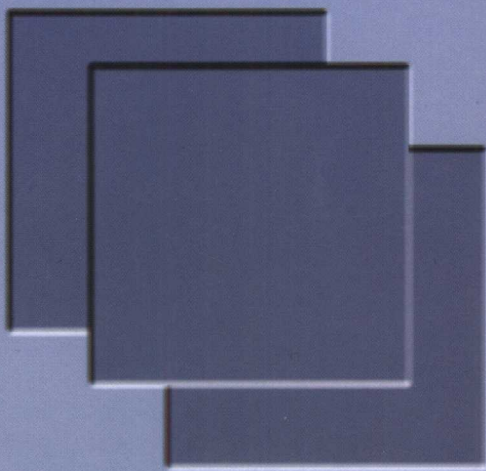




全国高职高专水利水电类精品规划教材

工程力学

主 编 杨恩福 徐玉华



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

全国高职高专水利水电类精品规划教材

工程力学

主 编 杨恩福 徐玉华
副主编 余金凤 张生瑞



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书共分十三章, 主要介绍工程力学基础知识, 包括力的基本知识和物体的受力分析、力系的合成与平衡; 杆件的承载能力计算, 包括杆件的内力分析、平面图形的几何性质、杆件的强度和刚度计算、应力状态与强度理论、压杆稳定; 结构的内力计算, 包括结构的几何组成分析、静定结构的内力分析、静定结构的位移计算、超静定结构的内力分析、超静定结构的位移计算、影响线、平面刚架分析程序的应用等内容。

本书适用于高职高专和职大的水利类专业以及工业与民用建筑、道桥等土建类专业工程力学课程教学, 亦可作为水利水电工程及建筑工程技术人员的参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

工程力学 / 杨恩福, 徐玉华主编. —北京: 中国水利水电出版社, 2005

全国高职高专水利水电类精品规划教材

ISBN 7-5084-3186-3

I. 工... II. ①杨... ②徐... III. 工程力学—高等学校: 技术学校—教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 093017 号

书 名	全国高职高专水利水电类精品规划教材 工程力学
作 者	主编 杨恩福 徐玉华
出版 发行	中国水利水电出版社 (北京市三里河路 6 号 100044) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 63202266 (总机)、68331835 (营销中心)
经 售	全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	北京市兴怀印刷厂
规 格	787mm×1092mm 16 开本 23.75 印张 593 千字
版 次	2005 年 8 月第 1 版 2006 年 2 月第 2 次印刷
印 数	4101—7100 册
定 价	36.00 元

凡购买我社图书, 如有缺页、倒页、脱页的, 本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

序

教育部在《2003—2007 年教育振兴行动计划》中提出要实施“职业教育与创新工程”，大力发展职业教育，大量培养高素质的技能型特别是高技能人才，并强调要以就业为导向，转变办学模式，大力推动职业教育。因此，高职高专教育的人才培养模式应体现以培养技术应用能力为主线 and 全面推进素质教育的要求。教材是体现教学内容和教学方法的知识载体，进行教学活动的基本工具；是深化教育教学改革，保障和提高教学质量的重要支柱和基础。所以，教材建设是高职高专教育的一项基础性工程，必须适应高职高专教育改革与发展的需要。

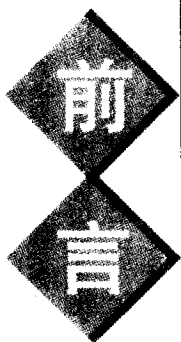
为贯彻这一思想，在继 2004 年 8 月成功推出《全国高职高专电气类精品规划教材》之后，2004 年 12 月，在北京，中国水利水电出版社组织全国水利水电行业高职高专院校共同研讨水利水电行业高职高专教学的目前状况、特色及发展趋势，并决定编写一批符合当前水利水电行业高职高专教学特色的教材，于是就有了《全国高职高专水利水电类精品规划教材》。

《全国高职高专水利水电类精品规划教材》是为适应高职高专教育改革与发展的需要，以培养技术应用性的高技能人才的系列教材。为了确保教材的编写质量，参与编写人员都是经过院校推荐、编委会答辩并聘任的，有着丰富的教学和实践经验，其中主编都有编写教材的经历。教材较好地贯彻了水利水电行业新的法规、规程、规范精神，反映了当前新技术、新材料、新工艺、新方法和相应的岗位资格特点，体现了培养学生的技术应用能力和推进素质教育的要求，具有创新特色。同时，结合教育部两年制高职教育的试点推行，编委会也对各门教材提出了满足这一发展需要的内容编写要求，可以说，这套教材既能够适应三年制高职高专教育的要求，也适应了两年制高职高专教育培养目标的要求。

《全国高职高专水利水电类精品规划教材》的出版，是对高职高专教材建设的一次有益探讨，因为时间仓促，教材可能存在一些不妥之处，敬请读者批评指正。

《全国高职高专水利水电类精品规划教材》编委会

2005 年 6 月



本书按照教育部《关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》和《面向 21 世纪教育振兴行动计划》等文件精神，并根据 2004 年 12 月在北京召开的《全国高职高专水利水电类精品规划教材》编审会的精神及全国水利水电高职教研会拟定的教材编写规划而编写的。

本书适用于高职高专的水利类专业，也适用于工业与民用建筑、道桥等其他土木建筑类专业。

本书针对高等职业技术教育的特点，适应教学改革的要求，对工程力学的内容按其系统性进行了重编。在编写过程中，注重基本概念、基本理论的叙述简明，不过分强调理论及公式推导；更注重结合工程实例，用其基本计算方法解决工程实际中的计算问题，以加强学生的工程意识和力学素质的训练和培养。本书编写力求做到内容紧凑、由浅入深、实用计算方法的演示简捷，示例典型，以便于读者理解和接受。全书各章开篇指明学习目标，章后附有内容小结和一定数量的思考题和习题，有助于读者掌握有关力学知识。

本书由长江工程职业技术学院杨恩福和南昌工程学院徐玉华主编，福建水利电力职业技术学院张生瑞、广西水利电力职业技术学院余金凤任副主编。其中，长江工程职业技术学院杨恩福编写第一、十二章，杨艳编写第二、三章，陆先伟编写第四、五章，邹林编写第七章；张生瑞编写第六、八章；徐玉华编写第九、十、十一章；余金凤编写第十三章、附录 I。

对于本书中存在的缺点和疏漏，恳请广大读者批评指正。

编者

2005 年 6 月



序 前言

第一章 绪论	1
第一节 工程力学的研究对象	1
第二节 工程力学的任务和内容	2
第三节 刚体、变形固体及基本假设	3
第四节 荷载的分类	4
思考题	4
第二章 力的基本知识和物体的受力分析	5
第一节 力的概念	5
第二节 静力学公理	6
第三节 力的投影	9
第四节 力矩	12
第五节 力偶	15
第六节 力的平移定理	17
第七节 约束和约束反力	18
第八节 物体的受力分析与受力图	21
本章内容小结	25
思考题	27
习题	28
第三章 力系的合成与平衡	31
第一节 平面汇交力系的合成与平衡	31
第二节 平面力偶系的合成与平衡	38
第三节 平面一般力系的合成与平衡	40
第四节 物体系统的平衡	48
第五节 考虑摩擦时物体的平衡问题	51
第六节 空间力系的合成与平衡	55
本章内容小结	60
思考题	61
习题	63

第四章 杆件的内力分析	69
第一节 杆件受力与变形特点	69
第二节 内力的概念和计算方法	71
第三节 轴向拉(压)杆的内力分析·轴力图	72
第四节 扭转杆的内力分析·扭矩图	74
第五节 梁弯曲时的内力分析·内力图	76
本章内容小结	92
思考题	92
习题	93
第五章 物体的重心和平面图形的几何性质	97
第一节 重心与形心	97
第二节 面积矩(静矩)	100
第三节 惯性矩与极惯性矩、惯性积	102
第四节 组合图形的惯性矩	104
本章内容小结	107
思考题	107
习题	108
第六章 杆件的强度和刚度计算	110
第一节 应力的概念	110
第二节 轴向拉(压)杆的强度计算	111
第三节 轴向拉(压)杆件的变形·胡克定律	116
第四节 材料在拉伸和压缩时的力学性能	118
第五节 连接件的强度计算	122
第六节 圆轴扭转时的强度和刚度计算	128
第七节 梁弯曲时的强度计算	134
第八节 梁弯曲时的变形和刚度计算	145
第九节 组合变形杆件的强度计算	150
本章内容小结	159
思考题	161
习题	163
第七章 应力状态与强度理论	173
第一节 应力状态的概念	173
第二节 平面应力状态分析	174
第三节 主应力迹线的概念	182
第四节 强度理论	184
本章内容小结	187
思考题	188
习题	189

第八章 压杆稳定	191
第一节 压杆稳定的概念	191
第二节 细长压杆的临界力	192
第三节 压杆的临界应力	194
第四节 压杆的稳定计算	195
本章内容小结	199
思考题	200
习题	200
第九章 结构的几何组成分析	203
第一节 概述	203
第二节 几何不变体系的简单组成规则	205
第三节 结构的几何组成分析示例	207
第四节 结构的几何特性	210
本章内容小结	210
思考题	211
习题	211
第十章 静定结构的内力分析	214
第一节 多跨静定梁的内力分析	215
第二节 静定平面刚架的内力分析	217
第三节 静定拱的内力分析	222
第四节 静定平面桁架的内力计算	228
第五节 组合结构的内力计算	235
本章内容小结	237
思考题	237
习题	239
第十一章 静定结构的位移计算	245
第一节 概述	245
第二节 虚功原理	246
第三节 结构位移计算的一般公式	251
第四节 静定结构荷载作用下的位移计算	253
第五节 用图乘法计算结构的位移	258
第六节 线弹性结构的互等定理	262
第七节 静定结构支座移动时的位移计算	265
本章内容小结	266
思考题	267
习题	267
第十二章 超静定结构的内力分析	272
第一节 超静定结构的概述	272

第二节 用力法计算超静定结构	277
第三节 用位移法计算超静定结构	306
第四节 用力矩分配法计算超静定梁和无侧移刚架	317
本章内容小结	329
思考题	330
习题	331
第十三章 影响线	336
第一节 影响线的概念	336
第二节 用静力法作简支梁的影响线	336
第三节 用机动法作静定梁的影响线	340
第四节 影响线的应用	341
第五节 简支梁的内力包络图	344
本章内容小结	345
思考题	346
习题	346
附录 I 平面刚架分析程序	348
附录 II 型钢规格和截面特性	360

第一章 绪 论

【学习目标】

- 了解工程结构的分类，明确工程力学的研究对象。
- 理解结构或构件须满足强度、刚度和稳定性等要求，明确工程力学的内容和任务。
- 理解刚体、变形固体及其基本假设的意义。
- 了解荷载的概念及其分类。

第一节 工程力学的研究对象

在建筑物中承受荷载并传递荷载而起骨架作用的部分称为结构，组成结构的单个物体称为构件。最简单的结构也可以是单个构件。

例如：在房屋建筑中常见的楼板梁、屋架结构和水利工程中闸门启闭结构如图 1-1 (a)、(b)、(c) 所示。

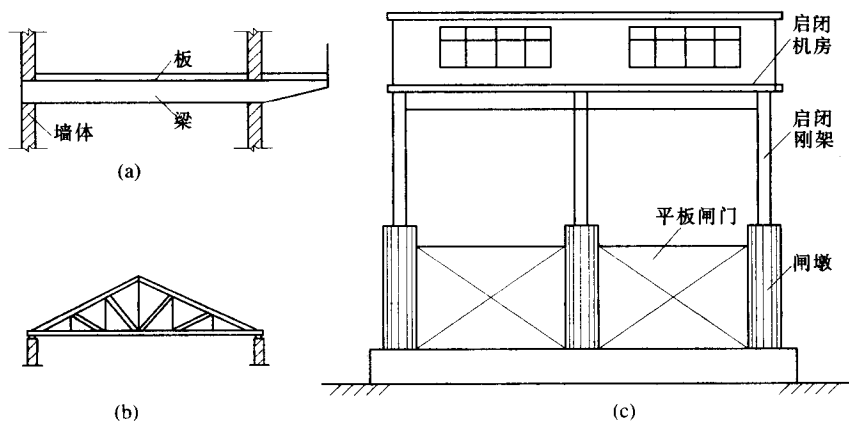


图 1-1

(a) 楼板梁；(b) 屋架结构；(c) 闸门启闭结构

在实际工程中，各建筑物的结构形式是多种多样的，可按其几何特征分为三种类型：

(1) 杆系结构。结构是由一些杆件组成。杆件的几何特征是其长度尺寸远远大于横截面尺寸。

(2) 薄壁结构。由薄板或薄壳构成。薄板或薄壳的几何特征是其厚度远远小于另两个方向的尺寸。例如房屋建筑中的无梁楼板和水利工程中用钢筋混凝土衬砌的压力输水隧洞等，属于这类结构，如图 1-2 (a)、(b) 所示。

(3) 块体结构。由一些块体组成的结构。块体几何特征是三维方向的尺寸大致为同一数量级。例如水利工程中的挡土墙和重力坝等属于这类结构，如图 1-3 (a)、(b) 所示。

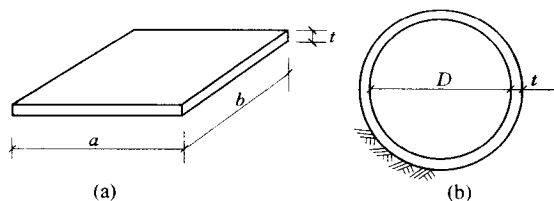


图 1-2

(a) 楼板; (b) 圆形隧洞

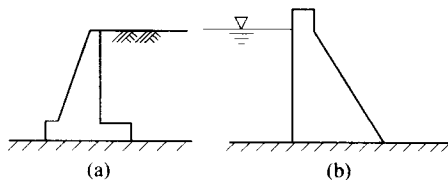


图 1-3

(a) 挡土墙; (b) 重力坝

然而, 工程力学的研究对象是工程结构中的杆系结构, 而对块体结构和板壳结构则由弹性力学来研究。

第二节 工程力学的任务和内容

作为一个工程结构或构件, 确保能正常工作, 安全可靠地承担预定任务, 则必须满足强度、刚度和稳定性等方面的要求。而强度、刚度和稳定性的要求, 综合反映一个结构或构件的承载能力。

强度是指结构或构件抵抗破坏的能力。一个结构或构件能承受荷载而不破坏, 即认为满足强度要求。如果一个结构或构件的强度不足, 就有可能产生破坏, 例如房屋中的楼板梁, 当梁的强度不足时就会发生断裂破坏。

刚度是指结构或构件抵抗变形的能力。任何结构或构件在荷载作用下都会发生变形, 为保证结构或构件能正常工作, 工程上根据不同的用途, 对各种结构或构件的变形给予一定的限制, 只要结构或构件的变形不超过这一限值, 即认为满足刚度要求。

稳定性是指结构或构件保持原有平衡状态的能力。例如受压的细长直杆, 在压力不大时, 可保持原有直线平衡状态, 当压力增加到某一数值时, 压杆突然变弯而丧失承载能力, 这种现象称为失稳。压杆失稳后果严重, 会导致整个建筑物倒塌。因此, 结构或构件必须满足稳定要求。

上述三个方面的要求在结构或构件设计时都应同时考虑, 但对某些结构或构件而言, 有时只考虑其中某一个主要方面的要求, 有的是以强度为主, 有的是以刚度为主, 还有的则以稳定性为主。一般来说, 只要主要方面的要求满足了, 其他次要方面的要求也会自然满足。

一个结构或构件要满足强度、刚度和稳定性的要求并不难, 只要选择较好的材料和较大截面的构件就能满足, 但任意选用最好的材料和过大的截面, 势必造成优材劣用, 大材小用, 导致巨大浪费。于是建筑中的安全可靠与经济合理就形成一对基本矛盾。工程力学就是为解决这一矛盾而形成的一门学科。其任务是在结构或构件满足强度、刚度和稳定性要求的前提下, 以最为经济的代价去选择适宜的材料, 确定合理的形状和尺寸, 提供必要的理论基础和计算方法。

工程力学教材主要内容包含以下几个部分:

(1) 力的基本知识。这是工程力学重要的基础理论。其中包括物体的受力分析、力系合成与平衡等刚体静力学基础理论。

(2) 杆件的承载能力计算。其中包括各类变形杆件的内力与应力分析和强度、刚度及

稳定计算。

(3) 静定结构的内力和位移计算。这是静定结构承载能力计算的需要,也是解算超静定结构的基础。

(4) 超静定结构的内力和位移计算。其中包括用力法、位移法和力矩分配法解各类超静定结构。求出了超静定结构的内力和位移之后,要进一步对超静定结构作承载能力的计算,可按杆件承载能力的计算方法进行。

(5) 平面刚架分析程序的应用。引入电算的方法。

第三节 刚体、变形固体及基本假设

一、刚体与变形固体

自然界中的物体,其性质是复杂多样的。各学科为使所研究的问题得以简化,通常略去对所研究问题影响不大的次要因素,只考虑影响相关的主要因素,也就是将复杂问题抽象化为只具有某些主要性质的理想模型。在工程力学这门学科中,将物体抽象化为两种力学模型,即一种是刚体,另一种是变形固体。

刚体是指在任何外力作用下其形状和尺寸都绝对不变的物体。实际上,刚体是不存在的,任何物体在外力作用下,其形状和尺寸总会有改变,也就是说总会发生变形。但在研究物体的平衡问题和对体系的几何组成分析时,这种变形对问题的影响甚微,可将物体视为刚体。

变形固体是指在外力作用下其形状和尺寸会产生变形的物体。在工程力学中,若对结构或构件作内力分析和承载能力的计算时,对这类问题,物体的变形则是不可忽略的主要因素,必须将物体视为变形体。

二、变形固体的基本假设

(1) 假设物体是连续的。此假设认为物体是由连续的介质组成,物体内部没有任何空隙。作此假设的目的是在研究物体的内力与变形时可用连续函数来表示。

(2) 假设物体是均匀的。此假设认为物体内部各点的力学性质都相同,不随位置而有变化。

(3) 假设物体是各向同性的。此假设认为构成物体的材料沿不同方向都具有相同的力学性质,不随方向而有变化。具有这种性质的材料称为各向同性材料(如钢材),而各方向力学性质不相同的材料称为各向异性材料(如木材)。

(4) 假设物体变形是微小的。此假设认为物体在外力作用下产生的变形量与物体本身的几何尺寸相比是很微小的。物体在外力作用下产生的变形有两种:一种变形是当外力消除后变形随之消失,这种变形称为弹性变形;另一种变形是当外力消除后变形不能消失,这种变形称为塑性变形(或残余变形)。一般来说,物体受力后,既有弹性变形,又有塑性变形。但在实际工程中,当外力不超过一定范围时,塑性变形很小,可忽略不计,认为只有弹性变形,这种只有弹性变形的变形固体称为完全弹性体。

符合上述假设的变形固体称为理想变形固体。采用这种力学模型,大大方便了理论研究和计算公式的推导。尽管所得结果具有近似的准确性,但精确度足可满足一般的工程要求。

应当指出,任何假设都不是主观臆断的,在假设的基础上所得的理论结果,还应经得



起实验的验证。所以在工程力学中,除理论分析方法外,试验方法也是很重要的。

第四节 荷载的分类

任何建筑物在建造过程中和建成后的使用过程中都要承受各种力的作用,如人和设备的重力,建筑物各部件的自重等,在工程中习惯将这些主动作用在建筑物上的力称为荷载。

作用在结构或构件上的荷载是多种多样的,为了便于分析,将荷载按不同方式分为如下几种类型。

(1) 按荷载的作用性质可分为静荷载和动荷载。由零逐渐缓慢增加到结构上的荷载称静荷载,在静荷载作用下结构不产生明显的加速度;大小和方向随时间而改变的荷载称为动荷载,如地震力、冲击力,惯性力都为动荷载。

(2) 按荷载的作用时间的长短可分为恒荷载和活荷载。永久作用在结构上大小、方向不变的荷载称为恒荷载,又称为死荷载。如结构的自重、固定设备重等都为恒荷载。暂时作用在结构上的荷载称为活荷载。如人群荷载、车辆荷载、风荷载、雪荷载等都为活荷载。

(3) 按荷载的作用范围大小可分为集中荷载和分布荷载。若荷载的作用范围与结构的尺寸相比很小时,可认为荷载集中作用于一点,这种集中作用于一点的荷载称为集中荷载。如车轮对地面的压力、柱子对面积较大的基础的压力等都为集中荷载。分布作用在体积、面积和线段上的荷载称为分布荷载。如结构的自重、风荷载、雪荷载等都为分布荷载。

当以刚体为研究对象时,作用在结构上的分布荷载可用其合力(集中荷载)代替,这样可简化计算;但以变形体为研究对象时,作用在结构上的分布荷载则不能用其合力代替。

思 考 题

- 1-1 何为工程结构?
- 1-2 工程力学的研究对象是什么?
- 1-3 工程力学有哪两类力学模型?各有何假设?
- 1-4 工程力学的任务有哪些?
- 1-5 何为荷载?荷载是如何分类的?

第二章 力的基本知识和物体的受力分析

【学习目标】

- 力、力矩和力偶可理解为广义力，掌握三者各自的定义、单位、作用效应及其性质等基本概念。
- 掌握静力学的几个公理及其推论。
- 掌握力在坐标轴上的投影计算。
- 掌握力对点、坐标轴的力矩的计算及合力矩定理的应用。
- 掌握力的平移定理。
- 对常见的几种约束类型及特点，会确定其约束反力，并能正确无误地画物体、物体系统的受力图。

第一节 力的概念

一、力的定义

力是人们在长期的生活和生产实践中逐渐形成的。例如，当人推小车时，由于肌肉紧张收缩，就会感觉到用了力，使小车由静到动，或使小车的运动速度发生变化，同时会感到小车也在推人；手用力拉弹簧，使弹簧发生伸长变形，同时感到弹簧也在拉手。这种力的作用，使物体与物体之间的状态发生改变。又例如，自空中下落的物体由于受到地球的引力作用而使运动速度加快，桥梁受行驶车辆的作用而产生弯曲变形等。综合无数事例，可科学地作出力的定义：力是物体间相互的机械作用，这种作用使物体的运动状态发生改变（外效应），同时还会使物体发生变形（内效应）。

物体间相互的机械作用形式多种多样，但大致可分为两类：一类是直接接触作用，例如：土体对挡土墙的压力，起重机起吊重物等。另一类是间接作用，即通过“场”对物体的作用，例如：地球引力场对物体的引力，电场对电荷的吸引力和排斥力等。

由力的定义可知，既然力是物体与物体之间的相互作用，因此，力不可能脱离物体而单独存在。也就是说，存在受力物体就必然存在施力物体。

二、力的三要素

实践证明，力对物体的作用效应取决于下列三个要素：

- (1) 力的大小。
- (2) 力的方向。
- (3) 力的作用点。

力的大小表明物体间相互作用的强弱程度。为了度量力的大小，应规定力的单位，在国际单位制中，力的单位是牛顿（N）或千牛顿（kN）。

$$1 \text{ 千牛顿 (kN)} = 1000 \text{ 牛顿 (N)}$$

力的方向包含有方位和指向两个含义。例如重力的方向是“铅直向下”。

力的作用点是指力对物体作用的位置。力的作用位置实际上有一定的范围，不过当作



用范围与物体的几何尺寸相比很小时,可近似地看作一个点,作用于一个点的力,称为集中力。

力对物体的作用效果,取决于力的大小、方向和作用点。在这三个因素中,只要改变其中的一个因素时,都会对物体产生不同的效果。所以,把力的大小、方向和作用点称为力的三要素。

三、力的图示法

为了便于对物体作受力分析,常需要将力用图形表示出来。由力的三要素可知,力是有大小又有方向的量,所以力是矢量,可用一带箭头的线段来表示,这种表示方法,称为力的图示法。

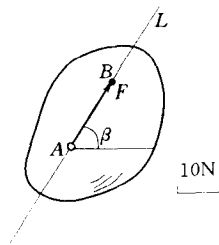


图 2-1

如图 2-1 所示,线段的长度(按选定的比例)表示力的大小;线段与某定直线的夹角表示力的方位,箭头表示力的指向;带箭头线段的起点 A(或终点 B)表示力的作用点。通过力的作用点沿力方向的直线 L,称为力的作用线。

用字母符号表示力矢量时,常用黑体 F 、 P 、 T 字母来表示。

为了便于研究和叙述,我们还要给出以下定义:

(1) 作用在物体上的一群力或一组力称为力系。

(2) 物体相对于地球处于静止或作匀速直线运动状态时,称物体处于平衡状态。

(3) 如果物体在某一力系作用下保持平衡状态,则该力系称为平衡力系。

(4) 若作用在物体上的一个力系可用另一个力系来代替,而不改变力系对物体的作用效应,则这两个力系称为等效力系。

第二节 静力学公理

静力学是研究物体在力作用下处于平衡的规律的一门科学。

静力学公理是人们在长期的生产和生活实践中,经过反复观察和实验总结出来的普遍规律。它阐述了力的一些基本性质,是静力学理论的基础。谓之“公理”,就是不需证明即被公认的真理。

公理 1 (二力平衡条件)

作用在同一刚体上的两个力,使刚体处于平衡的必要和充分条件是:这两个力的大小相等、方向相反,作用在同一条直线上,如图 2-2 所示。

须指出:上述公理只适用于刚体,而不适用于变形体。例如:绳索的两端若受到一对大小相等,方向相反的拉力时可以保持平衡,但若是压力就不能保持平衡。

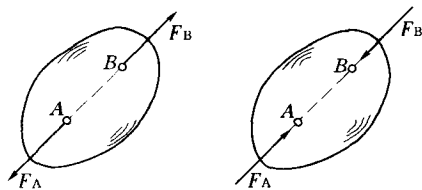


图 2-2

公理 2 (加减平衡力系原理)

在作用于刚体上的任意力系中,加上或取消一个平衡力系,则并不改变原力系对刚体的作用效应。

这个公理可作这样理解:因为平衡力系是不会改变刚体原来的平衡状态(静止或匀速

直线运动), 也就是说, 平衡力系对刚体的作用效应 (运动效应) 为零。所以在刚体上加上或取消一个平衡力系, 是不会改变原力系对刚体的作用效应的。

推论 (力的可传性原理)

作用在刚体上某点的力, 可沿其作用线移至刚体上的任意一点, 而不改变它对刚体的作用效应。

证明: 设力 F 作用在物体 A 点, 如图 2-3 (a) 所示; 根据加减平衡力系公理, 可在力的作用线上任取一点 B , 加上等值、反向、共线的 F_1 和 F_2 两个力, 并使 $F_2 = -F_1 = F$, 如图 2-3 (b) 所示; 在图 2-3 (b) 中, F 和 F_1 是一个平衡力系, 故可去掉, 于是只剩下作用在 B 点的力 F_2 , 如图 2-3 (c) 所示; 又因为力 F_2 和原力 F 等效, 这就相当于把作用在 A 点的力 F 沿其作用线移到了 B 点。

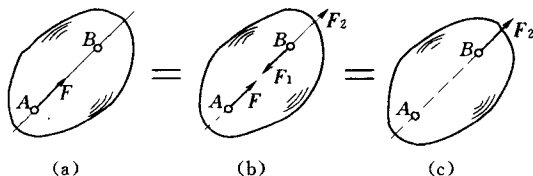


图 2-3

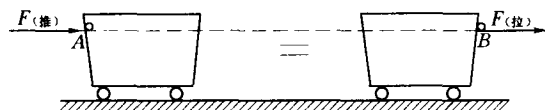


图 2-4

上述力的可传性原理很容易为实践所验证。例如: 沿同一直线用同样大小的力推车或拉车, 对车产生的运动效应是等效的, 如图 2-4 所示。

力的可传性原理告诉我们, 力对刚体的作用效应与力的作用点在作用线上的位置无关。因此, 力的三要素可改为: 力的大小、方向和作用线。

应当指出, 力的可传性原理只适用于刚体, 而不适用于变形体, 否则将改变物体的变形效应。例如: 直杆两端受等值、反向、共线的两个拉力 F_1 和 F_2 作用将产生伸长变形, 如图 2-5 (a) 所示; 若将 F_1 和 F_2 分别沿其作用线移动到另一端, 如图 2-5 (b) 所示。

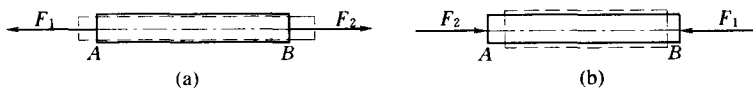


图 2-5

(a) 拉伸变形; (b) 压缩变形

这时直杆将产生压缩变形, 变形形式发生变化, 即作用效应发生改变。

公理 3 (力的平行四边形法则)

作用于物体上同一点的两个力, 可以合成为一个合力, 其合力作用线通过该点, 合力的大小和方向由这两个力所构成的平行四边形的对角线表示。

如图 2-6 (a) 所示, F_1 、 F_2 为作用于物体上 A 点的两个力, 以 F_1 和 F_2 为邻边作平行四边形 $ABCD$, 其对角线 AC 表示两共点力 F_1 与 F_2 的合力 R 。

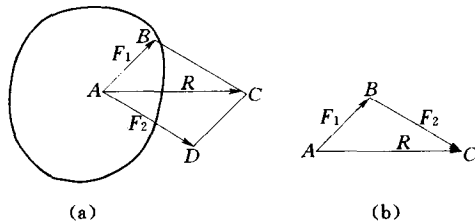


图 2-6

(a) 力的平行四边形法则; (b) 力的三角形法则

这个公理说明力的合成遵循矢量加法,



只有当两力共线时,才能用代数加法。由于平行四边形对应边相等,则力的平行四边形法则还可简化为力的三角形法则,如图 2-6 (b) 所示。力三角形的两边由两分力首尾相连组成,第三边即为合力 R ,它由第一个分力的起点指向第二个分力的终点,而合力的作用点仍在两分力的交点处。

应当指出:力的平行四边形法则既是两个共点力的合成法则,又是力的分解法则。但将一个力按此法则进行分解,若无条件限制,则有无穷多个解。因为由一条对角线可作为无穷多个平行四边形,如图 2-7 (a) 所示。

要将一个力分解为两个力,必须给予附加条件。通常是将一个力分解为方向已知的两个分力。

设有一作用于 A 点的力 R ,如图 2-7 (b) 所示,现将此力沿直线 AK 和 AL 方向分解,应用力的平行四边形法则,过 R 的终点 B 作两直线分别平行于 AK 和 AL ,得交点 C 和 D ,则 F_1 和 F_2 即为所求分力。

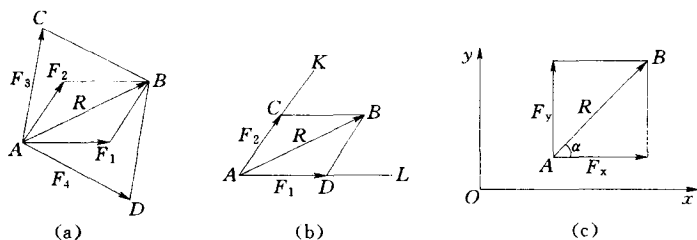


图 2-7

(a) 无条件分解; (b) 有条件分解; (c) 正交分解

为了计算方便,在工程实际中,常将一个力 R 沿直角坐标轴 x 、 y 方向进行分解,得出互相垂直的两个分力 F_x 和 F_y ,如图 2-7 (c) 所示。这样可用简单的三角函数关系求得每个分力大小为:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= R \cos \alpha \\ F_y &= R \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

式中 α —— R 和 x 轴之间的夹角。

推论 (三力平衡汇交定理)

一刚体受三个共面不平行的力作用而处于平衡时,这三力的作用线必汇交于一点。

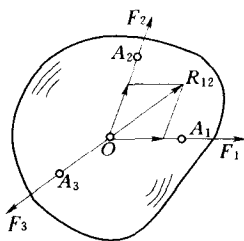


图 2-8

证明: 设有共面不平行的三个力 F_1 、 F_2 、 F_3 分别作用在一刚体上的 A_1 、 A_2 、 A_3 三点而成平衡,如图 2-8 所示。

(1) 根据力的可传性原理,将力 F_1 、 F_2 移到该两力作用线的交点 O 点,再用力的平行四边形法则将力 F_1 、 F_2 合成为合力 R_{12} , R_{12} 也作用在 O 点。

(2) 因为 F_1 、 F_2 、 F_3 三力平衡,所以 R_{12} 应与力 F_3 平衡,又由二力平衡公理可知,力 F_3 和 R_{12} 一定是大小相等、方向相反、且作用在同一直线上,这就是说,力 F_3 必通过力 F_1 、 F_2 的交点 O ,即证明 F_1 、 F_2 、 F_3 三力的作用线必汇于一点。

三力平衡汇交定理常用来确定物体在共面不平行的三个力作用下平衡时其中未知力的