小学数学奥林匹克丛书

五 年 级 上 册

张君达　主编

徐凤梧　王进明　编

机 械 工 业 出 版 社

内 容 简 介

本书主要内容有：等分图形面积、拼剪技巧、计算图形面积的各种方法、面积的部分与整体、报数游戏、小数速算、近似计算等。为加强训练，各讲都配有一定数量的例题和练习题，有阶段自测试题，并附有练习题和自测试题的答案。本书具有篇幅短小、讲解细致、通俗易懂、深入浅出，适合学生的知识水平和接受能力等特点。本书可帮助学生深入理解和巩固基础知识，扩大视野、开拓思路、训练思维、提高分析问题和解决问题的能力，激发学生学习数学的兴趣。

本书可供小学五年级学生课外自学、家长辅导、小学数学教师课堂教学中开发学生智力的参考，也可供各地小学数学课外活动（站）组作教材，以及为国内外各种小学数学竞赛提供参考。

小学数学奥林匹克丛书
五 年 级 上 册
张君达　主编
徐凤梧　王进明　编
（重排本）

责任编辑：劳瑞芬　责任校对：刘志文
封面设计：方芬　版式设计：冉晓华
责任印制：路琳

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）
（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）
济南新华印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 $787\times1092\ ^1/_{32}$·印张 $4^5/_8$·字数 98 千字
1996 年 11 月第 1 版　第 11 次印刷
印数　197 971—200 970·定价：6.00 元

ISBN 7-111-02584-9/G·145

前　言

奥林匹克运动起源于古希腊(公元前776年)，这是力量、灵活与美的竞赛。“数学是思维的体操”，解数学难题的竞赛同样被称为数学奥林匹克。

1959年罗马尼亚向东欧七国倡议举办中学生参加的“国际数学竞赛”，以后每一年举行一次，参加国逐渐增多，这便是沿袭至今的“国际中学生数学奥林匹克”。

1956年在我国北京、上海等地开始举办省、市级的高中数学竞赛；1978年开始举行全国性高中数学竞赛；1983年开始举行全国性初中数学竞赛；1986年开始举行全国性小学数学竞赛。同时，我国中、小学生还参加了其他国家举办的一些数学竞赛的通讯比赛。1986年我国第一次正式派出国家代表队参加了华沙举行的第二十七届国际中学生数学竞赛，并取得团体总分第四名的成绩。

多年的数学竞赛实践证明，广泛与深入地开展小学数学课外活动，科学与合理地举办各级数学竞赛是促进数学教育发展，提高青少年数学素质的一个有力措施。

北京数学奥林匹克学校(小学部)自1985年4月成立以来，受到了教育部门与家长的大力支持，赢得了社会舆论的赞赏。学校的学生在“华罗庚金杯”少年数学邀请赛、上海“从小爱数学”邀请赛、北京“迎春杯”小学数学竞赛中，获得了较好的成绩。1988年11月北京数学奥林匹克学校(小学部)组建第一支35人代表队参加了美国长岛小学生数学通

讯赛，并取得引人瞩目的成绩。

面临着高难度的国际中、小学生数学竞赛，为使我国学生能在国际竞赛中跻身于世界数学强国之列，我们尤为突出地感到亟须研究与探讨数学竞赛选手的培训方式、教材以及相应的教育手段。

在《小学数学奥林匹克专题讲座》、《小学数学奥林匹克试题与解答》（张君达主编，北京师院出版社出版）出版后，我们陆续收到许多读者来信。为感谢读者对我们工作的信任与支持，为进一步探讨数学业余学校的教材建设问题，在专题讲座和试题与解答两本书的基础上，我们组织北京数学奥林匹克学校（小学部）的全体教练员编写了这套《小学数学奥林匹克丛书》（共八本：三、四、五、六年级各分上、下两册）。

我们力图使本丛书的内容源于教材、高于教材，寓知识于趣味之中，同时还注意到适合学生的年龄与课余学习的特点。希望这套丛书能为小学数学业余学校和数学课外活动提供选读教材，能成为青少年数学爱好者的良师益友。

由于我们水平有限，教学实践经验不很充足，这套丛书一定会有许多欠缺之处。希望各省、市数学奥林匹克学校教练员和学生们，以及广大的专家、读者批评指正。

张君达

1989年2月8日

目　　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

一、等分三角形

宏光小学五年级师生组织了一次数学游艺会。会上数学李老师向同学们提出一个问题。她说："我这里有一块三角形的饼，想平均分给两个同学吃，但只准切一刀，就要把这块饼分成面积完全相等的两块，请问哪位同学会分"。同学们听罢，立即思索起来，有的三三两两小声议论着，过了一会儿，聪明的小欣举手说："只要过这块三角形饼的一个顶点和对边的中点切一刀，就可以把它分成面积相等的两块了。"

同学们，你们说小欣说的对吗？你能说出这样分的道理吗？下面让我们一起对这个问题研究一下吧！

分析： 假设三角形ABC就是这块饼(图1-1)，取BC的中点D，连结AD，这样三角形ABC就被直线AD分成了三角形ABD和三角形ADC两部分。因为D是BC的中点，所以$BD=DC$，从A点作AE垂直BC，则AE是三角形ABD的高，也是三角形ADC的高，根据公式：

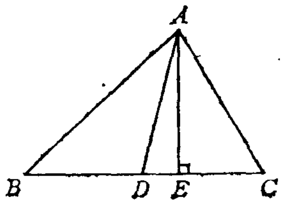


图 1-1

三角形的面积＝底×高÷2，

则三角形ABD的面积$=BD\times AE\div 2$，

三角形ADC的面积$=DC\times AE\div 2$，

因为$BD=DC$，

所以三角形ABD的面积＝三角形ADC的面积。

这说明过三角形饼的一个顶点和它对边的中点切一刀，确实能把这块饼分成面积相等的两块，小欣的分法是完全正确的。同样的道理，我们也可以通过另外两个顶点B和C以及它们对边的中点F和G切，也都能分成面积相等的 两 块 。如图1-2。

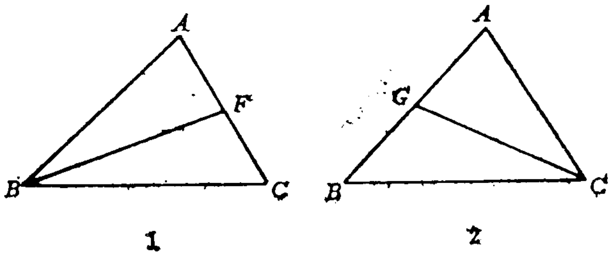


图 1-2

以上问题，实际上告诉了我们一种二等分三角形面积的方法。不仅如此，它还告诉了我们这样一个道理，即**等底等高的三角形面积一定相等**，如图1-1中的三角形ABD和ADC就是等底($BD = DC$)等高($AE = AE$)的两个三角形。也就是说，在两个三角形中，只要底相等，高也相等，它们的面积必相等。这一结论很重要，在解决多边形面积的许多问题中都要用到它，大家一定要理解和掌握。

但处在什么位置的一些三角形，能比较容易的看出他们是等底等高的三角形呢？最常见的有以下两种：

(1)如果几个三角形的相等的底边都在同一条直线上，且有公共的一个顶点，那么这些三角形的面积一定相等。如图1-3中的三角形Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ、Ⅴ的底边BC、CD、DE、EF、FG都在同一条直线上，且$BC = CD = DE = EF = FG$，

它们有一公共顶点A，它们的高线都是同一条线段AM，所以根据三角形面积公式，很容易推出它们的面积是相等的。

(2) 如果几个三角形有同一条底边，而它们的顶点都在与底边平行的同一条直线上，那么这些三角形的面积一定相等，如图1-4。此图中的三角形ABC、DBC、EBC都有同一条底边BC，它们的顶点都在与BC平行的直线l上，因为平行线间的垂线段长都是相等的，所以它们的高线$AF=DG=EH$。根据三角形面积公式，它们的面积一定是相等的。

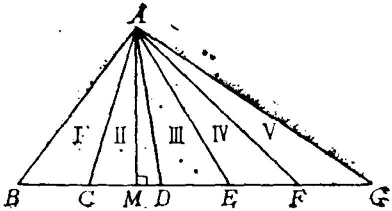


图 1-3

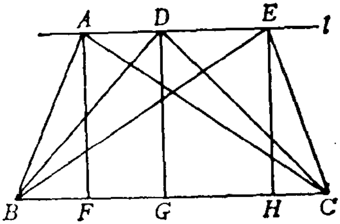


图 1-4

以后我们遇到三角形所处位置如上述两种情况之一的，只要底相等（或相同），不必画出高线就可以直接说它们的面积是相等的。

当然除上述两种情况外，不论三角形处在什么位置，只要满足底相等、高相等这两个条件，它们的面积就一定相等。

下面我们应用这个结论进一步探讨一下李老师提出的问题，即要二等分一个三角形的面积，除了小欣的分法外，还

有没有其它分法。现在向大家介绍另一种分法，此种分法共分四步，如图1-5。

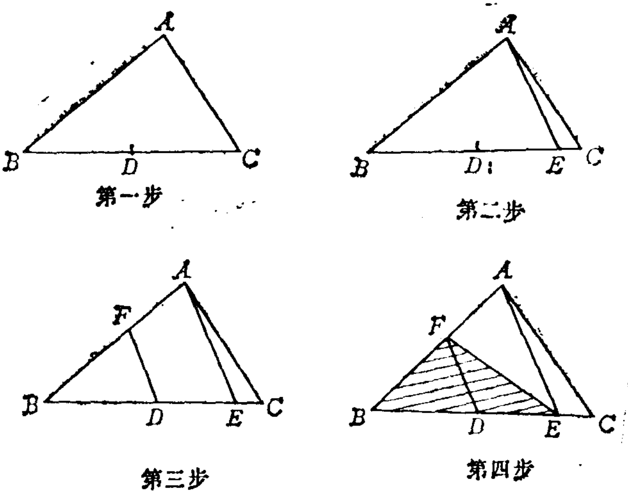


图 1-5

第一步：取BC的中点D，

第二步：在BC上任取一点E，并连结AE，

第三步：过D点作DF和AE平行，与AB交于F点，

第四步：连结EF，

则直线EF就把三角形ABC分成面积相等的三角形BEF和四边形$AFEC$的两块其理由如下(图1-6)：

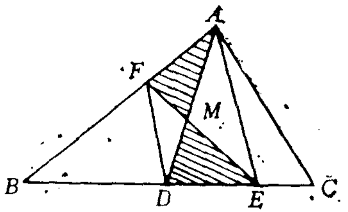


图 1-6

连结A、D两点，因为D是三角形底边BC的中点，所以$BD=DC$，三角形ABD和三角形ADC又共顶点A，所以它们是等底等高的两个三角形，面积必相等，且都等于三角形ABC面积的一半。

又因为FD和AE平行，三角形AFE和三角形ADE有同一条底边AE，且顶点F、D都在与AE平行的直线FD上，所以三角形AFE和三角形ADE的面积相等，它们同减去三角形AME，得到三角形AFM和三角形DEM面积必相等，所以四边形$AMEC$的面积加上三角形AFM的面积，等于四边形$AMEC$的面积加上三角形DEM的面积，即四边形$AFEC$的面积等于三角形ADC的面积，也就是等于三角形ABC面积的一半。当然三角形BEF的面积也是三角形ABC面积的一半。这说明了直线EF把三角形ABC的面积分成了面积相等的三角形BEF和四边形$AFEC$两块。

在这种做法中，因为E点是在BC边上任意取的，只要把E点换一个位置，再照上面四步的顺序画出一条直线，又可得到面积相等的另外两块。因此，用这种方法二等分一个三角形面积的直线可以有无数条。

至此，我们已学会如何将一个三角形的面积二等分，如果要把一个三角形的面积三等分、四等分、……任意等分有无办法呢？现在让我来举例说明。

例 请用几种方法将一任意三角形的面积六等分。

分析1： 要把一个三角形的面积六等分，也就是要把它分成面积相等的六块，根据前面小欣讲的二等分三角形面积的方法（连结顶点A和对边BC的中点D，将原三角形分成两个等底等高的三角形ABD和ADC）。我们不难想到，只要把原三角形分成六个等底等高的小三角形，它们的面积必相

等，这样就把原三角形的面积六等分了。而要找这六个等底等高的小三角形，显然，只要把三角形的一条边等分成六段，再把各分点与这边相对的顶点连起来就行了。

解法1：见图1-7。

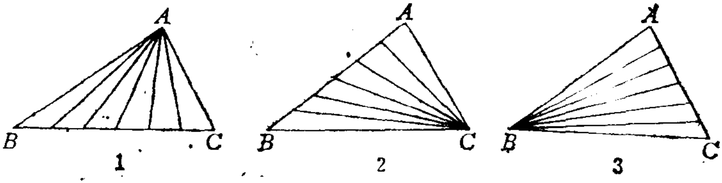


图 1-7

是否只有这一种分法呢？当然不是。

分析2：大家都知道，$6=1\times6=3\times2=2\times3$。如果我们把每一个小三角形的面积看成1，那么$1\times6$就可以看成是把三角形的面积直接等分成六份，即分成六个面积为1的小三角形的意思。如分法1，而3×2就可以看成是先把原三角形等分成两份，再把每一份分别等分成三份。同样的道理，2×3可以看成是先把原三角形等分成三份，然后再把每一份等分成两份，这样，原三角形都被六等分了。根据前面的分法，容易想到，每次等分时，都要想法找等底等高的三角形，而找这样三角形的办法是只要几等分某一条线段，就可以达到

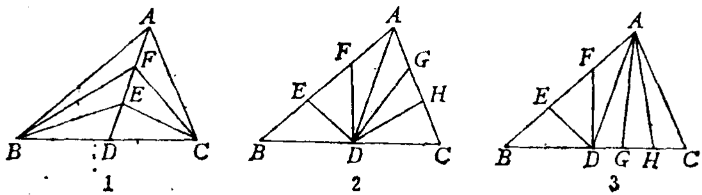


图 1-8

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目的。

解法2： 见图1-8和图1-9。

图1-8是把原三角形先二等分，再把每一份分别三等分的做法。图1-9是把原三角形先三等分，再把每一份分别二等分的做法。这两种做法，都还可以在其它边上进行。如图1-8的分法中，可把中点D取在三角形的其它两边上再用类似的方法将有关线段三等分，同样是把原三角形六等分，但这实际上是同一种方法，同学们不妨自己画画试试。

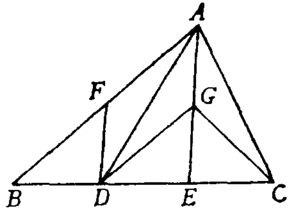


图 1-9

分析3： 除上面几种分法外，我们还可以这样想，因为$6=1+5=2+4=3+3$。所以可以先把原三角形的面积分出一个$\frac{1}{6}$，再把余下的$\frac{5}{6}$等分成5份，或先把原三角形的面积分出两个$\frac{1}{6}$，再把余下的$\frac{4}{6}$等分成4份，或先把原三角形的面积分出三个$\frac{1}{6}$，再把余下的$\frac{3}{6}$等分成3份，这样原三角形也都被等分成六份了。

解法3： 见图1-10。

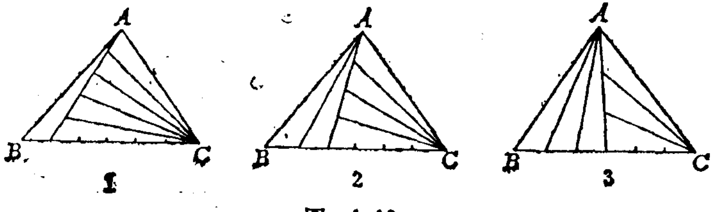


图 1-10

这种分法当然也可以在其它边上进行。

上面介绍的几种六等分三角形面积的方法，有一个共同特点，就是想办法找等底等高的三角形，而找这种三角形的办法，又都是几等分某一条线段而得到的。掌握了这一特点，几等分三角形面积的问题就不难解决了。

六等分一个三角形的面积，除上面介绍的几种方法外，还有其它方法，就留给同学们自己思考吧。

练 习 一

1. 以三角形ABC的顶点A为顶点，作一个和三角形ABC面积相等的三角形。

2. 见图1-11，以三角形ABC的底边BC为底，作一个和三角形ABC面积相等的三角形。

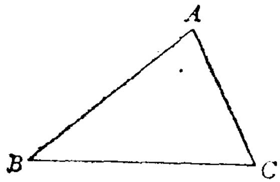


图 1-11

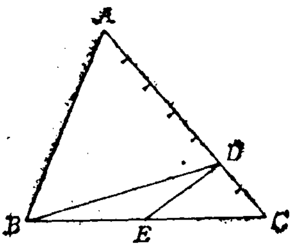


图 1-12

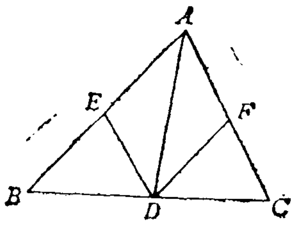


图 1-13

3.将任意一个三角形的面积四等分、五等分，你能找到三种以上的方法吗?

4.见图1-12，在三角形ABC中CD是AC的$\frac{2}{7}$，E是BC的中点，你能在原图形的基础上将三角形ABC的面积七等分吗?

5.见图1-13，在三角形ABC中，如果D、E、F分别为边BC、AB、AC的中点，那么线段AD、DE、DF将三角形ABC分成面积相等的四个小三角形，你能说明理由吗?

二、动手试一试

为庆祝“六一”国际儿童节，学校组织了各种丰富多采的活动，并布置了一间游艺室。在游艺室里，有各种游戏，其中有一项是“七巧板”游戏，只见桌面上放着几副漂亮的“七巧板”，墙上挂着几种由“七巧板”拼成的有趣图形，见图2-1。谁能在指定时间内，拼出其中的某一种或某几种，就可得奖。小飞来到这里，经过仔细观察，很快就摆出了桥和房子两种图案，获得了一等奖。他的摆法如图2-2。

小朋友，你会摆吗？请你动手试一试吧，如果你有兴趣，你还可以亲自动手制作一副“七巧板”，制法是：

将一块正方形的薄木板或厚纸板，按图2-3所示，分割

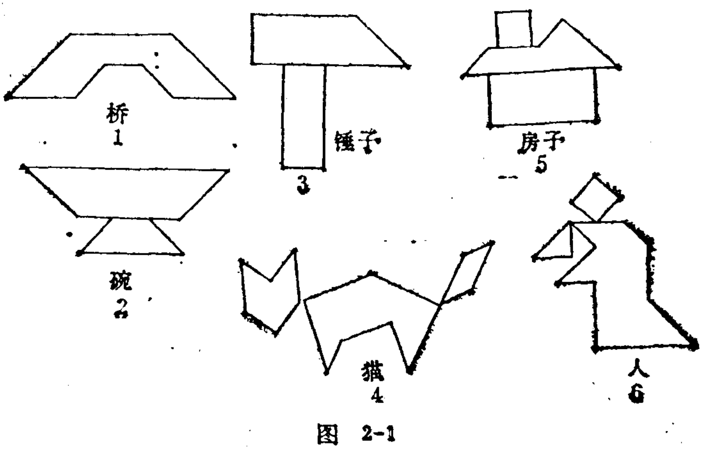
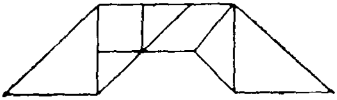


图 2-1



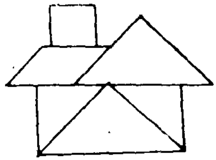


图 2-2

成七小块（P和Q是两边中点），就是所说的“七巧板”了。这七块板中，有五块大小不等的直角三角形，有一块平行四边形和一块正方形。

“七巧板”游戏是我国古代在民间流传很广的一种拼板游戏，古今中外不少人都研究过它。这种游戏对启发思维、增长智力、丰富想象力，都有很大好处。小朋友们，用你自己所制的“七巧板”，充分发挥你的想象力，拼出更多有趣的图形吧！

下面我们再做几个实验。

例1 任意画一个四边形，见图2-4。你知道这四边形的四个内角的和是多少度吗？在得出结论后，能说明你的根据吗？

分析： 只要按照下面的方法动手做一个实验，结论马上

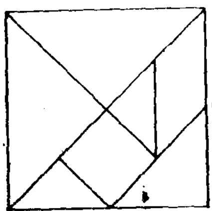


图 2-3

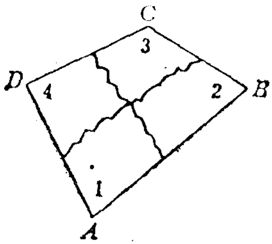


图 2-4

就可以得出来。

解： 将任意四边形$ABCD$的四个角撕下来(图2-4)，然后如图2-5所示的那样，把这四个角拼起来，贴在另一张纸上，你马上会发现这四个角的各边正好两两吻合在一起，且不重叠，形成了一个周角。由此可见，这四个角的和等于360°。因为四边形是任意画的，所以对任意四边形来说，它的内角和都是360°。

对于这个实验结果，我们也可以从理论上加以说明；因为任何一个四边形都可以被它的一条对角线（不相邻两个顶点的连线）分成两个三角形，见图2-6。而每一个三角形的

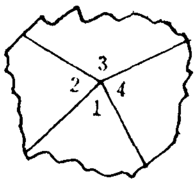


图 2-5

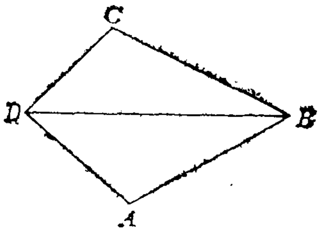


图 2-6

内角和都是180°，四边形的内角和等于两个三角形的内角和相加，所以四边形的内角和等于$180° \times 2 = 360°$。

例2 你能在图2-7中的九九点格纸上，画出一个由21个相同的四边形$ABCD$拼成的铺地图案吗？

分析： 要想用21个相同的四边形$ABCD$在图2-7中拼成铺地图案，既不重叠，又无空隙，这就意味着把四边形每一个顶点的周围填满，即形成一个周角。我们知道，任意一个四边形的内角和都是360°，也就是等于一个周角。这就是说，如果把这四边形的四个角撕下来，再把这四个角的顶点A、

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com