

高等职业教育公共基础课规划教材

# 高等数学

Advanced Mathematics

(经管类)

王春珊 主编

张钢民 王秀梅 副主编

<http://www.phei.com.cn>



电子工业出版社  
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

高等职业教育公共基础课规划教材

# 高等数学

## (经管类)

王春珊 主 编

张钢民 副主编  
王秀梅

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

## 内 容 简 介

本书是由电子工业出版社组织编写的“高等职业教育公共基础课规划教材”之一，也是作者经过多年教学实践和在吸收“十五”规划教材成果的基础上编写而成的。本书主要内容包括极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分与定积分、多元函数的微积分、行列式与矩阵、线性方程组、随机事件与概率、随机变量及其数字特征、数理统计初步知识。本书力求用通俗的语言阐述高等数学中的基础知识和基本概念。在保持学科科学性和完整性的前提下，结合经管类专业特点，突出应用与计算，淡化理论，充分考虑高职学生的特点，增加趣味性和启发性的小问题、数学故事等，教材内容注意高、中、低的结合，尽量满足各种不同层次学生的需求。

本书可作为高职高专经济类及管理类专业通用的高等数学教材，也可作为经管类人员更新知识的自学用书。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

### 图书在版编目(CIP)数据

高等数学：经管类 / 王春珊主编. —北京：电子工业出版社，2006.8

（高等职业教育公共基础课规划教材）

ISBN 7-121-02963-4

I. 高… II. 王… III. 高等数学—高等学校：技术学校—教材 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 087011 号

责任编辑：贺志洪

印 刷：北京牛山世兴印刷厂

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编：100036

经 销：各地新华书店

开 本：787×980 1/16 印张：23.5 字数：497 千字

印 次：2006 年 8 月第 1 次印刷

印 数：5 000 册 定价：33.00 元

凡购买电子工业出版社的图书，如有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系。联系电话：（010）68279077。质量投诉请发邮件至 [zltz@phei.com.cn](mailto:zltz@phei.com.cn)，盗版侵权举报请发邮件至 [dbqq@phei.com.cn](mailto:dbqq@phei.com.cn)。

# 前 言

这几年随着我国高等教育尤其是高职高专教育的飞速发展,无论是学生的实际水平还是相关专业课对高等数学知识的需要,原有的教材无论从内容上还是从体系上都不适应当今高职学生的特点.为了深化教育教学改革、全面推进素质教育、培养创新人才,适应高职教育大众化的发展趋势,我们依据《高职高专高等数学课程教学基本要求》,在总结多年教学改革经验的基础上,结合高职院校经济管理类学生的特点,编写了本教材.

在本书的编写过程中,我们主要遵循以下原则.

1. 淡化理论,突出实用.本书在理论上以学生易理解和不影响教学体系为尺度,多注重以几何图形直观启发学生.结合经管类专业实际情况,列举了大量的经济数学模型和数学在经管方面的应用.

2. 通俗易懂.结合学生实际水平,在教材内容处理上力求通俗易懂,深入浅出.在介绍基本理论和重要定理时,没有采用传统的严谨数学论证方法,而是注重以实例引入概念和定理,并最终回到数学应用的思想,加强学生对数学的应用意识和兴趣,培养学生用数学的原理和方法解决问题的能力.

3. 把方法的应用程序化、步骤化.

4. 在每章或每节开始,用尽可能短的语言点题,以便起到承上启下的作用,增加可读性.每章给出小结,方便学生复习和总结.

5. 充分调动学生的主观能动性.在教材的右边空白处增加了诸如“想一想”、“议一议”、“注意”以及相关的一些阅读材料等,既使版面变得活泼,更充分调动学生学习的主动性和兴趣性.

考虑到高职高专经管类不同专业对高等数学的需求不同、课时分配不同等实际原因,教材的编写采取模块化的方式,全书共分为三个模块:一元函数的微积分;线性代数;概率论与数理统计.每块内容相对独立,有利于不同学校根据实际情况灵活安排,方便教师有选择地教学.

一元函数的微积分是高等数学的主要内容,也是经管类学生学习高等数学的首选内容,因此把它作为必学内容放在第一模块;偏导数与常微分方程是建立在一元函数微积分基础之上的,考虑到偏导数和常微分方程在专业课中的广泛应用,所以把它们也放在第一模块.

本书框架结构、编写大纲及最终定稿由王春珊完成.

本书由王春珊任主编，张钢民、王秀梅任副主编。本书具体编写情况为：第1、3章由王春珊、魏无私合编，第2章由魏无私编写（河北建材职业技术学院），第4、5章由王秀梅编写（河南机电高等专科学校），第6章由丁浩编写（安徽工商职业学院），第7、8、9章由张钢民编写（内蒙古商贸职业学院），第10、11、12章由王春珊编写（安徽工商职业学院）。

本书在编写过程中广泛参考国内外教材和书籍，借鉴和吸收其他同行的研究成果，在此表示衷心感谢；感谢电子工业出版社编辑为本书出版所付出的辛勤劳动；感谢张绍兰副教授对教材编写提出了许多宝贵的意见与建议。

由于编者水平有限，加之时间比较仓促，书中难免有错误和疏漏之处，恳请广大读者批评指正。

编 者  
2006年5月

## 《高等数学（经管类）》读者意见反馈表

尊敬的读者：

感谢您购买本书。为了能为您提供更优秀的教材，请您抽出宝贵的时间，将您的意见以下表的方式（可从 <http://www.hxedu.com.cn> 下载本调查表）及时告知我们，以改进我们的服务。对采用您的意见进行修订的教材，我们将在该书的前言中进行说明并赠送您样书。

姓名：\_\_\_\_\_ 电话：\_\_\_\_\_

职业：\_\_\_\_\_ E-mail：\_\_\_\_\_

邮编：\_\_\_\_\_ 通信地址：\_\_\_\_\_

1. 您对本书的总体看法是：

很满意     比较满意     尚可     不太满意     不满意

2. 您对本书的结构（章节）： 满意     不满意    改进意见\_\_\_\_\_

3. 您对本书的例题： 满意     不满意    改进意见\_\_\_\_\_

4. 您对本书的习题： 满意     不满意    改进意见\_\_\_\_\_

5. 您对本书的实训： 满意     不满意    改进意见\_\_\_\_\_

6. 您对本书其他的改进意见：

7. 您感兴趣或希望增加的教材选题是：

请寄：100036 北京万寿路 173 信箱高等职业教育事业部 白羽 收

电话：010-88254563

E-mail: baiyu@phei.com.cn

# 目 录

第 1 章 极限与连续 .....	(1)
1.1 函数 .....	(1)
1.1.1 函数概念 .....	(1)
1.1.2 函数的几种特性 .....	(3)
1.1.3 反函数与复合函数 .....	(5)
1.1.4 基本初等函数 .....	(6)
习题 1.1 .....	(6)
1.2 函数的极限 .....	(7)
1.2.1 数列的极限 .....	(7)
1.2.2 函数的极限 .....	(8)
习题 1.2 .....	(10)
1.3 极限的运算 .....	(10)
1.3.1 极限的四则运算 .....	(10)
1.3.2 两个重要的极限 .....	(12)
习题 1.3 .....	(14)
1.4 无穷小与无穷大 .....	(15)
1.4.1 无穷小 .....	(15)
1.4.2 无穷大 .....	(16)
1.4.3 无穷小的比较 .....	(17)
习题 1.4 .....	(19)
1.5 函数的连续性 .....	(19)
1.5.1 连续的概念 .....	(19)
1.5.2 函数的间断点 .....	(21)
1.5.3 连续函数的运算与初等函数的连续性 .....	(22)
1.5.4 闭区间上连续函数的性质 .....	(24)
习题 1.5 .....	(26)
1.6 常用的经济管理类函数介绍 .....	(26)
本章小结 .....	(28)
复习题 1 .....	(29)

<b>第 2 章 导数与微分</b> .....	(32)
2.1 导数的概念 .....	(32)
2.1.1 引例 .....	(32)
2.1.2 导数的定义 .....	(33)
2.1.3 求导数举例 .....	(34)
2.1.4 导数与左右导数的关系 .....	(36)
2.1.5 导数的几何意义 .....	(37)
2.1.6 函数的可导性与连续性的关系 .....	(38)
习题 2.1 .....	(38)
2.2 函数的求导法则 .....	(39)
2.2.1 函数的和、差、积、商的求导法则 .....	(39)
2.2.2 反函数的求导法则 .....	(41)
2.2.3 复合函数的求导法则 .....	(42)
2.2.4 求导法则与导数公式 .....	(44)
2.2.5 隐函数的导数 .....	(45)
2.2.6 对数求导法 .....	(46)
2.2.7 参数方程所确定的函数的导数 .....	(47)
习题 2.2 .....	(48)
2.3 高阶导数 .....	(50)
习题 2.3 .....	(52)
2.4 函数的微分 .....	(52)
2.4.1 微分的定义 .....	(52)
2.4.2 微分的几何意义 .....	(55)
2.4.3 基本初等函数的微分公式与微分运算法则 .....	(55)
2.4.4 微分在近似计算中的应用 .....	(57)
习题 2.4 .....	(59)
本章小结 .....	(59)
复习题 2 .....	(61)
<b>第 3 章 导数的应用</b> .....	(63)
3.1 中值定理 .....	(63)
习题 3.1 .....	(65)
3.2 洛必达法则 .....	(65)
习题 3.2 .....	(68)



3.3	函数单调性与凹凸性 .....	(69)
3.3.1	函数单调性的判定法 .....	(69)
3.3.2	曲线的凹凸与拐点 .....	(71)
3.3.3	确定曲线 $y=f(x)$ 的凹凸区间和拐点的步骤 .....	(72)
	习题 3.3 .....	(73)
3.4	函数的极值 .....	(74)
3.4.1	函数的极值及其求法 .....	(74)
3.4.2	最大值最小值问题 .....	(77)
	习题 3.4 .....	(80)
3.5	导数在经济分析中的应用 .....	(80)
3.5.1	边际分析 .....	(81)
3.5.2	弹性分析 .....	(85)
	习题 3.5 .....	(87)
	本章小结 .....	(87)
	复习题 3 .....	(88)
<b>第 4 章</b>	<b>不定积分</b> .....	<b>(90)</b>
4.1	不定积分的概念与性质 .....	(90)
4.1.1	原函数与不定积分 .....	(90)
4.1.2	不定积分的性质 .....	(92)
4.1.3	基本积分公式 .....	(92)
4.1.4	不定积分的几何意义 .....	(94)
	习题 4.1 .....	(95)
4.2	不定积分的计算 .....	(95)
4.2.1	换元积分法 .....	(96)
4.2.2	分部积分法 .....	(102)
	习题 4.2 .....	(107)
4.3	微分方程初步 .....	(108)
4.3.1	基本概念 .....	(108)
4.3.2	可分离变量的微分方程 .....	(109)
4.3.3	一阶线性微分方程 .....	(111)
	习题 4.3 .....	(115)
	本章小结 .....	(116)
	复习题 4 .....	(117)

<b>第 5 章 定积分</b> .....	(121)
5.1 定积分的概念与性质 .....	(121)
5.1.1 一个重要的数学方法 .....	(121)
5.1.2 定积分的概念 .....	(123)
5.1.3 定积分的几何意义 .....	(125)
5.1.4 定积分的基本性质 .....	(126)
习题 5.1 .....	(127)
5.2 定积分的计算 .....	(129)
5.2.1 微积分基本定理 .....	(129)
5.2.2 定积分的换元积分法 .....	(131)
5.2.3 定积分的分部积分法 .....	(133)
习题 5.2 .....	(134)
5.3 无限区间上的广义积分 .....	(136)
习题 5.3 .....	(137)
5.4 定积分的应用 .....	(138)
5.4.1 用定积分求平面图形的面积 .....	(138)
5.4.2 定积分在经济上的应用 .....	(140)
习题 5.4 .....	(141)
本章小结 .....	(142)
复习题 5 .....	(144)
<b>第 6 章 多元函数的微分</b> .....	(148)
6.1 多元函数的基本概念 .....	(148)
6.1.1 平面区域的有关概念 .....	(148)
6.1.2 多元函数的定义 .....	(149)
6.1.3 二元函数的极限 .....	(150)
6.1.4 二元函数的连续性 .....	(150)
习题 6.1 .....	(151)
6.2 偏导数 .....	(152)
6.2.1 偏导数的定义 .....	(152)
6.2.2 偏导数的计算 .....	(153)
6.2.3 偏导数存在与连续的关系 .....	(154)
6.2.4 高阶偏导数 .....	(154)

习题 6.2 .....	(155)
6.3 全微分 .....	(156)
6.3.1 全微分的定义 .....	(156)
6.3.2 可微的条件 .....	(156)
6.3.3 全导数 .....	(157)
6.3.4 多元函数可微、可导、连续的关系 .....	(158)
习题 6.3 .....	(158)
6.4 多元函数偏导数的应用 .....	(159)
6.4.1 多元函数极值的定义 .....	(159)
6.4.2 多元函数取得极值的条件 .....	(159)
6.4.3 多元函数极值求解的一般步骤 .....	(160)
6.4.4 多元函数的最值及其求法 .....	(161)
6.4.5 条件极值 .....	(161)
习题 6.4 .....	(163)
本章小结 .....	(163)
复习题 6 .....	(164)
<b>第 7 章 行列式</b> .....	(167)
7.1 行列式的定义 .....	(167)
7.1.1 二阶、三阶行列式 .....	(167)
7.1.2 $n$ 阶行列式 .....	(170)
习题 7.1 .....	(172)
7.2 行列式的性质 .....	(173)
习题 7.2 .....	(180)
7.3 克莱姆法则 .....	(181)
7.3.1 克莱姆法则简介 .....	(181)
7.3.2 利用克莱姆法则解线性方程组 .....	(183)
习题 7.3 .....	(185)
本章小结 .....	(186)
复习题 7 .....	(186)
<b>第 8 章 矩阵</b> .....	(190)
8.1 矩阵的概念 .....	(190)
8.1.1 矩阵的概念 .....	(190)
8.1.2 几种特殊矩阵 .....	(192)

习题 8.1 .....	(193)
8.2 矩阵的运算 .....	(193)
8.2.1 矩阵的加法与数乘 .....	(193)
8.2.2 矩阵的乘法 .....	(195)
8.2.3 $n$ 阶方阵的幂 .....	(199)
8.2.4 矩阵的转置 .....	(200)
8.2.5 $n$ 阶方阵的行列式 .....	(202)
8.2.6 对称矩阵与反对称矩阵 .....	(203)
习题 8.2 .....	(204)
8.3 逆矩阵 .....	(205)
8.3.1 逆矩阵的概念与性质 .....	(205)
8.3.2 可逆矩阵的判定与求法 .....	(206)
8.3.3 矩阵的初等变换 .....	(209)
8.3.4 用初等行变换求逆矩阵 .....	(212)
习题 8.3 .....	(215)
8.4 矩阵的秩 .....	(216)
8.4.1 矩阵秩的概念 .....	(216)
8.4.2 矩阵秩的计算 .....	(217)
习题 8.4 .....	(222)
本章小结 .....	(223)
复习题 8 .....	(224)
<b>第 9 章 线性方程组</b> .....	(229)
9.1 消元法 .....	(229)
习题 9.1 .....	(236)
9.2 线性方程组解的情况判定 .....	(237)
习题 9.2 .....	(243)
本章小结 .....	(244)
复习题 9 .....	(245)
<b>第 10 章 随机事件与概率</b> .....	(248)
10.1 随机事件 .....	(248)
10.1.1 随机现象和随机试验 .....	(248)
10.1.2 随机事件的概念 .....	(249)
10.1.3 事件之间的关系及运算 .....	(251)

习题 10.1 .....	(254)
10.2 随机事件的概率 .....	(255)
10.2.1 概率的统计定义 .....	(255)
10.2.2 古典概型及概率 .....	(256)
习题 10.2 .....	(258)
10.3 概率的加法公式 .....	(258)
习题 10.3 .....	(261)
10.4 条件概率与事件的独立性 .....	(261)
10.4.1 条件概率 .....	(261)
10.4.2 概率的乘法公式 .....	(263)
10.4.3 事件的独立性与贝努利概型 .....	(264)
习题 10.4 .....	(267)
10.5 全概率公式与贝叶斯公式 .....	(268)
10.5.1 全概率公式 .....	(268)
10.5.2 贝叶斯公式 .....	(270)
习题 10.5 .....	(271)
本章小结 .....	(272)
复习题 10 .....	(274)
<b>第 11 章 随机变量及其数字特征 .....</b>	<b>(277)</b>
11.1 随机变量的概念 .....	(277)
习题 11.1 .....	(278)
11.2 离散型随机变量的概念分布 .....	(279)
11.2.1 离散型随机变量的概率分布 .....	(279)
11.2.2 常见离散型随机变量的分布 .....	(280)
习题 11.2 .....	(283)
11.3 连续型随机变量的概率分布 .....	(284)
11.3.1 概率密度函数 .....	(284)
11.3.2 常见连续型随机变量的分布 .....	(285)
习题 11.3 .....	(290)
11.4 随机变量的数字特征 .....	(290)
11.4.1 随机变量的数学期望 .....	(291)
11.4.2 随机变量的方差 .....	(295)
习题 11.4 .....	(298)

本章小结 .....	(299)
复习题 11 .....	(300)
<b>第 12 章 数理统计初步 .....</b>	<b>(303)</b>
12.1 总体、样本与统计量 .....	(303)
12.1.1 总体和样本 .....	(304)
12.1.2 统计量 .....	(305)
12.1.3 样本的数字特征 .....	(305)
12.1.4 常见统计量的分布 .....	(306)
习题 12.1 .....	(308)
12.2 参数的点估计 .....	(309)
12.2.1 矩估计法 .....	(310)
12.2.2 极大似然估计法 .....	(311)
12.2.3 估计量的评价标准 .....	(314)
习题 12.2 .....	(316)
12.3 区间估计 .....	(316)
12.3.1 区间估计的概念和步骤 .....	(316)
12.3.2 数学期望的区间估计 .....	(317)
习题 12.3 .....	(321)
12.4 假设检验 .....	(322)
12.4.1 假设检验的基本概念 .....	(322)
12.4.2 正态总体的假设检验问题 .....	(325)
习题 12.4 .....	(329)
本章小结 .....	(330)
复习题 12 .....	(331)
<b>附表 A 标准正态分布表 .....</b>	<b>(334)</b>
<b>附表 B <math>t</math> 分布表 .....</b>	<b>(335)</b>
<b>附表 C <math>\chi^2</math> 分布表 .....</b>	<b>(337)</b>
<b>参考答案 .....</b>	<b>(341)</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>(361)</b>

# 第 1 章 极限与连续

## 【学习目标】

1. 了解反函数、函数的单调性、奇偶性、有界性、周期性的概念，左、右极限的概念；无穷大、无穷小的概念，闭区间上连续函数的性质。
2. 理解基本初等函数、复合函数、分段函数的概念，需求函数与供给函数的概念；掌握极限的性质及四则运算法则，并会利用它们求极限。
3. 掌握对无穷小的比较，用两个重要极限求极限。

极限的概念是在研究变量的变化趋势时引出的，它是微积分学的重要基本概念之一。微积分学中的其他几个重要概念都是用极限表述的，本章将在对函数概念复习的基础上将介绍极限的概念、极限的求法和函数的连续性。

极限：  
Limit

## 1.1 函数

在人们日常的生产和经济活动中，经常遇到各种不同的量，例如，气温、产量、库存、成本等。这些量可以分成两类：一类是在考察的过程中不变化的，我们称之为**常量**。一类是在考察的过程中时刻变化，我们称之为**变量**。例如，一个超市在营业时间内存货和现金都在不断变化，它们都是变化的量。

函数：  
Function

一个量看成是常量抑或变量要依具体研究的问题而定。例如，市场上石油的销售价格从短期看是不变化的量（看成常量），长期看是不断变化的量（看成变量）。

### 1.1.1 函数概念

**定义 1.1** 设  $x, y$  是两个变量，若当变量  $x$  在非空数集  $D$  内任取某一数值时，变量  $y$  按照某一规则  $f$  总有一个确定的数值与之对应则称  $y$

为  $x$  的函数, 简记为  $y = f(x)$ ,  $x \in D$ .

其中  $x$  称为自变量,  $D$  称为定义域.  $y$  称为因变量,  $y$  值的集合称为函数的值域.

函数  $y = f(x)$  中表示对应关系的记号  $f$  也可用其他字母, 例如“ $F$ ”, “ $\varphi$ ”等表示.

当自变量  $x$  在其定义域内取定某确定值  $x_0$  时, 因变量  $y$  所对应的值  $y_0$  叫做当  $x$  取  $x_0$  时的函数值. 记为  $y|_{x=x_0}$  或  $f(x_0)$ .

通常在求函数的定义域时应注意以下几点:

- (1) 当函数是多项式时, 定义域为全体实数.
- (2) 分式的分母不能为零.
- (3) 负数不能开偶次方.
- (4) 零和负数无对数.
- (5) 反正弦函数与反余弦函数的定义域为  $[-1, 1]$ .
- (6) 当函数表达式中含有上述几种函数时, 则应取各部分定义域的交集.

在实际问题时, 对有实际背景的函数, 根据实际背景中变量的实际意义确定其定义域.

例如, 在自由落体运动中, 设物体下落的时间为  $t$ , 下落的距离为  $s$ , 开始下落的时刻  $t = 0$ , 落地的时刻  $t = T$ , 则  $s$  与  $t$  之间的函数关系是  $s = \frac{1}{2}gt^2$ ,  $t \in [0, T]$ . 这个函数的定义域就是区间  $[0, T]$ .

另一种是对用算式表达的函数, 通常约定这种函数的定义域是使得算式有意义的一切实数组成的集合.

例如, 函数  $y = \sqrt{1-x^2}$  的定义域是闭区间  $[-1, 1]$ , 函数  $y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$  的定义域是开区间  $(-1, 1)$ .

例 1. 求函数  $y = \frac{1}{x} - \sqrt{x^2 - 4}$  的定义域.

解: 要使函数有意义, 必须  $x \neq 0$ , 且  $x^2 - 4 \geq 0$ .

解不等式得  $|x| \geq 2$ .

所以函数的定义域为  $D = \{x \mid |x| \geq 2\}$ , 或  $D = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

函数的主要表示方法有三种: 表格法、图形法、解析法(公式法), 这在中学里大家已经熟悉. 其中, 用图形法表示函数是基于函数

想一想:

确定函数的要素是什么?

注:

复习以前所学的函数的定义域和值域的求法.

想一想:

试举出几个自己身边生活中的函数例子.



图形的概念,即坐标平面上的点集 $\{P(x,y) \mid y=f(x), x \in D\}$ 称为函数 $y=f(x), x \in D$ 的图形. 图中的 $R$ 表示函数 $y=f(x)$ 的值域.

例2. 函数 $y=2$ . 其定义域为 $D=(-\infty, +\infty)$ , 值域为 $R=\{2\}$ 图形为一条平行于 $x$ 轴的直线(如图1.1所示).

例3. 函数 $y=|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$ , 称为绝对值函数. 其定义域为 $D=(-\infty, +\infty)$ , 值域为 $R=[0, +\infty)$ (如图1.2所示).

例4. 函数 $y=\operatorname{sgn}x = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ , 称为符号函数. 其定义域为 $D=(-\infty, +\infty)$ , 值域为 $R=\{-1, 0, 1\}$ (如图1.3所示).

例5. 设 $x$ 为任意实数且不超过 $x$ 的最大整数称为 $x$ 的整数部分, 记为 $[x]$ . 函数 $y=[x]$ 称为取整函数. 其定义域为 $D=(-\infty, +\infty)$ , 值域为 $R=Z$ (如图1.4所示).

例如,  $[\frac{5}{7}]=0, [\sqrt{2}]=1, [\pi]=3, [-1]=-1, [-3.5]=-4$ .

例6. 生产某种产品的固定成本为48000元, 每生产一件产品成本增加2400元, 则该种产品的总成本 $y$ 与产量 $x$ 的函数关系可表为:

$$y=2400x+48000$$

定义1.2 在自变量的不同变化范围中, 对应法则用不同式子来表示的函数称为分段函数.

例7. 函数 $y = \begin{cases} 2\sqrt{x} & 0 \leq x \leq 1 \\ 1+x & x > 1 \end{cases}$ , 其定义域为 $D=[0, 1] \cup (1, +\infty) = [0, +\infty)$ .

当 $0 \leq x \leq 1$ 时,  $y=2\sqrt{x}$ ; 当 $x > 1$ 时,  $y=1+x$ .

例如,  $f(\frac{1}{2})=2\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$ ;  $f(1)=2\sqrt{1}=2$ ;  $f(3)=1+3=4$ .

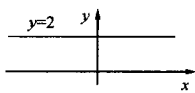


图 1.1

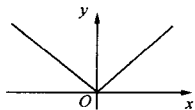


图 1.2

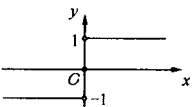


图 1.3

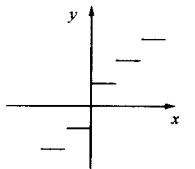


图 1.4

注意:

分段函数是一个函数而不是几个函数!

想一想:

分段函数的定义域的求法.

## 1.1.2 函数的几种特性

### 1. 函数的有界性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $D$ . 如果存在正数 $M$ 使对任意的 $x \in D$ ,