

高等学校教材

江玉乐 雷 宛 编著

Geophysics

地球物理 数据处理教程

地质出版社

高等学校教材

地球物理数据处理教程

江玉乐 雷 宛 编著

地质出版社

· 北 京 ·

内 容 提 要

本书针对地球物理学、勘查工程与技术专业本科生“地球物理数据处理”、“地球物理模拟技术”；地球探测与信息技术、固体地球物理学、应用地球物理专业硕士研究生“地球物理信号与信息处理”课程的要求，对重磁资料数据处理、地震勘探数字处理、电法勘探数据处理三方面一些有代表性的新方法新技术，从基本原理到具体的方法、技术，以及应用效果，进行了系统的介绍。

本书可作为高等学校地球物理学、勘查工程与技术专业本科生，地球探测与信息技术、固体地球物理学、应用地球物理专业硕士研究生的教材，也可供科研、生产单位工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

地球物理数据处理教程/江玉乐等编著. —北京：地质出版社，2006. 7

高等学校教材

ISBN 7-116-04887-1

I. 地... II. 江... III. 地球物理勘探—地质数据—数据处理—高等学校—教材 IV. P631

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 069008 号

DIQIU WULI SHUJUCHULI JIAOCHENG

责任编辑：孙亚芸

责任校对：李 玫

出版发行：地质出版社

社址邮编：北京海淀区学院路 31 号，100083

电 话：(010)82324508 (邮购部)；(010)82324569 (编辑室)

网 址：<http://www.gph.com.cn>

电子邮箱：zbs@gph.com.cn

传 真：(010)82310759

印 刷：北京市朝阳区小红门印刷厂

开 本：787 mm × 1092 mm $\frac{1}{16}$

印 张：18.5

字 数：447 千字

印 数：1—1500 册

版 次：2006 年 7 月北京第一版·第一次印刷

定 价：25.00 元

ISBN 7-116-04887-1/P · 2700

(凡购买地质出版社的图书，如有缺页、倒页、脱页者，本社出版处负责调换)

前 言

近几十年来，由于电子计算机的不断更新换代，计算机应用技术有了飞速发展。在地球物理数据处理中，一方面原有的传统处理方法实现了用计算机来自动完成，另一方面发展了新方法、新技术，使地球物理数据处理不仅实现了从野外数据采集到资料处理及成果显示的全面自动化，而且还有大量的现代数学理论方法不断地被引入进来，解决了以前不能完成的处理任务。

本教材收集了近二十年来我国广泛使用的地球物理数据处理方法，比较系统地介绍了它们的基本原理和基本方法技术，以及应用效果。

本书是在我校原来重磁资料数据处理教材的基础上，经过近几年的教学实践，结合目前地球物理学发展现状，以及勘查工程与技术本科专业以及研究生教学计划的需要，再结合目前生产、科研单位的实际需要编写而成的。书中重点收集了近些年来生产单位用得较多，且应用效果较好的新方法、新技术。最后附有四个 Fortran 应用程序。

全书共分十二章，由江玉乐主编，其中第 1、2、3、4、6、7、8、9、10、11、12 章由江玉乐、雷宛副教授编写，第 4.4 节、第 5 章由文晓涛讲师编写，硕士研究生张朝霞参加了对本书稿的校正工作。成都理工大学地球物理与信息技术系主任李才明教授主审。

本教材编写过程中，得到了周熙襄教授、钟本善教授、李才明教授的指导和帮助，教材中引用了同行老前辈和硕士、博士研究生发表的文献和资料，在此谨向他们致以诚挚的感谢。

由于作者水平有限，加上时间仓促，书中疏漏、不当，甚至错误之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

作者

2006. 2

目 录

前 言

1 重磁异常正演方法	(1)
1.1 重磁正演基本公式	(1)
1.2 均匀任意形体正演方法	(8)
1.3 频率域中正演方法的特点	(19)
1.4 重力地形改正表面积分法	(24)
2 重磁异常反演方法	(31)
2.1 重磁异常反演方法评述	(31)
2.2 最优化选择法数学原理	(33)
3 位场转换及处理	(44)
3.1 等效源法	(44)
3.2 直接解拉氏方程位场转换	(53)
3.3 位场转换数值积分法	(62)
4 地震波正演	(67)
4.1 最优化射线追踪	(67)
4.2 试射法	(71)
4.3 高斯射线束正演方法	(73)
4.4 波动方程求解法正演模拟	(82)
5 地球物理非线性反演方法	(87)
5.1 迭代、分形和混沌	(87)
5.2 地震道非线性混沌反演	(92)
5.3 仿真退火反演	(95)
5.4 遗传算法	(98)
6 地震反射波旅行时层速度反演	(102)
6.1 旅行时反演方法和原理	(102)
6.2 计算方法	(104)
7 模型迭代静校正方法	(108)
7.1 横向变速介质的折射初至正演	(108)

7.2	最佳拟合旅行时反演的一般原理	(110)
7.3	近地表浅层低速介质折射波反演	(112)
7.4	计算静校正量	(117)
7.5	模型试验及结果分析	(118)
7.6	实际资料处理	(120)
8	电法勘探中场的基本关系式	(121)
8.1	狄拉克 δ 函数	(121)
8.2	稳定电流场的基本关系式	(125)
8.3	电磁场基本方程式	(129)
8.4	电法勘探电场的积分表达式	(134)
9	电法数值模拟的有限单元法	(141)
9.1	变分方法	(141)
9.2	一维有限元法	(144)
9.3	二维变分问题	(147)
9.4	解拉普拉斯方程的二维有限元法	(155)
9.5	与赫姆霍兹方程对应的二维有限元法	(161)
9.6	点源二维有限元法的应用	(178)
10	电法勘探数值模拟的有限差分法	(183)
10.1	面积离散的点源二维有限差分法	(183)
10.2	节点离散形式	(188)
10.3	有关方法技术及应用效果	(194)
11	三维直流电法数值模拟的积分方程法	(197)
11.1	积分方程的导出	(197)
11.2	积分方程的近似求解方法	(199)
11.3	板状体电场的计算	(200)
11.4	任意形体电场的计算	(208)
12	边界元方法	(213)
12.1	概述	(213)
12.2	解拉普拉斯方程的边界元法	(214)
12.3	基本解	(218)
12.4	边界元法在电法数值模拟中的应用	(220)
附录 A	二维弹性波动方程高斯射线束表达式	(227)
A.1	射线坐标系下的二维弹性波动方程	(227)
A.2	抛物型波动方程	(230)
A.3	抛物型方程的求解——高斯射线束	(234)
附录 B	奇异值分解法 (SVD) 求解线性方程组	(237)
附录 C	吸收边界条件推导	(238)
C.1	一维情况	(238)
C.2	二维情况	(239)

附录 D 地球物理数据处理方法部分程序 (241)

 D.1 任意形体正演“点元”法程序..... (241)

 D.2 最速下降法等效源位场换算程序 (251)

 D.3 二维板阻尼最小二乘法反演程序 (264)

 D.4 最优化射线追踪程序 (278)

主要参考文献 (288)

1 重磁异常正演方法

重磁异常正演方法,是在给定地质体的形状大小、空间位置及物性参数的条件下,求在它外部空间任意点上的物理场值。

在使用电子计算机解正问题以前,由于手算的局限性,正演方法仅限于规则的几何形状,而且多数是二维的规则几何形体。然而对于自然界中大量存在的不规则的复杂任意形体,手算却无能为力。电子计算机的应用使正演方法进入了一个新的阶段,它可以对任意形体进行计算,对物性“非均匀”的地质体,也可以通过将其分解成若干个“均匀”物性的物体的方法和分区块均匀的数值方法来计算,使正演方法可以达到相当高的精度。

1.1 重磁正演基本公式

1.1.1 重力场基本公式

由场论知^[1],物体 Q 在其外部任一点 P 的引力位应为:

$$W = G \iiint_Q \frac{\sigma}{R} dV \quad (1.1.1)$$

式中: G 为引力常数(在CGS单位制中: $G = 6.67 \times 10^{-8} \text{ cm}^3/(\text{g} \cdot \text{s}^2)$;在SI单位制中: $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$); σ 是物体 Q 的剩余密度; dV 是物体 Q 内的体积元; R 是体积元 dV 到 P 点的距离; Q 是整个地质体区域,积分是对地质体进行的。

那么重力 Δg 应为

$$\Delta g = \frac{\partial W}{\partial z_P} = G \iiint_Q \frac{z_Q - z_P}{R^3} \sigma dV \quad (1.1.2)$$

当密度均匀时, σ 为常量,则有

$$\Delta g = G\sigma \iiint_Q \frac{z_Q - z_P}{R^3} dV \quad (1.1.3)$$

式中: $R = \sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2 + (z_P - z_Q)^2}$

1.1.2 磁场基本公式

任何磁性体均可看成由许多体积很小的元磁体所组成,每一个元磁体相当于磁矩为

$\vec{M} \cdot dV$ 的磁偶极子, 元磁体在空间 P 点引起的磁位 dU , 由场论有:

$$dU = \frac{1}{4\pi R^3} (\vec{R} \cdot \vec{M} dV)$$

整个物体 Q 在空间 P 点的磁位为:

$$U = \frac{1}{4\pi} \iiint_Q \frac{\vec{R} \cdot \vec{M} dV}{R^3} = -\frac{1}{4\pi} \iiint_Q \left(\vec{M} \cdot \text{grad}_P \frac{1}{R} \right) dV \quad (1.1.4)$$

对于均匀磁化的地质体 $\vec{M}$ 为常量, 积分是对地质体进行的, 求梯度运算是 P 点而言的, 因此, 可以调换积分与求梯度的顺序, 得:

$$U = -\frac{1}{4\pi} \iiint_Q \left(\vec{M} \cdot \text{grad}_P \frac{1}{R} \right) dV = -\frac{1}{4\pi} \vec{M} \cdot \text{grad}_P \iiint_Q \frac{1}{R} dV \quad (1.1.5)$$

对比 (1.1.1) 式和 (1.1.5) 式, 均有相同的三重积分形式:

$$V = \iiint_Q \frac{1}{R} dV$$

于是有:

$$W = G\sigma V$$

V 可以看成是 $G\sigma = 1$ 时的“重力位”。从而 (1.1.5) 式可写成:

$$U = -\frac{1}{4\pi G\sigma} \vec{M} \cdot \text{grad}_P V \quad (1.1.6)$$

即均匀磁化体的磁位可以用磁化强度 $\vec{M}$ 和“重力位” V 的梯度的标量积的负值的 $\frac{1}{4\pi G\sigma}$ 来表示, 也就是所称的泊松公式。

从 (1.1.6) 式出发求物体 Q 在 P 点引起的磁异常在 x, y, z 三个方向上的分量, 即

$$\begin{aligned} \Delta X &= -\frac{\partial U}{\partial x_P} = \frac{\partial}{\partial x_P} \left(\frac{1}{4\pi G\sigma} \vec{M} \cdot \text{grad}_P V \right) \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi G\sigma} \left[\vec{M}_x \frac{\partial^2 V}{\partial x_P^2} + \vec{M}_y \frac{\partial^2 V}{\partial x_P \partial y_P} + \vec{M}_z \frac{\partial^2 V}{\partial x_P \partial z_P} \right] \\ \Delta Y &= -\frac{\partial U}{\partial y_P} = \frac{\partial}{\partial y_P} \left(\frac{1}{4\pi G\sigma} \vec{M} \cdot \text{grad}_P V \right) \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi G\sigma} \left[\vec{M}_x \frac{\partial^2 V}{\partial x_P \partial y_P} + \vec{M}_y \frac{\partial^2 V}{\partial y_P^2} + \vec{M}_z \frac{\partial^2 V}{\partial x_P \partial z_P} \right] \\ \Delta Z &= -\frac{\partial U}{\partial z_P} = \frac{\partial}{\partial z_P} \left(\frac{1}{4\pi G\sigma} \vec{M} \cdot \text{grad}_P V \right) \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi G\sigma} \left[\vec{M}_x \frac{\partial^2 V}{\partial x_P \partial z_P} + \vec{M}_y \frac{\partial^2 V}{\partial y_P \partial z_P} + \vec{M}_z \frac{\partial^2 V}{\partial z_P^2} \right] \end{aligned} \quad (1.1.7)$$

式中: μ_0 为 SI 制中真空中的磁导率, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$ (亨利/米); $\vec{M}_x, \vec{M}_y, \vec{M}_z$ 是磁化强度在 x, y, z 三个方向上的分量。

对于 V 的二次微商可求得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial x_P^2} &= \iiint_Q \frac{3(x_Q - x_P)^2 - R^2}{R^5} dx dy dz \\ \frac{\partial^2 V}{\partial x_P \partial y_P} &= \iiint_Q \frac{3(x_Q - x_P)(y_Q - y_P)}{R^5} dx dy dz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 V}{\partial x_p \partial z_p} &= \iiint_Q \frac{3(x_Q - x_p)(z_Q - z_p)}{R^5} dx dy dz \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y_p^2} &= \iiint_Q \frac{3(y_Q - y_p)^2 - R^2}{R^5} dx dy dz \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y_p \partial z_p} &= \iiint_Q \frac{3(y_Q - y_p)(z_Q - z_p)}{R^5} dx dy dz \\
\frac{\partial^2 V}{\partial z_p^2} &= \iiint_Q \frac{3(z_Q - z_p)^2 - R^2}{R^5} dx dy dz
\end{aligned} \quad (1.1.8)$$

上面各式中积分是对整个物体 Q 进行的, 式中 $R = \sqrt{(x_p - x_Q)^2 + (y_p - y_Q)^2 + (z_p - z_Q)^2}$

在航磁中所测量的是一定高度上的地磁场 $\vec{T}$ 在数量上的变化, 即

$$\Delta T = |\vec{T}| - |\vec{T}_0|$$

式中: $\vec{T}$ 为测点的地磁场总强度; $\vec{T}_0$ 为正常地磁场或某固定点的地磁场总强度。磁性体所产生的磁异常总强度 $\vec{T}_a$ 是 $\vec{T}$ 和 $\vec{T}_0$ 的矢量差, 即

$$\vec{T}_a = \vec{T} - \vec{T}_0$$

所以

$$\begin{aligned}
\Delta T &= |\vec{T}| - |\vec{T}_0| = |\vec{T}_a + \vec{T}_0| - |\vec{T}_0| \\
&= \sqrt{T_0^2 + 2T_0 T_a \cos\beta + T_a^2} - T_0 \\
&= T_0 \left(1 + \frac{2T_a}{T_0} \cos\beta + \frac{T_a^2}{T_0^2} \right)^{\frac{1}{2}} - T_0
\end{aligned}$$

式中 β 为 $\vec{T}_0$ 和 $\vec{T}_a$ 的夹角, 将上式中根号部分用二项式定理展开, 经整理后得到:

$$\Delta T = T_0 + T_a \cos\beta + \frac{1}{2} \sin^2 \beta \frac{T_a^2}{T_0} + \cdots - T_0$$

由于一般来说 $T_a \ll T_0$, 故可以略去 $\frac{T_a^2}{T_0^2}$ 以上各项, 例如当 $T_a = 1000 \text{ nT}$, $T_0 = 50000 \text{ nT}$ 时,

$$\frac{\left(\frac{1}{2} \sin^2 \beta \frac{T_a^2}{T_0} \right)}{T_a} \leq \frac{T_a}{2T_0} = 1\%$$

故可以近似地认为

$$\Delta T \doteq T_a \cos\beta \quad (1.1.9)$$

即 ΔT 的一级近似值为 T_a 在 T_0 方向上的投影。如果用磁异常 $\vec{T}_a$ 的三个分量 ΔX , ΔY , ΔZ 来表示则有

$$\Delta T = \Delta X \cos I \cos D + \Delta Y \cos I \sin D + \Delta Z \sin I \quad (1.1.10)$$

式中: I 为地磁场倾角; D 为 $\vec{T}_0$ 的水平分量与 X 轴的夹角。

以上我们给出了在均匀磁化条件下, 求磁异常三个分量 ΔX , ΔY , ΔZ 及总强度 ΔT 的基本公式。

下面讨论应用奥 - 高公式把 (1.1.4) 式化成表面积分形式, 计算均匀磁化体的磁异常公式。

将 $\text{grad}_P \frac{1}{R} = -\text{grad}_Q \frac{1}{R}$ 代入 (1.1.4) 式中, 则有

$$U = \frac{1}{4\pi} \iiint_Q \left(\vec{M} \cdot \text{grad}_Q \frac{1}{R} \right) dV$$

利用矢量分析中已知的公式, 即

$$\text{div} (\vec{A} \cdot \phi) = \phi \cdot \text{div} \vec{A} + \vec{A} \cdot \text{grad} \phi$$

得到

$$U = \frac{1}{4\pi} \left\{ \iiint_Q \text{div}_Q \left(\frac{\vec{M}}{R} \right) dV - \iiint_Q \frac{\text{div}_Q \vec{M}}{R} dV \right\}$$

第一项积分, 按奥 - 高公式可变为面积分, 得

$$U = \frac{1}{4\pi} \left\{ \iint_S \frac{\vec{M} \cdot d\vec{S}}{R} - \iiint_Q \frac{\text{div}_Q \vec{M}}{R} dV \right\}$$

式中第一项积分是对磁体全部表面进行的, 相当于磁性体表面磁荷所引起的磁位; 第二项积分则对整个磁化体进行, 相当于体积磁荷对 P 点所引起的磁位。

表面磁荷密度 $\sigma_m = M_n = \vec{M} \cdot d\vec{S}$, 即 $\vec{M}$ 在 $d\vec{S}$ 面积元法线方向上的投影; 体积磁荷密度 $\rho_m = \text{div}_Q \vec{M}$ 。

当磁性体均匀磁化时, 无体积磁荷而仅有面磁荷出现, 故只有第一项, 即

$$U = \frac{1}{4\pi} \iint_S \frac{\vec{M} \cdot d\vec{S}}{R} \quad (1.1.11)$$

而 $\Delta X = -\frac{\partial U}{\partial x_P}$, $\Delta Y = -\frac{\partial U}{\partial y_P}$, $\Delta Z = -\frac{\partial U}{\partial z_P}$

于是均匀磁化体的磁异常便可计算出来了。

1.1.3 几种常用模型体计算公式

1.1.3.1 二维板模型 (如图 1.1 所示)

$$\Delta g = 2G\sigma \left\{ [z_2 (\varphi_2 - \varphi_4) - z_1 (\varphi_1 - \varphi_3)] + x_k \left[\sin^2 \alpha \ln \frac{r_2 r_3}{r_1 r_4} + \cos \alpha \sin \alpha (\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3 + \varphi_4) \right] \right. \\ \left. + 2b \left[\sin^2 \alpha \ln \frac{r_4}{r_3} + \cos \alpha \sin \alpha (\varphi_3 - \varphi_4) \right] \right\}$$

$$\Delta X = \frac{M}{2\pi} \sin \alpha \left[\ln \frac{r_2 r_3}{r_1 r_4} \cos (\alpha - i) - \sin (\alpha - i) (\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3 + \varphi_4) \right]$$

$$\Delta Z = \frac{M}{2\pi} \sin \alpha \left[\sin (\alpha - i) \ln \frac{r_2 r_3}{r_1 r_4} + \cos (\alpha - i) (\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3 + \varphi_4) \right]$$

式中: r_1, r_2, r_3, r_4 分别为板截面角点 A, B, C, D 到 P 点之间的距离; $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3,$

φ_4 分别为 r_1, r_2, r_3, r_4 与 X 轴正向的夹角, 由 X 轴顺时针起算。从图 1.1 可得

$$r_1^2 = (x_k - x_0 + b + l \cos \alpha)^2 + (z_0 - z_k - l \sin \alpha)^2$$

$$r_2^2 = (x_k - x_0 + b - l \cos \alpha)^2 + (z_0 - z_k + l \sin \alpha)^2$$

$$r_3^2 = (x_k - x_0 - b + l \cos \alpha)^2 + (z_0 - z_k - l \sin \alpha)^2$$

$$r_4^2 = (x_k - x_0 - b - l \cos \alpha)^2 + (z_0 - z_k + l \sin \alpha)^2$$

$$\varphi_1 = \pi - \operatorname{tg}^{-1} \frac{z_0 - z_k - l \sin \alpha}{x_k - x_0 + b + l \cos \alpha}$$

$$\varphi_2 = \pi - \operatorname{tg}^{-1} \frac{z_0 - z_k + l \sin \alpha}{x_k - x_0 + b - l \cos \alpha}$$

$$\varphi_3 = \pi - \operatorname{tg}^{-1} \frac{z_0 - z_k - l \sin \alpha}{x_k - x_0 - b + l \cos \alpha}$$

$$\varphi_4 = \pi - \operatorname{tg}^{-1} \frac{z_0 - z_k + l \sin \alpha}{x_k - x_0 - b - l \cos \alpha}$$

对于直立有限延深板状体, 只需令上面各式中的 $\alpha = 90^\circ$ 即可;

对于无限延深的情况, 只需令上面各式中 $\varphi_2 = \varphi_4, r_2 = r_4$ 即可。

1.1.3.2 截面为多边形的水平柱体 (如图 1.2 所示)

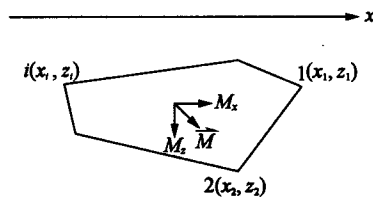


图 1.2 多边形截面水平柱体截面形状

(注意: 公式中是将每一个角点均视为坐标原点来处理的。)

$$\Delta g = 2G\sigma \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{2} \cdot \frac{(z_{i+1} - z_i)(x_i z_{i+1} - x_{i+1} z_i)}{(z_{i+1} - z_i)^2 + (x_{i+1} - x_i)^2} \cdot \ln \frac{x_{i+1}^2 + z_{i+1}^2}{x_i^2 + z_i^2} \right. \\ \left. + \frac{(x_{i+1} - x_i)(x_i z_{i+1} - x_{i+1} z_i)}{(z_{i+1} - z_i)^2 + (x_{i+1} - x_i)^2} \cdot \left[\operatorname{tg}^{-1} \frac{z_i}{x_i} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{z_{i+1}}{x_{i+1}} \right] \right\}$$

$$\Delta X = \frac{1}{2\pi} (M_x P + M_z Q)$$

$$\Delta Z = \frac{1}{2\pi} (M_x Q - M_z P)$$

$$\text{式中: } Q = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{(z_{i+1} - z_i)(x_i - x_{i+1})}{(z_{i+1} - z_i)^2 + (x_i - x_{i+1})^2} \cdot \left[\operatorname{tg}^{-1} \frac{z_i}{x_i} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{z_{i+1}}{x_{i+1}} \right] \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \cdot \frac{(z_{i+1} - z_i)^2}{(z_{i+1} - z_i)^2 + (x_i - x_{i+1})^2} \cdot \ln \frac{x_{i+1}^2 + z_{i+1}^2}{x_i^2 + z_i^2} \right\}$$

$$P = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{(z_{i+1} - z_i)^2}{(z_{i+1} - z_i)^2 + (x_i - x_{i+1})^2} \cdot \left[\operatorname{tg}^{-1} \frac{z_i}{x_i} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{z_{i+1}}{x_{i+1}} \right] \right\}$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot \frac{(z_{i+1} - z_i)(x_i - x_{i+1})}{(z_{i+1} - z_i)^2 + (x_i - x_{i+1})^2} \cdot \ln \frac{x_{i+1}^2 + z_{i+1}^2}{x_i^2 + z_i^2} \}$$

1.1.3.3 正长方体 (如图 1.3 所示)

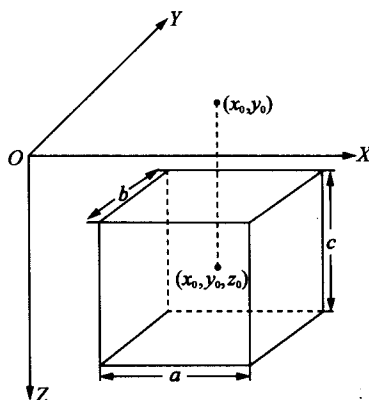


图 1.3 正长方体

$$\Delta g = -G\sigma \left\{ (x - x_k) \ln[(y - y_k) + R] + (y - y_k) \ln[(x - x_k) + R] \right.$$

$$\left. + (z - z_k) \cdot \operatorname{tg}^{-1} \frac{(x - x_k)(y - y_k)}{(z - z_k)R} \right\} \left| x_0 + \frac{a}{2} \right| y_0 + \frac{b}{2} \left| z_0 + \frac{c}{2} \right|$$

$$\left| x_0 - \frac{a}{2} \right| y_0 - \frac{b}{2} \left| z_0 - \frac{c}{2} \right|$$

$$\Delta X = \frac{1}{4\pi} \left\{ -M_x \operatorname{tg}^{-1} \frac{(y - y_k)(z - z_k)}{(x - x_k)R} + M_y \ln[R + (z - z_k)] \right.$$

$$\left. + M_z \ln[R + (y - y_k)] \right\} \left| x_0 + \frac{a}{2} \right| y_0 + \frac{b}{2} \left| z_0 + \frac{c}{2} \right|$$

$$\left| x_0 - \frac{a}{2} \right| y_0 - \frac{b}{2} \left| z_0 - \frac{c}{2} \right|$$

$$\Delta Y = \frac{1}{4\pi} \left\{ M_x \ln[R + (z - z_k)] - M_y \operatorname{tg}^{-1} \frac{(x - x_k)(z - z_k)}{(y - y_k)R} \right.$$

$$\left. + M_z \ln[R + (x - x_k)] \right\} \left| x_0 + \frac{a}{2} \right| y_0 + \frac{b}{2} \left| z_0 + \frac{c}{2} \right|$$

$$\left| x_0 - \frac{a}{2} \right| y_0 - \frac{b}{2} \left| z_0 - \frac{c}{2} \right|$$

$$\Delta Z = \frac{1}{4\pi} \left\{ M_x \ln[R + (y - y_k)] - M_y \ln[R + (x - x_k)] \right.$$

$$\left. - M_z \operatorname{tg}^{-1} \frac{(x - x_k)}{(z - z_k)} \cdot \frac{(y - y_k)}{R} \right\} \left| x_0 + \frac{a}{2} \right| y_0 + \frac{b}{2} \left| z_0 + \frac{c}{2} \right|$$

$$\left| x_0 - \frac{a}{2} \right| y_0 - \frac{b}{2} \left| z_0 - \frac{c}{2} \right|$$

式中: $R = [(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 + (z - z_k)^2]^{1/2}$

1.1.3.4 倾斜长方体 (如图 1.4 所示)

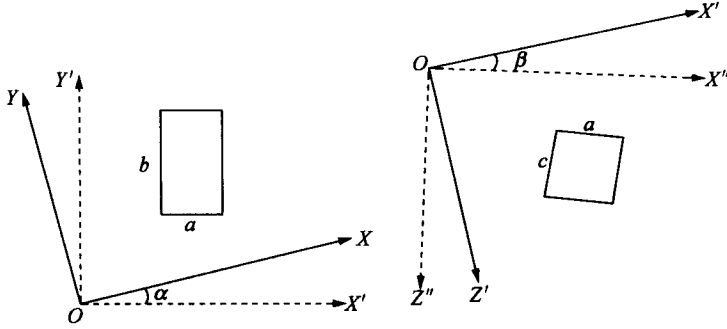


图 1.4 倾斜长方体和坐标系旋转

$$\Delta g = -G\sigma\cos\beta \left\{ (x - x_k'') \ln[R + (y - y_k'')] + (y - y_k'') \ln[R + (x - x_k'')] \right. \\ \left. + (z - z_k'') \cdot \operatorname{tg}^{-1} \frac{(z - z_k'')}{(x_k - x_k'')} \cdot \frac{R}{(y - y_k'')} \right\} \left| x_0'' + \frac{a}{2} \right| y_0'' + \frac{b}{2} \left| z_0'' + \frac{c}{2} \right| \\ \left| x_0'' - \frac{a}{2} \right| y_0'' - \frac{b}{2} \left| z_0'' - \frac{c}{2} \right|$$

$$\begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} = B^T \begin{bmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{xy} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{xz} & V_{yz} & V_{zz} \end{bmatrix} B \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}$$

式中: $B = \begin{bmatrix} \cos\alpha \cos\beta & -\sin\alpha \cos\beta & \sin\beta \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ -\cos\alpha \sin\beta & \sin\alpha \sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix}$

$$V_{xx} = -\operatorname{tg}^{-1} \frac{(y - y_k'')}{(x - x_k'')} \cdot \frac{(z - z_k'')}{R} \left| x_0'' + \frac{a}{2} \right| y_0'' + \frac{b}{2} \left| z_0'' + \frac{c}{2} \right| \\ \left| x_0'' - \frac{a}{2} \right| y_0'' - \frac{b}{2} \left| z_0'' - \frac{c}{2} \right|$$

$$V_{xy} = \ln[R + (z - z_k'')] \left| x_0'' + \frac{a}{2} \right| y_0'' + \frac{b}{2} \left| z_0'' + \frac{c}{2} \right| \\ \left| x_0'' - \frac{a}{2} \right| y_0'' - \frac{b}{2} \left| z_0'' - \frac{c}{2} \right|$$

$$V_{xz} = \ln[R + (y - y_k'')] \left| x_0'' + \frac{a}{2} \right| y_0'' + \frac{b}{2} \left| z_0'' + \frac{c}{2} \right| \\ \left| x_0'' - \frac{a}{2} \right| y_0'' - \frac{b}{2} \left| z_0'' - \frac{c}{2} \right|$$

$$V_{yy} = -\operatorname{tg}^{-1} \frac{(x - x_k'')}{(y - y_k'')} \cdot \frac{(z - z_k'')}{R} \left| x_0'' + \frac{a}{2} \right| y_0'' + \frac{b}{2} \left| z_0'' + \frac{c}{2} \right| \\ \left| x_0'' - \frac{a}{2} \right| y_0'' - \frac{b}{2} \left| z_0'' - \frac{c}{2} \right|$$

$$V_{yz} = \ln[R + (x - x_k'')] \left| x_0'' + \frac{a}{2} \right| y_0'' + \frac{b}{2} \left| z_0'' + \frac{c}{2} \right| \\ \left| x_0'' - \frac{a}{2} \right| y_0'' - \frac{b}{2} \left| z_0'' - \frac{c}{2} \right|$$

$$V_x = -\operatorname{tg}^{-1} \frac{(x - x_k'')}{(z - z_k'')} \cdot \frac{(y - y_k'')}{R} \begin{vmatrix} x_0'' + \frac{a}{2} & y_0'' + \frac{b}{2} & z_0'' + \frac{c}{2} \\ x_0'' - \frac{a}{2} & y_0'' - \frac{b}{2} & z_0'' - \frac{c}{2} \end{vmatrix}$$

式中: $R = [(x - x_k'')^2 + (y - y_k'')^2 + (z - z_k'')^2]^{1/2}$

上标''表示经过两次坐标旋转以后, 新坐标 $OX''Y''Z''$ 中的坐标值, 如图 1.4 所示。

1.1.3.5 关于 $\operatorname{tg}^{-1} \frac{b}{a}$ 的取值讨论

数学上: $\operatorname{tg}^{-1} \frac{b}{a}$ 的主值应在 $-\frac{\pi}{2} \sim \frac{\pi}{2}$ 区间内, 但是我们这里所讨论的 $\frac{b}{a}$ 实际为由坐标原点对多边形第 i 边的夹角, 这样它就有可能在 $-\pi \sim \pi$ 之间变动, 因此在具体计算中特作如下规定:

当 $|a| > 1.0^{-15}$ 时, 如果 $\frac{b}{a} > 0.0$; 当 $a > 0.0, b > 0.0$, 则 $\theta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{b}{a}$; 当 $a < 0.0, b < 0.0$, 则 $\theta = -\pi + \operatorname{tg}^{-1} \frac{b}{a}$

如果 $\frac{b}{a} < 0.0$, 则 $\theta = \pi + \operatorname{tg}^{-1} \frac{b}{a}$

当 $|a| \leq 1.0^{-15}$ 时, 若 $b < 0.0$, 则 $\theta = -\frac{\pi}{2}$; 若 $b \geq 0.0$, 则 $\theta = \frac{\pi}{2}$

1.2 均匀任意形体正演方法

目前国内外用电子计算机作正演计算的方法很多, 本节讨论计算密度或磁性均匀的地质体的重磁异常的方法。物性均匀对一般的地质地球物理问题都可以近似适用, 而对于“非均匀”体也可以近似地分解成若干个“均匀”体的组合, 且可根据精度要求选择划分的精细程度, 因此均匀地质体异常的计算具有重要的意义。

从前面一套正演公式可见, 正演方法归纳为计算一系列三重积分或面积分。对于任意形体要靠解析方法求出这些积分是困难的, 所以采用数值解法求其近似解, 根据近似方法的不同, 大致可以分成以下几类。

(1) “点元”法: 将一个任意形体按适当的方法划分为若干个规则几体形体 (长方体、正方体), 每一个均视作“点元”, 先用解析方法求出各个点元的三重积分值, 再累加求和即得整个形体的三重积分的近似值, 近似程度取决于全部“点元”与该形体的吻合程度。

(2) “线元”法: 用两组相互垂直的平行面把任意形体分割成很多棱柱体, 每一棱柱体的作用, 以位于其柱中心线的“线元”来代替, 用解析法求出各“线元”的作用值, 然后在垂直于“线元”的截面上作二重数值积分, 即得到整个形体的三重积分近似值, 其近似程度除了取决于全部棱柱体与该形体的吻合程度以外, 还取决于所采用的数值积分方法。

(3) “面元”法：用一组相互平行的平面去分割任意形体，每个截面内用一个多边形去代替该形体在截面内的形状，用解析方法求出多边形域的二重积分值，然后在垂直于截面的方向上，用数值积分求出第三重积分，即得三重积分近似值。其近似程度取决于各多边形吻合该形体的各截面的程度及所采用的数值积分方法。

(4) 表面积分法：根据 (1.1.11) 式，积分是在包围形体的全表面进行的。采用一系列多边形水平面的组合来近似全表面，用解析方法分别计算出每一个多边形水平面的积分值，然后累加求和。其近似程度取决于多边形水平面对该形体外表面的吻合程度。

综上所述，用电子计算机作重、磁正演计算的特点是：先分解，再合成，即分解成比较容易计算的若干个部分，然后再合成整个三重积分（或表面积分）的值。

1.2.1 “点元”法

“点元”法所取的各个点元的体积可以相同，也可不同。各个点元的物性可以相同，也可不同。通常是将勘探剖面之间的地质体用适当的长方体或立方体来近似，确定出各个点元的角点坐标，即可计算出该点元的三重积分值。

对于一个点元而言，其计算公式如下，设观测点 P 位于坐标原点，那么由式 (1.1.3) 和式 (1.1.7)、(1.1.8)、(1.1.10) 可得：

$$\left. \begin{aligned} \Delta g &= G\sigma V_0 \\ \Delta X &= \frac{1}{4\pi} [M_x V_1 + M_y V_2 + M_z V_3] \\ \Delta Y &= \frac{1}{4\pi} [M_x V_4 + M_y V_5 + M_z V_6] \\ \Delta Z &= \frac{1}{4\pi} [M_x V_3 + M_y V_5 + M_z V_6] \\ \Delta T &= \Delta X \cos I \cos D + \Delta Y \cos I \sin D + \Delta Z \sin I \end{aligned} \right\} \quad (1.2.1)$$

式中： V_0 、 V_1 、 V_2 、 V_3 、 V_4 、 V_5 、 V_6 分别为

$$\begin{aligned} V_0 &= - \left[x \ln (y+R) + y \ln (x+R) + z \lg^{-1} \frac{zR}{xy} \right] \left| \begin{matrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{matrix} \right| \\ V_1 &= - \left(\lg^{-1} \frac{yz}{xR} \right) \left| \begin{matrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{matrix} \right| \\ V_2 &= [\ln (z+R)] \left| \begin{matrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{matrix} \right| \\ V_3 &= [\ln (y+R)] \left| \begin{matrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{matrix} \right| \\ V_4 &= - \left(\lg^{-1} \frac{xz}{yR} \right) \left| \begin{matrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{matrix} \right| \\ V_5 &= [\ln (x+R)] \left| \begin{matrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{matrix} \right| \\ V_6 &= - \left(\lg^{-1} \frac{xy}{zR} \right) \left| \begin{matrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{matrix} \right| \end{aligned}$$

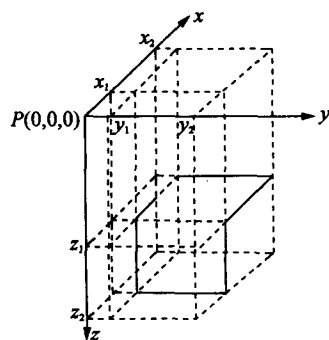


图 1.5 计算点元示意图

式中 x_1 、 x_2 、 y_1 、 y_2 、 z_1 、 z_2 分别为点元角点在 x 、 y 、 z 坐标轴方向上的投影坐标，即积分的上下限，如图 1.5 所示。

需要指出的是，当所选的“点元”各边不平行于坐标轴时，通常用坐标旋转变换来实现。

当给定了每个点元的位置，即给出了 x_1 、 x_2 、 y_1 、 y_2 、 z_1 、 z_2 及物性参数后，代入式 (1.2.1) 即可求出每个点元的三重积分值，然后累加求和，得到式 (1.1.8) 中的各值，用式 (1.1.7) 得到磁场的各个分量值，用式 (1.1.3) 得到重力值。

1.2.2 “线元”法

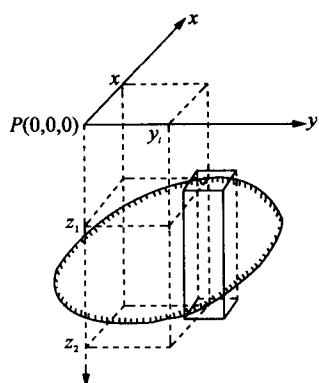


图 1.6 “线元”法计算示意图

本方法是用一组平行于 x 轴的垂直面与另一组平行于 y 轴的垂直面去切割任意形体 Q ，于是得到一系列直立矩形棱柱体 (图 1.6)，当分割异常体的这两组垂直截面很密时，所得到的这一系列直立棱柱体横截面很小，每个棱柱体可近似看作为直立棒状体而用解析方法计算出它在观测点 P 的作用值，然后对这一系列的作用值在垂直于棱柱体轴线的平面内进行二重数值积分，就可得到 P 点正演值。

在式 (1.1.3) 和 (1.1.8) 的三重积分中，把沿 z 方向的积分积出来 (设棱柱体轴线是沿 z 轴方向)，并令观测点 P 为坐标原点，于是就得到下列公式：

$$\Delta g = G\sigma V_0$$

$$\Delta X = \frac{1}{4\pi} [M_x V_1 + M_y V_2 + M_z V_3]$$

$$\Delta Y = \frac{1}{4\pi} [M_x V_4 + M_y V_5 + M_z V_6]$$

$$\Delta Z = \frac{1}{4\pi} [M_x V_3 + M_y V_5 + M_z V_6]$$

$$\Delta T = \Delta X \cos I \cos D + \Delta Y \cos I \sin D + \Delta Z \sin I$$

式中：

$$V_0 = - \iint \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) dx dy$$

$$V_1 = \iint \left[\frac{x^2}{(x^2 + y^2)^2} \left(\frac{3z_2}{R_2} - \frac{3z_1}{R_1} - \frac{z_2^3}{R_2^3} + \frac{z_1^3}{R_1^3} \right) - \frac{1}{(x^2 + y^2)} \left(\frac{z_2}{R_2} - \frac{z_1}{R_1} \right) \right] dx dy$$

$$V_2 = \iint \left[\frac{xy}{(x^2 + y^2)^2} \left(\frac{3z_2}{R_2} - \frac{3z_1}{R_1} - \frac{z_2^3}{R_2^3} + \frac{z_1^3}{R_1^3} \right) \right] dx dy$$

$$V_3 = - \iint \left(\frac{x}{R_2^3} - \frac{x}{R_1^3} \right) dx dy$$

$$V_4 = \iint \left[\frac{y^2}{(x^2 + y^2)^2} \left(\frac{3z_2}{R_2} - \frac{3z_1}{R_1} - \frac{z_2^3}{R_2^3} + \frac{z_1^3}{R_1^3} \right) - \frac{1}{(x^2 + y^2)} \left(\frac{z_2}{R_2} - \frac{z_1}{R_1} \right) \right] dx dy$$

$$V_5 = - \iint \left(\frac{y}{R_2^3} - \frac{y}{R_1^3} \right) dx dy$$

$$V_6 = - \iint \left(\frac{z_2}{R_2^3} - \frac{z_1}{R_1^3} \right) dx dy \quad (1.2.2)$$