

Engineering Mechanics

Textbook Series of 21st Century

21世纪高等学校规划教材

工程力学（静力学+材料力学）



韩秀清 姚敏 主编



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>



21世纪高等学校规划教材
Textbook Series of 21st Century

工程力学（静力学+材料力学）

主 编 韩秀清 姚 敏
编 写 张 凤 王纪海
主 审 刘巧伶



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

内 容 提 要

本书为 21 世纪高等学校规划教材。工程力学包括静力学和材料力学,它是工科专业的一门重要技术基础课。全书共分 16 章,静力学部分包括静力学的基本概念、受力图,平面汇交力系,力矩、平面力偶系,平面任意力系,摩擦,空间力系;材料力学部分包括轴向拉伸和压缩,扭转,弯曲内力,弯曲应力,弯曲变形和简单超静定梁,应力状态和强度理论,组合变形,压杆稳定,交变应力。另外书末还附有截面的几何性质,梁的挠度与转角公式,型钢表,中英文工程力学词汇对照等。本书内容选择合理,突出了基本原理和方法,语言简练,图文并茂。

本书适用于普通高等工科院校的各类专业,并可根据计划学时对书中内容进行选择。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学:静力学+材料力学/韩秀清,姚敏主编. —北京:中国电力出版社,2006

21 世纪高等学校规划教材

ISBN 7-5083-3769-7

I. 工... II. ①韩.. ②姚... III. ①工程力学:静力学—高等学校—教材②工程材料—材料力学—高等学校—教材 IV. ①TB121②TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 153853 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)

北京同江印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

2006 年 2 月第一版 2006 年 2 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 21 印张 480 千字

印数 0001—3000 册 定价 29.80 元

版 权 专 有 翻 印 必 究

(本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换)

前 言

工程力学包括静力学和材料力学,它是工科专业的一门重要技术基础课,与工程实际有着密切的联系。通过学习该门课程,不仅可使学生构筑工程技术的理论根基,还可培养学生理论联系实际解决工程问题的能力。

随着现代科学技术的飞速发展,新材料、新技术、新方法不断涌现,工程力学教学内容、教学方法及教学体系的改革也在不断深入中。我们在总结改革的体会和多年理论与实践教学经验的基础上,充分考虑了不同专业的需求,并汲取了国内许多优秀教材的长处而编写了本书。在编写过程中,认真依着工程力学教学大纲的要求,力求保留国内原教材的结构严谨、逻辑性强等特点,又突出工程实践能力的培养,所以增加了工程实际的基础训练习题与思考讨论题及反映科研成果的综合讨论题。其目的很明确,就是针对普通高等工科院校学生的特点,在对基础理论知识的理解、掌握的基础上,加强实践能力的锻炼。本书适用于普通高等工科院校的各类专业,并可根据计划学时对书中内容进行选择。

本书主编韩秀清教授为国务院特殊津贴享受者,从事 20 多年工程力学、材料力学的教学工作,在这些年中主持与力学学科密切相关的国家级、省部级科研项目 20 多项,并获省部级科技进步二等奖两项、三等奖一项。在科研进行中,通过将力学理论与工程实际紧密融合在一起解决了许多工程技术难题,这对工程力学的教学工作起到了积极的促进作用。

本书共有十六章(含附录),包括静力学和材料力学两部分。静力学的主要内容有静力学的基本概念、平面汇交力系、平面力偶系、平面任意力系、摩擦、空间力系;材料力学的主要内容有轴向拉伸与压缩、扭转、弯曲、应力状态与强度理论、组合变形、交变应力、压杆稳定等。书中第一章至第四章由韩秀清(主编)编写,并对全书各章节的内容进行了校改;第五章、第十二章、第十三章、第十四章由姚敏(主编)编写;第六章至第八章由张凤编写;第九章至第十一章、第十五章、附录由王纪海编写。

本书由吉林大学刘巧伶教授主审。

由于编者水平有限,书中难免有不妥之处,欢迎广大读者批评指正。

编 者

目 录

前言

第一篇 静 力 学

引言	1
第一章 静力学的基本概念、受力分析与受力图	1
§ 1-1 力的概念	1
§ 1-2 刚体的概念	2
§ 1-3 静力学公理	3
§ 1-4 约束与约束反力	6
§ 1-5 物体的受力分析 受力图	9
思考讨论题	12
习题	13
第二章 平面汇交力系	16
§ 2-1 工程中的平面汇交力系问题	16
§ 2-2 平面汇交力系合成的几何法	16
§ 2-3 平面汇交力系平衡的几何条件	17
§ 2-4 平面汇交力系合成的解析法	19
§ 2-5 平面汇交力系平衡方程及其应用	21
思考讨论题	23
习题	24
习题答案	26
第三章 力矩 平面力偶系	27
§ 3-1 力对点之矩	27
§ 3-2 力偶与力偶矩	28
§ 3-3 平面力偶系的合成与平衡	30
思考讨论题	32
习题	34
习题答案	36
第四章 平面任意力系	37
§ 4-1 工程中的平面任意力系问题	37
§ 4-2 平面任意力系向一点简化 主矢和主矩	37
§ 4-3 平面任意力系简化结果的分析 合力矩定理	40

§ 4-4 平面任意力系的平衡条件与平衡方程	42
§ 4-5 物体系的平衡 静定和超静定问题	46
§ 4-6 桁架	51
思考讨论题	53
习题	55
习题答案	61
第五章 摩擦	63
§ 5-1 滑动摩擦	63
§ 5-2 具有滑动摩擦的平衡问题	66
§ 5-3 滚动摩擦阻的概念	71
思考讨论题	74
习题	75
习题答案	79
第六章 空间力系	81
§ 6-1 工程中的空间力系问题	81
§ 6-2 力在空间坐标轴上的投影	81
§ 6-3 力对轴之矩	82
§ 6-4 空间力系的平衡方程	85
§ 6-5 物体的重心	90
思考讨论题	95
习题	96
习题答案	100

第二篇 材 料 力 学

引言	101
第七章 轴向拉伸和压缩	105
§ 7-1 轴向拉伸和压缩的概念和实例	105
§ 7-2 轴力和轴力图	105
§ 7-3 横截面上的应力	107
§ 7-4 斜截面上的应力	109
§ 7-5 变形和应变	110
§ 7-6 材料在拉伸时的力学性能	111
§ 7-7 材料在压缩时的力学性能	115
§ 7-8 许用应力和强度条件	117
§ 7-9 应力集中	120
§ 7-10 拉伸、压缩超静定问题	122

§ 7-11 剪切和挤压的实用计算	127
思考讨论题	132
习题	132
习题答案	141
第八章 扭转	143
§ 8-1 扭转的概念和实例	143
§ 8-2 扭矩和扭矩图	143
§ 8-3 薄壁圆筒扭转	146
§ 8-4 圆轴扭转时的应力	148
§ 8-5 圆轴扭转时的变形	151
§ 8-6 圆轴扭转时的强度与刚度条件	151
思考讨论题	154
习题	154
习题答案	159
第九章 弯曲内力	161
§ 9-1 引言	161
§ 9-2 剪力和弯矩	163
§ 9-3 剪力图与弯矩图	165
§ 9-4 剪力、弯矩、载荷集度之间的微分关系	170
思考讨论题	173
习题	174
第十章 弯曲应力	179
§ 10-1 引言	179
§ 10-2 弯曲时的正应力	179
§ 10-3 弯曲正应力的强度条件及其应用	183
§ 10-4 弯曲切应力、剪切中心、切应力强度条件及应用	186
§ 10-5 提高梁抗弯强度的一些措施	191
思考讨论题	194
习题	195
习题答案	198
第十一章 弯曲变位 超静定梁	200
§ 11-1 引言	200
§ 11-2 梁的挠曲线的近似微分方程	201
§ 11-3 用积分法求梁的变形	202
§ 11-4 按叠加原理求梁的变形	206
§ 11-5 梁的刚度校核和提高梁刚度的途径	207
§ 11-6 简单超静定梁	210

思考讨论题·····	211
习题·····	211
习题答案·····	214
第十二章 应力状态和强度理论 ·····	215
§ 12-1 应力状态的基本概念·····	215
§ 12-2 平面应力状态分析·····	216
§ 12-3 三向应力状态的应力圆·····	222
§ 12-4 广义胡克定律·····	224
§ 12-5 空间应力状态下的应变能密度·····	227
§ 12-6 强度理论及其应用·····	228
思考讨论题·····	234
习题·····	235
习题答案·····	240
第十三章 组合变形 ·····	242
§ 13-1 概述·····	242
§ 13-2 斜弯曲·····	242
§ 13-3 拉伸(压缩)与弯曲的组合·····	245
§ 13-4 弯曲与扭转的组合·····	250
思考讨论题·····	253
习题·····	255
习题答案·····	261
第十四章 压杆稳定 ·····	262
§ 14-1 压杆稳定的概念·····	262
§ 14-2 两端铰支细长压杆的临界力·····	263
§ 14-3 其他杆端约束情况下细长压杆的临界力·····	266
§ 14-4 欧拉公式的适用范围 临界应力总图·····	269
§ 14-5 压杆的稳定性校核·····	272
§ 14-6 提高压杆稳定性的措施·····	273
思考讨论题·····	274
习题·····	275
习题答案·····	278
第十五章 交变应力 ·····	280
§ 15-1 引言·····	280
§ 15-2 材料的持久极限及其测定·····	282
§ 15-3 影响持久极限的主要因素·····	284
§ 15-4 对称循环应力下的疲劳强度计算·····	286
§ 15-5 非对称循环与弯扭组合下构件的疲劳强度计算·····	287

§ 15-6 提高构件疲劳强度的途径	289
思考讨论题	290
习题	290
习题答案	291
* * * 综合讨论题	292
附录	295
附录 A 截面的几何性质	295
§ A-1 截面的静矩和形心	295
§ A-2 截面的极惯性矩、惯性矩和惯性积	297
§ A-3 平行移轴公式 组合截面的惯性矩和惯性积	299
§ A-4 转轴公式、截面的主惯性轴和主惯性矩	300
习题	302
习题答案	303
附录 B 梁的挠度与转角公式	304
附录 C 型钢表	306
中英文工程力学词汇对照	317
参考文献	323

第一篇 静 力 学

引 言

静力学是研究物体的平衡问题的科学。所谓物体的平衡,是指物体相对于惯性参考系保持静止或作匀速直线运动的状态。若物体处于平衡状态,那么作用于物体上的一群力(称为力系)必须满足一定的条件,这些条件称为力系的平衡条件。研究物体的平衡问题,实际上就是研究作用于物体上的力系的平衡条件,并应用这些条件解决工程实际问题。

在研究物体的平衡条件或计算工程实际问题时,首先应对物体进行受力分析,确定出物体的受力状况,画出物体的受力图。然后须将一些比较复杂的力系进行简化,就是将一个复杂的力系等效简化为一个简单的力系,这种简化力系的方法称为力系的简化。受力分析、力系的简化是建立平衡条件的基础。因此,在静力学中主要研究的问题是物体的受力分析、力系的简化和物体在力系作用下的平衡条件。

静力学是工程力学的基础部分,在工程技术中有着广泛的应用。例如桥式吊车,它是由桥架、吊钩和钢丝绳等构件所组成的。为了保证吊车能正常工作,设计时首先必须分析各构件所受的力,并根据平衡条件算出这些力的大小,然后才能进一步考虑选择什么样的材料,并设计构件的尺寸。

力在物体平衡时所表现出来的基本性质,也同样表现于物体作变速运动的情形中。在静力学里关于力的合成、分解与力系简化的研究结果,可以直接应用于动力学。

由此可见,静力学是研究材料力学和动力学的基础,在工程中具有重要的实用意义。

第一章 静力学的基本概念、受力分析与受力图

本章将介绍静力学中的一些基本概念和几个公理,这些概念和公理是静力学的基础。最后,介绍物体的受力分析和受力图。

§1-1 力的概念

力的概念来自于实践,在很早的时期,人们对力有了一定的认识。战国时期墨家的哲学与科学著作《墨经》中说“力,形之所以奋也”,当是见诸文字的人们最早对力的描述;从现代宏观观点看,力是一个物体对另一个物体的作用,是造成运动变化的原因。但这种作用可以是机械作用、化学作用、电磁作用等。从现代微观观点看,力是基本粒子间的相互作用

用,可分为强相互作用、弱相互作用。人们对力的认识还处在发展中。因此,目前能包含各学科、各方面的对力的一个比较完善的描述或定义尚不存在。

静力学是从宏观方面看问题的,从现代宏观方面看,力是物体间相互的机械作用,这种作用使用使物体的机械运动状态发生变化,或者使物体发生变形。前者被称为外效应(运动效应),后者被称为内效应(变形效应)。静力学只研究力的外效应,而材料力学将研究力的内效应。

实践表明,力对于物体的作用效应,取决于力的大小、方向和作用点,通常称为力的三要素。当这三个要素中任何一个改变时,力的作用效应也就不同。

力的大小表示物体之间机械作用的强弱程度。国际通用的力的计量单位是牛(顿)或千牛(顿),分别以符号“N”与“kN”表示。

力的方向即物体之间机械作用的方向。力的方向包括力作用方位和指向。

力的作用点是物体间作用位置的抽象化。力的作用位置,一般说并不是一个点,而是物体的一部分面积或体积,比如,两个相互接触的物体之间的压力,是分布于接触面上的力,称为分布力。但作用面积很小时,则可将其近似地看成作用在一个点上,这种力称为集中力,此点称为力的作用点。通过力的作用点沿力的方向的直线,称为力的作用线。

力是一个既有大小又有方向的量,因此,力是矢量。在力学中,矢量可用一具有方向的线段来表示,如图 1-1 所示。用线段的起点表示拉力的作用点,用线段的终点表示压力的作用点;用线段的方位和箭头指向表示力的方向;用线段的长度(按一定的比例尺)表示力的大小。

在正式出版的印刷物上,矢量用斜黑体字母表示,如 $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{P}$ 等;在手写稿上,曾有 $\vec{F}$ 、 $\overline{F}$ 等写法,国标规定用 $\vec{F}$ 表示。力的大小则用普通字母 F 表示。矢量 $\mathbf{c}=\mathbf{a}+\mathbf{b}$ 与代数数量 $c=a+b$ 是完全不同的两个概念,在手写稿上一定要加以区分。

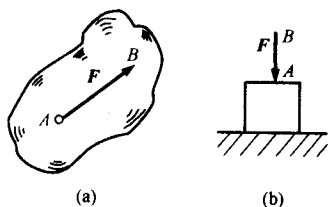


图 1-1

§ 1-2 刚体的概念

任何物体在力的作用下,或多或少总要产生变形,我们称之为变形体。而工程实际构件中,其变形通常都非常微小,在许多情形下可以忽略不计。例如图 1-2 所示的桥式起重机,工作时由于起重物体与它自身的重量,使桥架产生微小的变形。这个微小的变形对于应用平衡条件求支座反力,几乎毫无影响。因此,就可把起重机桥架看成是不变形的刚体。

刚体是指在任何情况下都不发生变形的物体,或者说,物体内部任意两点之间的距离不变的物体称为刚体。显然,这是一个抽象的力学模型,在实际中并不存在。这种抽象化的方法,在研究

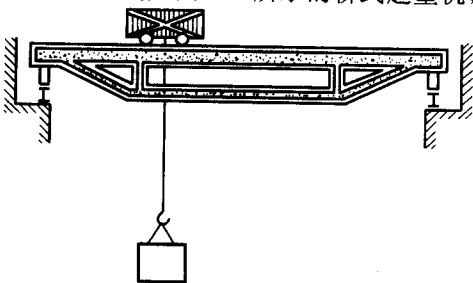


图 1-2

问题时是非常必要的。因为只有忽略一些次要的、非本质的因素，才能充分揭露事物的本质。

将物体抽象为刚体是有条件的，这与所研究问题的性质有关。如果在所研究的问题中，物体的变形成为主要因素时，就不能再把物体看成是刚体，而要看成为变形体。

在静力学中，所研究的物体只限于刚体。因此，静力学又称刚体静力学。以后将会看到，当研究变形体的平衡问题时，都是以刚体静力学的理论为基础的，不过再加上某些补充条件而已。

§1-3 静力学公理

静力学公理是人们在长期的生活和生产实践中总结概括出来的。这些公理简单而明显，也无需证明而为大家所公认。它们是静力学的基础。

公理一 二力平衡公理 作用于同一刚体上的两个力平衡的必要和充分条件是：这两力大小相等，指向相反，并且作用于同一直线上（图 1-3）。简而言之，这两个力等值、反向、共线。以矢量表示为

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

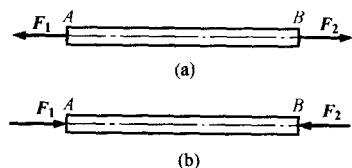


图 1-3

这个公理揭示了作用于物体上最简单的力系平衡时，所必须满足的条件。对刚体来说，这个条件是必要与充分的；但是，对于变形体，这个条件是非充分的。例如图 1-4 所示，软绳受两个等值反向共线的拉力作用可以平衡，当受两个等值反向共线的压力时，就不能平衡了。

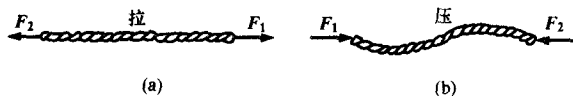


图 1-4

工程中把忽略自重，仅在两点受力而平衡的杆件或构件，称为二力杆或二力构件。由公理一知，二力构件的受力特点是，两个力必沿作用点的连线。

例如，矿井巷道支护的三铰拱（图 1-5），其中 BC 杆质量不计，就可以看成是二力构件。

公理二 加减平衡力系公理 在作用于刚体上的任何一个力系上，加上或减去任一平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效应，即新力系与原力系的作用效应相同。

这是显而易见的，因为平衡力系对于刚体的平衡或运动状态没有影响。这个公理是研究力系等效替换的重要依据和主要手段。

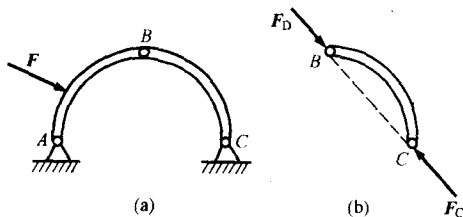


图 1-5

推论 力的可传性原理 作用于刚体上某点的力，可以沿其作用线移至刚体内任意一点，而不改变该力对刚体的作用效应。

这个原理也是我们所熟知的。例如，人们在车后 A 点推车，与在车前 B 点拉车，效果

是一样的(图1-6)。当然这个原理也可从公理二来推证,此处就不论述了。

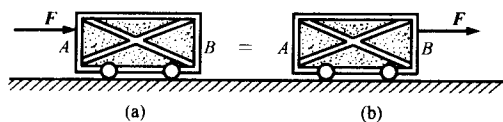


图 1-6

由此可知,对于刚体来说,力的三要素已变为力的大小、方向和作用线。像作用于刚体上的力可以沿着作用线移动的矢量称为**滑动矢量**。

应该注意,公理二及推论只适用于刚体,而不适用于变形体。例如图1-7(a)所示的变形杆,受到等值共线反向的拉力 F_1 、 F_2 作用,杆被拉长。如果把这两个力沿作用线分别移到杆的另一端,如图1-7(b)所示,此时杆就被压短。如果从杆上减去平衡力系(F_1 、 F_2),则杆的变形将消失,如图1-7(c)所示。因此,在研究物体的变形时,是不能应用公理二及推论的。

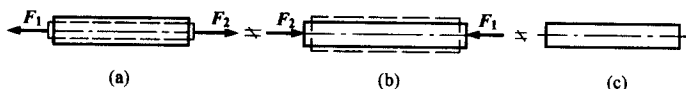


图 1-7

对于变形体来说,力的三要素仍为力的大小、方向和作用点。这种只能固定在某一点的矢量称为**定位矢量**。

公理三 力的平行四边形法则 作用于物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力。合力的作用点仍在该点,合力的大小和方向由这两个力矢为邻边的平行四边形的对角线来确定,见图1-8(a)。这种合成力的方法,称为**矢量加法**。合力矢等于这两个力矢的矢量和(或几何和),可用公式表示为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-2)$$

应该指出,式(1-2)是矢量等式,它与代数等式 $F_R = F_1 + F_2$ 的意义完全不同,不能混淆。

为了方便,在用矢量加法求合力时,往往不必画出整个的平行四边形,如图1-8(b)所示,可从A点作一个与力 F_1 大小相等、方向相同的矢量 $\vec{AB}$,过B点作一个与力 F_2 大小相等、方向

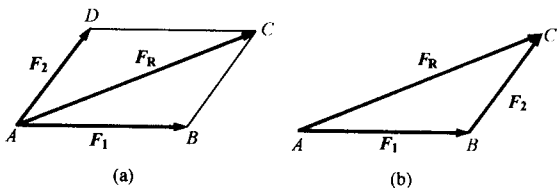


图 1-8

相同的矢量 $\vec{BC}$ 。则 $\vec{AC}$ 表示力的合力

$\mathbf{F}_R$ 。这种求合力的方法,称为**力三角形法则**。但应注意,力三角形只表明力的大小和方向,它不表示力的作用点或作用线。应用力三角形法则求解力的大小和方向时,可应用数学中的三角公式或在图上直接量测。

【例 1-1】 在安装三角皮带时,需有一定的预紧力,这样轴上将受到压力。如图1-9所示,设皮带的预紧力为 F_{T1} 和 F_{T2} , $F_{T1} = F_{T2} = F_0$,皮带的包角为 α ,求皮带作用在轴O上的压力。

解 将三角皮带的预紧力沿其作用线移到A点(图1-9),以这两个力矢为边作平行四边形,其对角线即表示这两个预紧力的合力 $\mathbf{F}_Q$ 。它的大小为

$$F_Q = 2F_0 \sin \frac{\alpha}{2}$$

也就是三角皮带作用在轴 O 上的压力。三角皮带的预紧力 F_0 ，一般可按皮带轮的大小和型号在设计手册中查出。

平行四边形法则既是力的合成法则，也是力的分解法则。

例如由于自重 F_P 使物体沿斜面下滑（图 1-10），有时就把重力 F_P 分解为两个分力，一个是与斜面平行的分力 F ，这个力使物体沿斜面下滑；另一个是与斜面垂直的分力 F_N ，这个力使物体下滑时紧贴斜面。这两个分力的大小分别为

$$F_N = F_P \cos \alpha, F = F_P \sin \alpha,$$

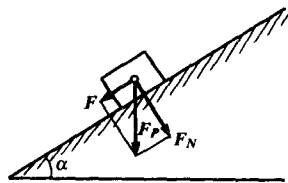


图 1-10

推论 三力平衡汇交定理 如果刚体在三个力作用下平衡，其中两个力的作用线汇交于一点，则第三个力的作用线必通过此汇交点，且三力共面（图 1-11）。

证明 如图所示，在刚体的 A 、 B 、 C 三点上，分别作用三个相互平衡的力 F_1 、 F_2 和 F_3 ，其中 F_1 、 F_2 两力的作用线汇交于 O 点，根据力的可传性原理，将力 F_1 、 F_2 沿其作用线移到汇交点 O ，并按力的平行四边形法则，合成一合力 F_{12} 。由二力平衡公理，力 F_3 与 F_{12} 平衡，力 F_3 必定与 F_{12} 共线，所以力 F_3 必通过力 F_1 与 F_2 的交点 O ，且 F_3 必与 F_1 和 F_2 在同一平面内。此推论得证。

此定理的逆定理不成立。

刚体只受同平面三个汇交力作用而平衡，有时称为三力构件。若三个力中已知两个力的交点及第三个力的作用点，即可判定出第三个力作用线的方位。在画一些物体的受力图和用几何法求解平面汇交力系的平衡问题时，此定理会带来一些方便。

公理四 作用与反作用定律 两物体间相互作用的力，总是大小相等、指向相反、沿同一作用线，分别作用在这两个物体上。

这个定律概括了自然界中物体之间相互作用力的关系，表明一切力总是成对出现的。有作用力就必有反作用力。

必须强调指出，虽然作用力与反作用力大小相等、方向相反，但分别作用在两个不同的物体上。因此，决不可认为这两个力互成平衡。这与公理一有本质的区别，不能混同。

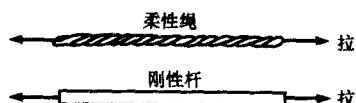


图 1-12

作用与反作用定律概括了任何两个物体间相互作用力之间的关系。不论对刚体还是变形体，不论对静止的物体还是运动的物体，不论是惯性参考系还是非惯性参考系，作用与反作用定律都是适用的。

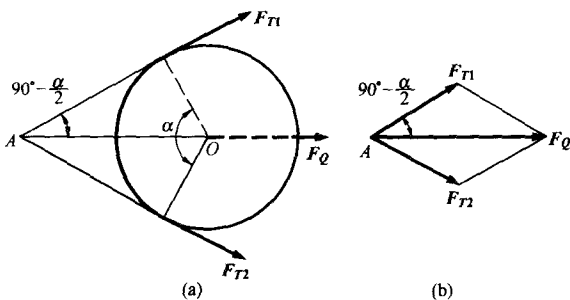


图 1-9

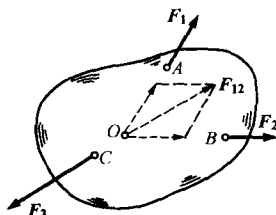


图 1-11

在画物体受力图时,对作用力与反作用力一定要给予足够的重视。

公理五 刚化原理 变形体在某一力系作用下处于平衡,如将此变形体看作(刚化)为刚体,其平衡状态保持不变。

此公理表明,当变形体处于平衡时,必然满足刚体的平衡条件。因此,可将刚体的平衡条件应用到变形体静力学中去。但应注意,刚体的平衡条件,对变形体而言只是必要的,而不是充分的。如图 1-12 所示,如将变形后平衡的绳子换成刚杆,其平衡状态不变;反之,如刚杆在压力下处于平衡,将其换成绳子,则平衡状态必然破坏。

§1-4 约束与约束反力

力学中将研究的物体分为自由体和非自由体。位移不受任何限制的物体称为自由体,例如:在空中飞行的飞机、炮弹和火箭等。位移受到某些限制的物体称为非自由体,在静力学中,我们把限制非自由体某些位移的周围物体称为约束。例如地板对于其上的桌子、灯绳对于悬挂的灯管、轴承对于轴均为约束。当物体在约束限制的运动方向上有运动趋势时,就会受到约束的阻碍,这种阻碍作用就是约束作用于物体的力,称为约束反力或约束力。

能使物体运动或有运动趋势的力,称为主动力,如重力、电磁力、流体压力等。

在一般情况下,约束反力是由主动力的作用所引起的,所以约束反力也称为“被动力”,它随主动力的改变而变化。

在静力学中,主动力往往是给定的,而约束反力是未知的。因此对约束反力的分析,就成为受力分析的重点。

因为约束反力是限制物体运动的,所以它的作用点应在约束与被约束物体的接触点,它的方向应与约束所能限制的运动方向相反。这是我们确定约束反力方向的准则。至于约束反力的大小在静力学中将由平衡条件求得。

工程中约束的种类很多,对于一些常见的约束,按其所具有的特性,可以归纳成下列几种基本类型:

一、柔性体约束

属于这类约束的有绳索、胶(皮)带、链条等。由于它们被视为绝对柔软且不计自重,因而本身只能承受拉力而不能承受压力,换句话说,此类约束的特点是只能限制物体

沿着柔性体伸长方向的位移。柔性体约束的约束反力,作用在接触点,方向沿着柔性体而背离于受约束物体,如图 1-13 所示。

二、光滑面约束

当两物体接触面上的摩擦力比起其他作用力小很多时,摩擦力就成了次要因素,可以忽略不计。这样的接触面就认为是光滑的。此时,不论接触面是平面还是曲面,都不能限制物体沿接触面切线方向的位移,而只能限制物体沿接触面的公法线方向指向约束内部的位移。

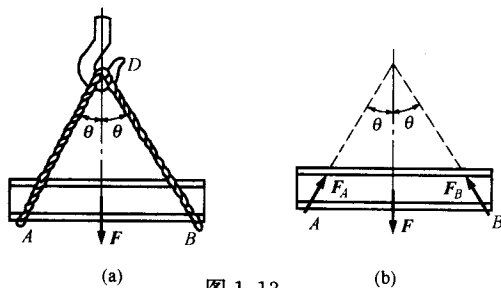


图 1-13

因此,光滑面约束的约束反力,作用在接触点,方向沿接触面在该点处的公法线且指向物体,如图 1-14 和图 1-15 所示。这种约束反力也称法向反力。

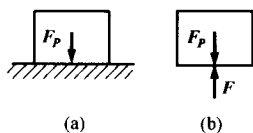


图 1-14

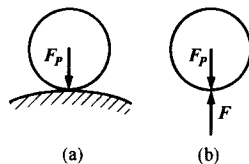


图 1-15

光滑面约束在工程上是常见的,如啮合齿轮的齿面约束(图 1-16)、凸轮曲面对顶杆的约束(图 1-17)等。

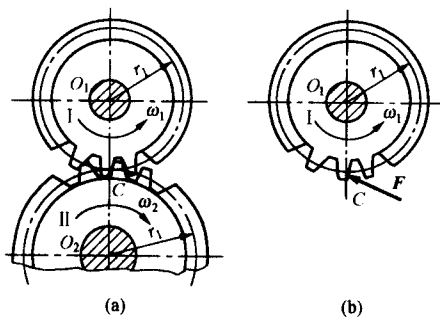


图 1-16

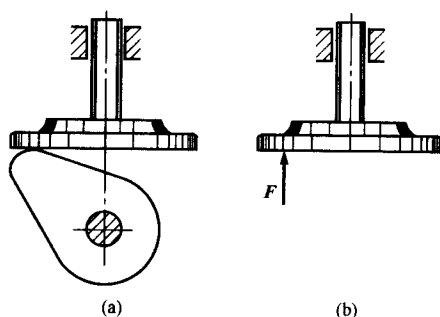


图 1-17

三、光滑铰链约束

1. 圆柱铰链和固定铰链支座

圆柱铰链是工程上用来连接构件的一种常用方式,它用圆柱销钉将两个钻有同样直径圆孔的构件连接起来,如图 1-18(a)所示。为画图简便,此种类型的约束以图 1-18(b)所示的形式画出。如果将其中一个构件固定在地面上或机架上,则这种约束成为固定铰链支座,这也是工程上一种常用的连接方式,如图 1-19(a)所示,其简化表示法如图 1-19(b)所示。

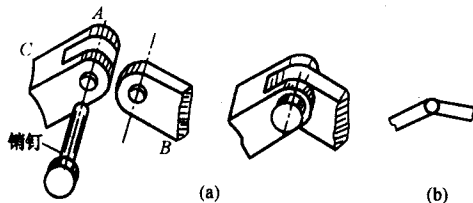


图 1-18

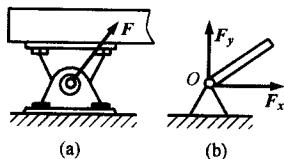


图 1-19

物体的运动受到销钉的限制,只能绕销钉轴线相对转动,而不能沿销钉径向作相对位移。由于已设接触面的摩擦可略去不计,销钉与构件圆孔间的接触是两个光滑圆柱面接触,见图 1-20 (a)。按照光滑面约束反力的性质,可知销钉给构件的约束反力 $\mathbf{F_R}$ 应沿圆柱面在接触点 K 的公法线,并通过铰链中心 O ,如图 1-20 (b) 所示。但因接触点 K 的位置往往不

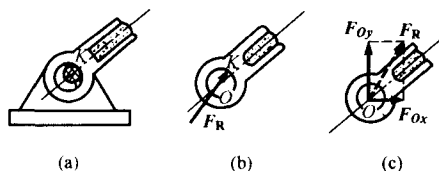


图 1-20

能预先确定, 所以, 约束反力 F_R 的方向也就不能预先确定。因此, 圆柱铰链对物体的约束反力, 在垂直于轴线的平面内, 通过铰链中心, 方向不定。通常用过铰链中心的两个正交分力 F_{Ox} 和 F_{Oy} 来表示, 如图 1-20 (c) 所示。

2. 向心轴承

向心轴承约束是工程中常见的约束。无论轴颈由向心滑动轴承支承 [图 1-21 (a)], 或由向心滚动轴承支承 [图 1-21 (b)], 均与固定铰链支座有相同的约束性质, 其约束反力也可以用两个正交分力 F_{Ax} 和 F_{Ay} 表示。图 1-21 (c) 为其简化表示法。

圆柱铰链、固定铰链支座和向心轴承等约束, 约束性质相同, 归为一类, 统称为光滑铰链约束。

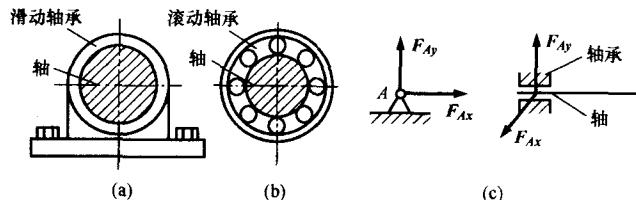


图 1-21

对于光滑铰链约束, 约束反力实质是一个力, 为求解方便,

一般分解为两个正交分力。但在作用线能够确定的情况下, 为求解方便, 有时也画一个力。

四、其他类型约束

工程中有多种形式的约束, 现介绍几种如下。

1. 辊轴支座约束

将构件的铰链支座用几个辊轴支承在光滑平面上, 就成为辊轴支座, 也称活动铰支座或可动铰支座, 如图 1-22 (a) 所示。在桥梁、屋架等结构中, 其一端常采用辊轴支座, 以适应结构的热胀冷缩现象。

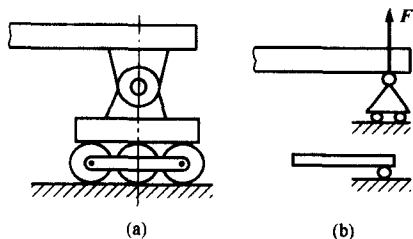


图 1-22

这种约束不能阻止物体沿着光滑支承面的运动或绕着销钉的转动。因此, 辊轴支座约束的约束反力通过销钉中心, 垂直于支承面, 它的指向待定。简化表示法如图 1-22 (b) 所示。

2. 光滑球铰链约束

固连于物体上的圆球嵌入另一物体的球壳内而构成的约束称为球铰链, 如图 1-23 (a) 所示, 球壳限制圆球沿球壳法线方向的位移, 但不能限制带圆球的构件绕球心的转动, 略去摩擦, 约束性质与铰链相似, 但约束反力通过球心可指向空间任意方位, 为方便计, 一般以三个正交分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 和 F_{Az} 表示, 简化画法如图 1-23 (b) 所示。

3. 止推轴承

工程中常见的单列 (或双列) 圆锥滚子轴承就是止推轴承, 如图 1-24 (a) 所示, 与向心轴承不同之处是, 它除了能限制轴的径向位移外, 还能限制沿轴向方向的位移。因此, 其约束反力可用三个正交分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 和 F_{Az} 表示, 简化表示法如图 1-24 (b) 所示。