业大学、上海交通大学、同济大学、中国矿业大学、中船重工七一一研究所、华中科技大学、中南大学等,得到了他们的指教和帮助,谨在此一并致谢。同时对上海大学出版社编辑的支持和耐心细致的工作表示由衷的感谢。

教学改革是一个长期的过程,由于我校力学实验教学的改革仍在进行之中,一些新开发的实验内容只能暂付阙如。同时由于作者的学识水平有限,书中难免存在一些错误和不足之处,敬请读者和同行批评指正。

编 者

2005年10月于上海大学新校区

目 录

绪 论

1. 力学实验课程的任务和内容	1
1.1 关于力学实验	1
1.2 力学实验课程的教学目的	1
1.3 实验课程的基本要求	2
2. 实验基础知识简介	3
2.1 测量与实验误差分析	3
2.1.1 测量与误差的基本概念	3
2.1.2 误差的定义和分类	3
2.1.3 误差的来源	4
2.1.4 测量准确度、正确度和精密度	5
2.1.5 随机误差的分布规律	6
2.1.6 测量值与误差的统计特征	6
2.1.7 误差的传递	8
2.1.8 等精度多次测量的误差表示	8
2.2 实验的数据处理	9
2.2.1 有效数字的概念	9
2.2.2 数值修约规则	10
2.2.3 有效数字的基本运算规则	10
2.2.4 实验数据的表示方法	10
2.2.5 可疑数据的取舍	12
2.2.6 一元线性回归	13
2.3 量纲分析与相似理论简介	14
2.3.1 量纲分析	14
2.3.2 相似理论	16

第一章 电测力学实验

概述	20
实验 1-1 电阻应变片的粘贴技术	20
实验 1-2 应变片在电桥中的接法及等强度梁的应变测定	22
实验 1-3 材料弹性常数 E 、 μ 的测定	23
实验 1-4 材料剪切弹性模量 G 的测定	25

实验 1-5	纯弯梁的弯曲应力测定	27
实验 1-6	组合梁的应力测定	28
实验 1-7	一点的应力状态电测试验	30
实验 1-8	弯扭组合变形	32
实验 1-9	薄壁圆筒的组合变形	34
实验 1-10	静定与静不定刚架的静态测定	35
实验 1-11	静不定梁的静态测定	37
实验 1-12	曲梁与拱的应力测定	38
实验 1-13	压杆稳定实验	39
实验 1-14	位移传感器的设计及位移测试系统的标定	42
实验 1-15	刚架(桁架)多功能组合系统的静应力测量	44

第二章 材料性能实验

概述	48	
实验 2-1	Zwick 系列材料试验机的演示	49
实验 2-2	单轴拉伸实验	51
实验 2-3	单轴压缩实验	54
实验 2-4	扭转实验	56
实验 2-5	各向异性材料的单轴拉伸实验	58
实验 2-6	剪切实验	60
实验 2-7	条件屈服应力 $\sigma_{0.2}$ 的测定	61
实验 2-8	真应力-真应变曲线及形变强化指数的测定	64
实验 2-9	弯曲疲劳试验	67
实验 2-10	疲劳裂纹的观察实验	69
实验 2-11	平面应变断裂韧性 K_{IC} 的测定	70
实验 2-12	裂纹尖端张开位移 COD 的测定	73
实验 2-13	普通冲击实验	75
实验 2-14	示波冲击实验	78
实验 2-15	不规则平面图形(断口)面积的精确测定	80
实验 2-16	布氏硬度的测定	81
实验 2-17	洛氏硬度的测定	84
实验 2-18	动摩擦因数的测定	86

第三章 光测力学实验

概述	88	
实验 3-1	光弹演示实验	88
实验 3-2	光弹材料条纹值的测定	91
实验 3-3	光弹性法测定构件的应力集中系数	93
实验 3-4	双光束电子散斑干涉离面位移测量	94
实验 3-5	电子散斑干涉(ESPI)面内位移测量	97

实验 3-6	剪切电子散斑干涉离面位移导数的测量	100
实验 3-7	构件内部缺陷的剪切散斑识别	103
实验 3-8	激光高密度云纹干涉位移测量	105
实验 3-9	物体外形轮廓的影像云纹观察	108

第四章 振动与冲击

概述	111	
实验 4-1	弹簧质量系统的固有频率	111
实验 4-2	均质圆盘转动惯量的测定	112
实验 4-3	非均质物体转动惯量的测定	114
实验 4-4	非均质不规则物体重心位置的测定	115
实验 4-5	渐加、突加、冲击、振动载荷的观察比较	116
实验 4-6	自激振动的观察	117
实验 4-7	刚架动荷系数的测定	117
实验 4-8	动荷挠度测定实验	119
实验 4-9	单自由度系统的衰减振动	120
实验 4-10	简谐振动幅值与单自由度系统的模型参数	123
实验 4-11	单自由度系统的强迫振动	125
实验 4-12	二自由度系统的各阶固有频率与主振型	127
实验 4-13	多自由度系统的各阶固有频率与主振型	129
实验 4-14	简支梁的各阶固有频率与主振型	131
实验 4-15	悬臂梁的各阶固有频率与主振型	133
实验 4-16	中心固定圆盘的各阶固有频率与主振型	135
实验 4-17	主动隔振	137
实验 4-18	被动隔振	139
实验 4-19	单式动力吸振	141

附 录

附录一	WDW-100 A 型电子式万能材料试验机及控制软件使用说明	144
附录二	WE300 型油压式万能材料试验机使用说明	147
附录三	K-500 型扭转试验机使用说明	150
附录四	YJ28A-P10R 型静态电阻应变仪使用说明	152
附录五	电阻应变测试技术	155
附录六	107JA 型测量显微镜使用说明	159
附录七	DSPI 数字散斑图像处理系统使用说明	160
附录八	振动测试仪器使用说明	162
附录九	动态应变仪(DH3840)使用简介	165

参考文献	167
------------	-----

中英文术语对照	168
---------------	-----

绪 论

1 力学实验课程的任务和内容

1.1 关于力学实验

科学实验与理论分析、数值计算是解决科学研究和工程实际问题的三大支柱,三者之间是相辅相成的,其中实验在三者之中占有极为重要的地位,这是不言而喻的。科学实验不仅是科学理论的依据和源泉,也是判断科学理论与数值计算正确与否的唯一准绳,是工程技术的重要基础。从教学的角度来看,实验不仅仅能验证理论或者加强对理论概念的理解,也可以通过实验着重对学生进行实验能力和操作技能的系统培养,引导学生用实验的方法去分析问题、解决问题,培养创新精神和综合分析能力,力求创造性地学习和应用知识并实现知识的再创造,以满足知识创新时代对科技人才的素质要求,为今后的学习和工作奠定良好的实验基础,所以实验课程与理论课程具有同等重要的地位。

科学实验和观察是人类认识客观世界的主要方法之一,属于人类的一种实践活动。人类科学史上很多重大的发明和发现都是和成功的实验密不可分的,进入 20 世纪以来,科学实验更成为科学技术发展的主要手段之一,因而实验知识、实验技能是科技人才全面知识结构的重要组成部分。学生通过实验课程的学习不仅是学习实验的知识和技能,更重要的是培养严谨求实的科学学习习惯和顽强的意志品质,所以实验课程是十分重要的教学环节,是科技人才培养过程中不可缺少的重要组成部分。

作为科学实验教学的一个分支,力学实验教学对于力学基础课程如理论力学、材料力学、工程力学等的学习具有重要的意义,这是因为基础力学课程的很多知识都是建立在实验的基础之上的,例如牛顿三定律、胡克定律等,学科的进一步发展也离不开实验对新规律的不断探索和发现。通过对力学实验课程的学习,不仅可以加深对理论知识和教学内容的深入理解,学习运用实验手段探索科学规律的方法,而且可以切身了解知识发现、创造的艰辛历程,这对于学生身心健康的全面发展具有重要的意义。

1.2 力学实验课程的教学目的

力学实验课程的教学目的并不等同于具体的某项力学实验的目的,力学实验课程是力学基础课程的重要组成部分和必不可少的环节。对于实验课程,学生除了获取知识和技能以外,还应当强调严格训练,从事实验课程教学的教师对这一点应有明确的认识,具体地说,有以下几方面。

(1) 知识的获取。通过实验现象的观察、分析、判断以及测量数据的获得,学习力学实验的知识,与力学基础理论教学互为支持、互为印证,加强学生对基础力学知识的理解。

(2) 技能的训练。通过实验课程,培养和提高从事实验工作的能力,例如阅读实验教材和资料,做好实验前的准备,能够借助教材和仪器说明书正确地使用常用仪器;了解力学实验中基本的测量方法和实验方法,能够调整常用的实验装置并掌握基本的操作技术,对常用物理量进行测量;能够运用理论知识对实验现象进行必要的分析和判断,学习用实验手段解决力学问题的方法,培养学生在教师指导下进行实验研究的初步能力。

(3) 素质的培养。通过实验课程,培养和提高科学工作的素养、理论联系实际及实事求是的工作作风、严肃认真的工作态度、相互协作配合的团队精神、遵守纪律爱护公共财产的优良品德。

1.3 实验课程的基本要求

与理论课程的教学相比较,实验课程教学的显著特点是实践性很强,不仅要接触品种繁多的测试仪器设备,还需要掌握不断更新的仪器设备。为了能使实验顺利进行,达到实验课程的教学目的,参加实验的学生必须做好预习准备、参加实验、完成实验报告几个主要环节的工作。

(1) 预习准备。凡事预则立,不预则废,实验前的预习准备对于做好一项实验的重要性是不言而喻的,实验前的预习准备必须在课前完成。预习的内容包括阅读实验指导书或实验教材,复习有关的理论知识,明确实验目的、原理、方法和步骤;初步了解仪器设备和实验装置的工作原理、使用方法和操作注意事项,认真找出疑难问题以便上课时重点听讲或向教师请教;了解实验时所需记录的数据项目以及数据处理的原则和方法,设计好数据记录表格等。

(2) 参加实验。在参加实验的过程中,首先要严格遵守实验室的规章制度,准时进入实验室,保持室内的安静整洁,认真接受教师对实验预习准备的抽查提问,认真听讲;未经允许,不得随意动用实验室的仪器设备,若实验过程中仪器设备发生故障时要立即报告,不得擅自处理,更不准隐匿不报;在仪器设备的操作之前,应注意检查仪器设备的状态是否完好正常,在实验过程中要严格按仪器设备的操作规程进行操作,切实注意人身安全与设备安全;要认真观察实验现象,包括实验中偶然出现的异常现象,如实记录实验的原始数据并随时判断实验数据的正确性。实验结束前,应请教师审阅实验数据,认可后方可结束实验;实验结束后,应整理仪器设备,恢复其初始的正常状态,并清理打扫实验室的卫生,经教师同意后方可离开实验室。

(3) 实验报告。实验报告是反映实验工作和结果的书面综合资料,实验报告的内容往往是实验研究类科技论文的组成部分,书写实验报告则是完成实验的最后环节。通过实验报告的书写,可以培养学生综合反映科学成果的文字表达能力,是全面训练的重要内容,必须认真完成。实验报告是交流的媒介,是写给别人看的,因此必须符合规范,做到字迹工整、图表清晰、分析正确、结论简明。一份完整的实验报告大体上应反映为什么做实验、做什么实验、怎样做实验、得到了什么结果以及解决了什么问题这样一些内容,具体如下:

- ① 实验名称、日期、地点、环境温度、实验者及同组者的姓名；
- ② 实验目的、实验原理、实验装置(简图)和实验步骤；
- ③ 实验仪器设备的名称、型号；
- ④ 实验数据记录和数据处理；
- ⑤ 实验结果和结论；
- ⑥ 实验结果的分析讨论。

2 实验基础知识简介

2.1 测量与实验误差分析

测量是科学实验和生产实践的组成要素,或者说科学实验和生产实践包含着测量这一活动,而测量过程可以看作我们获取各种数据信息的过程,这个过程总是与误差分析和数据处理相联系的。提高测量的准确度,是保证获取的信息可靠性的重要手段,因此误差分析与数据处理在科学实验和生产实践中占有十分重要的地位,在科学史上由于测量准确度的提高而产生重大的科学发现亦不乏先例。在力学实验中用各种实验方法测量力、位移、应力、应变等物理量时,不可避免地存在着实验误差。根据实验目的和要求,制订实验方案、选择实验仪器和设备、确定实验方法和步骤,以及对测量数据进行合理的分析和处理,都需要误差分析和数据处理方面的基本知识,本节就此问题作简单的介绍。

2.1.1 测量与误差的基本概念

(1) 测量。以确定量值为目的的一组操作称为测量,这一组操作可以是简单的,例如长度测量,也可以是比较复杂的,例如材料断裂韧度或传感器参数的测量。

(2) 真值。真值是指某个物理量在确定条件下所具有的客观存在的数值,例如实际存在的力、位移、长度等数值,需要通过实验方法来测量。真值是客观存在的,但又是理想的概念,是不可能准确知道的,这是由于仪器、方法、环境以及人们观察与认识能力的不可能完美无缺,所以在实验中人们只能测得真值的近似值。

(3) 约定真值。约定真值是指对于给定目的具有适当不确定度的、赋予特定量的值,例如 1 kg 砝码的质量值就是一个约定真值。约定真值可以代替真值的量值。

(4) 测量值。测量值是指通过实验方法测量得到的某个物理量的数值,例如用游标卡尺测量得到的长度,用载荷传感器测量得到的力,等等。

2.1.2 误差的定义和分类

(1) 测量误差。测量误差是指测量值与被测量真值之差,简称误差。根据定义,测量误差反映测量值偏离真值的大小和方向,因此也称为绝对误差。应注意绝对误差与误差的绝对值是不同的概念。

(2) 绝对误差。绝对误差定义为测量值与被测量真值之差,在实际工作中由于真值难

以得到,常用约定真值代替。绝对误差是一个具有确定的大小、符号及单位的量值,其单位与测量值相同。显然,绝对误差不能完全说明测量的准确度,不便于比较不同量值、不同单位、不同物理量测量的准确度。

(3) 相对误差。相对误差定义为绝对误差与被测量真值的比值,在实际工作中由于真值难以得到,为了方便起见,往往用约定真值或者测量值来代替真值。相对误差是无量纲量,具有大小和符号,常用百分数来表示,能确切地反映测量的质量,用来衡量测量的相对准确程度。

(4) 引用误差。引用误差定义为测量器具的最大绝对误差与测量器具的量程的比值,亦称满度误差,属于一种相对误差。许多测量仪器和设备的准确度等级是按引用误差进行分级的,因此在选择测量仪表时,并不是仪表的准确度级别越高越好,而应根据被测量的大小,兼顾仪表的级别和量程进行合理选择,避免大马拉小车的现象。

(5) 偏差。由于真值是不知道的,所以绝对测量误差也是不知道的,在实际测量工作中人们研究的对象是偏差,定义为一组测量值中的各测量值 x_i 与该组测量值的算术平均值 \bar{x} 之差。

(6) 系统误差。系统误差定义为在重复性条件下,对同一被测量进行无限多次测量所得结果的平均值与被测量真值之差,由某些固定不变的因素引起,系统误差的出现具有一定的规律性,其特征是在相同条件下,多次测量同一量时,该误差的绝对值和符号保持不变,或者条件改变时按某一确定的规律变化。例如使用未经校正的砝码来称重,砝码质量不准确所引起的偏差。完全消除系统误差是不可能的,只能根据具体原因采取适当措施尽量予以校正或减少其对测量结果的影响。

(7) 随机误差。随机误差又称为偶然误差,定义为测量值与在重复性条件下对同一被测量进行无限多次测量所得结果的平均值之差,来源于不易控制的各种实验条件的偶然微小变化,其特征是在相同条件下,多次测量同一量时,误差的绝对值和符号以不可预定的方式变化。如果测量的次数足够多,可以发现随机误差遵循某种统计规律,因此可以用概率统计的方法处理含有随机误差的数据。

系统误差和随机误差的定义是科学而明确的,但在测量实践中,由于误差划分的人为性和条件性,使得两者并非一成不变。例如,某块电表的刻度误差在制造时是随机的,但如果用这块电表来校准一批其他电表时,该电表的刻度误差就会造成这一批电表的系统误差。又如,用电表测量某电压时会带来系统误差,但如果用多块电表来测量该电压,由于每块电表的刻度误差有大有小,有正有负,使得这些测量误差具有随机性。

(8) 粗大误差。粗大误差又称为过失误差,是指明显超出统计规律预期值、显然与实际不符的误差,产生于某些异常因素,例如实验人员的失误(如操作不当、读数错误)或者测量条件的突然变化(如电压突变、振动冲击)等等。

2.1.3 误差的来源

为了减小测量误差,提高测量的准确度,有必要对误差的来源有所了解,而误差的来源又是多方面的,多因素的,主要有测量设备误差、测量方法误差、测量环境误差和测量人员误差等。

(1) 设备误差。测量设备误差包含标准器件误差、装置误差和附件误差等。标准器件

误差指以固定形式复现标准量值的器具,如标准电阻、标准量块、标准砝码等,它们本身体现的量值所存在的误差,这些误差将反映到测量结果中,一般要求标准器件的误差占总误差的 $\frac{1}{10} \sim \frac{1}{3}$ 。装置误差包括了在设计时由于采用了近似原理所带来的工作原理误差;组成设备的主要零部件的制造与装配误差;设备出厂时校准与检定所带来的误差;读数分辨力有限而造成的读数误差(即示值误差)和数字仪器的量化误差;元器件的老化、磨损、疲劳所造成的误差;仪器响应滞后所带来的误差等。

(2) 方法误差。测量方法误差又称为理论误差,是指由于采用的测量方法不完善,或采用近似的计算公式等原因所引起的误差。凡是测量结果的表达式中没有得到反映而在实际测量中又起作用的那些因素都可能产生方法(或理论)误差。

(3) 环境误差。测量环境误差是指各种环境因素与要求的条件不一致而造成的误差,主要来源于环境温度、电源电压、电磁干扰以及振动气流等。

(4) 人员误差。测量是一种人的活动,测量人员即使在同一条件下使用同一台装置进行多次测量,也会得出不同的测量结果,这是由于测量人员的工作态度、技术熟练程度、生理感官与心理因素、测量习惯等的不同所引起的。为了减小测量人员误差,要求测量人员认真了解测量仪器的原理与特性,熟练掌握操作规程,精心操作并正确处理测量结果。

2.1.4 测量准确度、正确度和精密度

人们习惯上所说的仪器精度或测量精度,通常是针对误差而言的。

测量准确度(accuracy of measurement)。测量准确度定义为测量值与被测量真值的一致程度,在我国工程领域俗称测量精度。测量准确度是测量结果中系统误差和随机误差的综合反映,而正确度(correctness)只反映测量系统误差的大小,精密度(precision)则只反映测量随机误差的大小。准确度、正确度和精密度之间既有联系又有区别,以射击打靶为例,参见图 2-1。

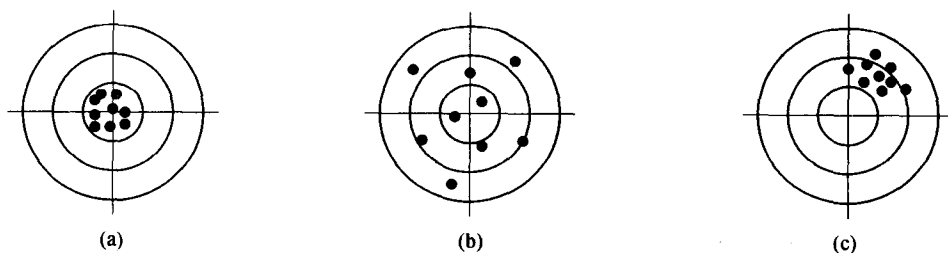


图 2-1 准确度(a)、正确度(b)和精密度(c)之间的联系与区别

在图 2-1(a)中,弹着点集中于靶心,相当于系统误差和随机误差都很小,即正确度和精密度都高,从而准确度也高。

在图 2-1(b)中,弹着点都分散在靶上,相当于系统误差小而随机误差大,即正确度高而精密度低,从而准确度不高。

在图 2-1(c)中,弹着点虽然集中但是偏离了靶心,相当于系统误差大而随机误差小,即正确度低而精密度高,从而准确度也不高。

2.1.5 随机误差的分布规律

实验时人们希望测量值尽可能地接近真值,在消除了系统误差和粗大误差之后,测量数据中仍包含着随机误差。由于每次测量的对象都可能会有一定的差异,测量前对于测量数据是无法预知的,或者说测量数据是随机变量,对于一次测量的误差并无确定的规律。但是在相同条件下就一组随机误差的总体而言,具有统计规律,随机误差服从正态分布(也称为 Gauss 分布),如图 2-2 所示(图中将真值 μ 表示为零),其理论依据是概率统计中的中心极限定理。实验的随机误差是观测者不能控制的大量微弱原因的总效果的反映,客观上大量偶然因素的作用表现为正态分布。

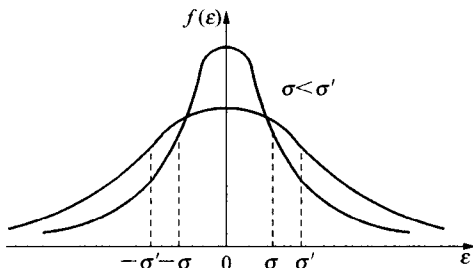


图 2-2 随机误差的正态分布曲线

正态分布的概率密度函数表达式为

$$f(\epsilon) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\epsilon^2}{2\sigma^2}\right)$$

式中 $\epsilon = x - \mu$ 表示测量随机误差, x 表示测量值函数, μ 表示真值, σ 为母体标准差,是决定分布曲线形状的唯一参数。这里,标准差和真值都属于母体的参数。对于正态分布,较小的 σ 曲线中部高而陡,说明测量误差较小,测量数据比较集中;反之,较大的 σ' 曲线中部低而平缓,表示测量数据的分散性较大,如图 2-2 所示,因此母体标准差 σ 反映了各次测量的随机误差偏离中心的程度。 σ^2 为随机误差的均方差:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \epsilon^2 f(\epsilon) d\epsilon \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2$$

式中 ϵ_i 表示每次测量的随机误差, n 为总的测量次数。对于母体而言, n 次测量的误差数据称为一个样本。标准差是各测量值误差平方和的平均值的平方根,也叫均方根误差,对于绝对值较大的误差比较敏感,是表示测量精密度较好的一种方法。

2.1.6 测量值与误差的统计特征

测量值可以用一些特征数字来表示,其中最重要的是算术平均值、误差和标准差。先介绍算术平均值的概念,算术平均值 \bar{x} 的定义为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

式中 x_i 表示第 i 次的测量值, n 为总的测量次数, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, 样本就成为母体, 算术平均值 \bar{x} 趋向于真值 ($\bar{x} \rightarrow \mu$), 所以当不存在系统误差时, 算术平均值是真值的最佳逼近, 或者说可以把真值理解为测量次数无限增大时的平均值。由于实际测量的次数 (有限次测量的数据也称为一个样本) 总是有限的, 测量数据 x_i 与算术平均值 \bar{x} 的偏差也称为剩余误差, 严格地说, 剩余误差并不等于测量误差 ϵ_i ($\epsilon_i = x_i - \mu \neq x_i - \bar{x}$)。因为所有偏差的和为零, 即

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

所以 n 个偏差中只有 $n-1$ 个是独立的, 由此可以导出

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{n-1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2$$

由此可知, 有限次测量中通过算术平均值计算的偏差平方和总是小于通过真值计算的误差平方和。有限次测量时样本标准差 (也称为剩余标准差) 的计算公式为

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

按统计学的术语, 样本标准差 s 是母体标准差 σ 的无偏估计。因为真值是不可知的, 只能通过样本的算术平均值去估计, 但是一般来说, 不同的样本的平均值通常并不一定都是相同的, 因此只用一个样本的平均值去估计真值就会带来一定的误差, 而且误差的范围难以确定。为了弥补这个缺陷, 提出了区间估计的概念。

所谓区间估计, 就是指在一个区间内以多大的概率包含了真值的一种估计方法, 该区间称为母体参数的置信区间, 而置信区间内包含了真值的概率称为置信概率或置信水平, 通常以 $1-\alpha$ 表示, α 称为显著性水平。置信概率的表达式为

$$1 - \alpha = P(-k\sigma, k\sigma) = \int_{-k\sigma}^{+k\sigma} f(\epsilon) d\epsilon$$

式中 k 为置信因子。当样本的 n 较大时, 可以用样本的剩余标准差 s 去近似母体的标准差 σ 。当随机误差服从正态分布时, 对于不同的置信因子, 置信区间的置信概率分别为

$$P(-\sigma, \sigma) = 68.26\% \quad (k = 1)$$

$$P(-2\sigma, 2\sigma) = 95.44\% \quad (k = 2)$$

$$P(-3\sigma, 3\sigma) = 99.87\% \quad (k = 3)$$

这就是说, 对于服从正态分布的测量结果, 真值出现在 $\pm\sigma$ 、 $\pm 2\sigma$ 和 $\pm 3\sigma$ 区间的概率分别为 68.26%、95.44% 和 99.87%。可以认为对于有限次测量, 超出 $\pm 3\sigma$ 的误差不属于随机误差而属于系统误差或粗大误差。

在测量中, 有时因条件不允许, 或测量条件与对象比较稳定等原因, 常常只进行一次测量, 则测量结果的最大误差可用仪器误差来表示。例如用千分尺测量某物的长度 $L = 10.236 \text{ mm}$ (尾数 6 是估计的), 千分尺的最小分度值是 0.01 mm , 仪器的示值误差为 $e = 0.004 \text{ mm}$, 所以将单次测量的结果写成: $L = (10.236 \pm 0.004) \text{ mm}$ 。若要估计单次测量的

标准差, 设误差在 $[-e, +e]$ 范围内服从正态分布, 则 $s = e / 3$ 。

2.1.7 误差的传递

在力学实验中, 多数测量属于间接测量, 例如材料的弹性模量、屈服强度、断裂韧度等。以弹性模量的测量为例, 需要测量载荷、试样的几何尺寸(截面积、标距长度、标长的改变量)等参数, 然后通过公式计算材料的弹性模量。直接测量的各参数值均存在误差, 弹性模量的误差是各直接测量值误差影响的综合结果, 这就需要掌握误差传递的规律问题。

有两类误差传递的问题, 一类是已知直接测量值的误差求间接测量值的误差, 即已知自变量的误差求函数的误差。另一类是已知间接测量值的误差求直接测量允许的最大误差, 即已知函数的误差求自变量的误差。下面介绍第一类问题, 即已知自变量的误差求函数的误差。设有函数 $x = f(x_1, x_2, \dots, x_r)$ 为与直接测试量 x_1, x_2, \dots, x_r 有关的间接测试量, 各直接测试量的绝对误差 $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_r$ 将引起间接测试量的绝对误差 Δx , 即

$$\begin{aligned}\Delta x &= f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_r + \Delta x_r) - f(x_1, x_2, \dots, x_r) \\ &= \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_r} \Delta x_r\end{aligned}$$

间接测试量的相对误差 δ 为

$$\delta = \frac{\Delta x}{x} = \frac{1}{x} \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_r} \Delta x_r \right)$$

对于间接测试量的标准差与直接测试量的标准差的关系, 设进行了 n 次测量, 第 i 次测量的绝对误差的平方为

$$\Delta x_i^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_{1i}} \Delta x_{1i} + \frac{\partial f}{\partial x_{2i}} \Delta x_{2i} + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_{ri}} \Delta x_{ri} \right)^2 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

考虑到正负随机误差出现的概率相等, 当 n 较大时, 将所有的 Δx_i^2 相加, 上式右边展开后的非平方项相互抵消, 于是可得

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \sum_{i=1}^n \Delta x_{1i}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \sum_{i=1}^n \Delta x_{2i}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_r} \right)^2 \sum_{i=1}^n \Delta x_{ri}^2$$

上式两边除以 n 再开方, 得到间接测试量的标准差 s 与直接测试量的标准差 s_1, s_2, \dots, s_r 的关系为

$$s = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 s_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 s_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_r} \right)^2 s_r^2}$$

2.1.8 等精度多次测量的误差表示

前面讨论的随机误差是指一组等精密度测量中某一次测量的误差, 称为单次测量误差, 而一组测量中的算术平均值是真值的最佳逼近。现在套用间接测量的误差传递理论来分析算术平均值误差及其表示方法。由算术平均值的定义可知, \bar{x} 是每次测量值 x_1, x_2, \dots, x_n 的函数, 将每次测量值看作直接测量值, 则函数标准差的平方(均方差)为

$$\begin{aligned}\bar{s} &= \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial x_1}\right)^2 s_1^2 + \left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial x_2}\right)^2 s_2^2 + \cdots + \left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial x_n}\right)^2 s_n^2} \\ &= \frac{1}{n} \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + \cdots + s_n^2}\end{aligned}$$

式中 s_1, s_2, \dots, s_n 为单次测量的标准差, 对于等精密度的一组测量来说, 这些标准差应当彼此相等, 即 $s = s_1 = s_2 = \cdots = s_n$, 所以 $\bar{s} = s/\sqrt{n}$, 算术平均值的标准差为

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

由此可知, 当 n 较大时, 算术平均值的标准差比单次测量的标准差要小得多。如果对某一物理量进行了等精度多次测量, 即按同样的测量方法和测量条件对该物理量进行了同等精度的重复测量, 可将测量结果用算术平均值表示为

$$x = \bar{x} \pm \bar{s}$$

式中 \bar{s} 为算术平均值的标准差的估计值。

2.2 实验的数据处理

数据处理是实验的重要组成部分, 通过实验得到的一系列数据, 通常需要进行一定的处理并将其表示出来, 才能便于分析、理解和信息传递。数据处理有着丰富的内容, 正确地掌握数据处理的方法, 是实验取得预期结果的必要条件, 也是实验人员素质、能力和水平的体现。

2.2.1 有效数字的概念

有效数字是指能反映被测量大小和精度的全部数字。有效数字的概念与误差密切相关, 因为任何测量值都存在误差, 都是用测量的近似值代替测量值。因此对于测量数据的记录和处理, 确定和保留几位数字来代表测量数据是十分重要的。测量数据的位数与测量的准确度有关, 位数取得过多, 超过测量可能准确度的位数是没有意义的。反之, 位数取得过少, 达不到测量准确度的表示要求也是错误的。

如果测量数据的绝对误差不大于某一位数字的半个单位, 则该位数就是有效数字的末位, 称为可疑数字, 从可疑数字到数据左起第一位非零数字的位数就是有效数字的位数。因此按有效数字的含义, 在记载数据时已经暗示该数据的最后一位数字是估计的或可疑的, 而其余各位数必须是有意义的数字。例如, 对于直读式仪表, 最小刻度的一位小数为有效数字的末位。对于数字式仪表, 通常可将显示数字的最小位数作为有效数字的末位。因此按规定, 有效数字的最后一位是可疑数字, 这是有效数字与数学意义上的数不同的地方。

有效数字的表示和判别方法:

有效数字的位数是从第一个非零数字算起的。位于第一个非零数字之前的 0 不是有效数字, 例如 0.0304 有三位有效数字, 前两个 0 都不是有效数字; 位于小数后面的 0 是有效数字, 例如 0.03040 有四位有效数字, 最后一位 0 是有效数字, 也就是说, 0.03040 与 0.0304 这两个数字的意义并不相同, 因为它们所表达的精度不同。