

初中数学

新世纪
详解版

奥林匹克竞赛

全真 试题

- 权威资料
- 方法技巧
- 金牌思路

省市精华卷

总主编 蓝润
本册主编 南秀全

(鄂)新登字 02 号

图书在版编目(CIP)数据

初中数学奥林匹克竞赛全真试题·省市精华卷/南秀全主编。
—武汉:湖北教育出版社,2006.3 版
ISBN 7-5351-3496-3

I. 初… II. 南… III. 数学课—初中—试题 IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 033573 号

出版 发行:湖北教育出版社
网址: <http://www.hbedup.com>

武汉市青年路 277 号
邮编:430015 电话:027-83619605
邮购电话:027-83669149

经 销:新 华 书 店
印 刷:通山县九宫印务有限公司 (437600·通山县通羊镇南市路 165 号)
开 本:850mm×1168mm 1/32
版 次:2006 年 8 月第 3 版
字 数:296 千字

13 印张
2006 年 8 月第 1 次印刷
印数:1-6 000

ISBN 7-5351-3496-3/G·2816

定价:18.00 元

如印刷、装订影响阅读,承印厂为你调换

前　　言

数理化奥林匹克竞赛是覆盖面最广的一种群众性竞赛活动，几乎覆盖了全国各地每一所学校。各级各类的竞赛活动旨在拓宽学生的知识视野，激发学生的学习兴趣，培养学生的思维品质、动手能力，发展学生的个性特长。同时，竞赛活动对促进教师自身素质的提高，促进教学改革的深入开展和教学质量的提高，也起到了积极的促进作用。

然而竞赛试题内容广博，命题新颖，思路开阔，对学生的综合素质和创新要求较高。但当我们的父母看到孩子做不出训练题目想帮一把却又感到无助之时，总感叹自己手中没有一本好书，不是太难，就是太易，或是太偏，或是缺少系统性，而面对太多的竞赛资料又总觉得有些茫然。我们的许多教师也为竞赛书太多太滥大伤脑筋，为竞赛缺少一个既有系统性而又不超竞赛大纲的书而犯愁。为此我们广泛收集，将近几年的小学、初中、高中的全国部分省市的数理化竞赛试题进行精选，将全国数理化联赛试题进行汇总，并吸收部分国际竞赛的典型试题，汇编成这套丛书。书中通过对试卷的全面分析和研究，对每道赛题都逐一进行了详细的解析，力求通俗易懂，化难为易，既便于学生自学，也便于家长和教师参考。本套丛书力求体现以下特点：

1. **导向性。**全面反映了近几年来中、小学数理化竞赛的重要题型，及所考查的知识点和解题方法，从而可以看出未来竞赛命题的走向和原则。

2. **新颖性。**所选内容均是经过我们筛选的近几年的国际国内竞赛试题，不仅内容新，题型新，而且具有广泛的代表性和典型性。用后一定会感到内容新鲜，题目新颖，精彩有趣。

3. **精巧性。**因为许多试题虽有一定难度，但难而不怪；灵活性强，高而可攀。当然，解答时具备较强的分析推理能力和灵活运用知识的能力。我们在解析时，注意做到语句通俗、简明，思路清晰、简捷。有的

还配有图表说明，便于学生理解。对于一题多解，限于篇幅，一般只选用了其中的一、两种较为简便或典型的方法，这对拓展学生的解题思路、启迪思维、发展智力，将有很大的帮助。

4. **实用性。**本丛书中前半部分是试题，后半部分是解析。可供学生在赛前进行检测，检测后再对照答案掌握和理解解题方法。这样既便于学生用，也便于家长和教师参考。

5. **权威性。**本丛书是由在各级奥赛中辅导学生屡夺金牌的黄冈的特、高级教师和国家级奥林匹克优秀教练员编写。

参加本书编写的有：石涧、何艳庭、汪彬、秦必耕、余林、魏友成、余光、付峰、姜文清、肖九河、王飞、肖珂、沈立新、肖一鸣、杨仕春、杜江、陈正、段文敏、胡海波、吕中浩、段文涛、南山、杨世俊、徐胜登、刘晓明。

由于时间仓促和水平有限，编写中难免出现错误或不当之处，敬请广大读者提出宝贵意见。希望本套丛书铺就您的金牌之路。

编 者

2006年6月



试题 答案



2001 年北京市初二数学竞赛试题	(1)	(203)
2002 年北京市初二数学竞赛试题	(4)	(205)
2003 年北京市初二数学竞赛试题	(6)	(208)
2004 年北京市初二数学竞赛试题	(9)	(210)
2005 年北京市初二数学竞赛试题	(12)	(217)



2001 年天津市初中数学竞赛试题	(14)	(221)
2003 年天津市初中数学竞赛试题	(16)	(223)
2004 年天津市初中数学竞赛试题	(18)	(226)
2005 年天津市初中数学竞赛试题	(20)	(231)



2000 年上海市初中数学竞赛试题	(22)	(236)
2000 年上海市中学生业余数学学校预备年级招生试题	(24)	(239)
2000 年上海市中学生业余数学学校高一年级招生试题	(25)	(239)
2000 年上海市高中理科班、数学班招生选拔测试题	(27)	(239)
2002 年上海市初中数学竞赛试题	(28)	(241)
2003 年上海市高中理科班、数学班招生选拔测试题	(30)	(243)
2003 年上海市初中数学竞赛试题	(32)	(244)
2004 年上海市初中数学竞赛试题	(34)	(246)
2005 年上海市初中数学竞赛试题	(35)	(248)



2000 年重庆市初中数学竞赛试题	(37)	(253)
2001 年重庆市初三数学竞赛试题	(40)	(255)
2002 年重庆市初中数学竞赛试题	(42)	(256)

MULI

试题 答案

2003 年重庆市初中数学竞赛试题.....	(44)	(257)
2004 年重庆市初中数学竞赛试题.....	(47)	(259)



2000 年山东省初中数学竞赛试题.....	(50)	(261)
2001 年山东省初中数学竞赛试题.....	(52)	(263)
2002 年山东省初中数学竞赛试题.....	(55)	(265)
2003 年山东省初中数学竞赛试题.....	(57)	(270)
2004 年山东省初中数学竞赛试题.....	(60)	(272)
2005 年山东省初中数学竞赛试题.....	(62)	(273)



2000 年江苏省初一数学竞赛试题.....	(65)	(275)
2000 年江苏省初二数学竞赛试题.....	(71)	(276)
2000 年江苏省初中数学竞赛试题.....	(76)	(277)
2001 年江苏省初中数学竞赛试题.....	(79)	(279)
2002 年江苏省初一数学竞赛试题.....	(87)	(284)
2002 年江苏省初二数学竞赛试题.....	(90)	(284)
2002 年江苏省初中数学竞赛试题.....	(92)	(284)
2003 年江苏省初中数学竞赛试题.....	(95)	(288)
2004 年江苏省初一数学竞赛试题.....	(98)	(291)
2004 年江苏省初二数学竞赛试题.....	(101)	(291)
2004 年江苏省初三数学竞赛试题.....	(108)	(293)
2005 年江苏省初中数学竞赛试题.....	(114)	(294)



2000 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题.....	(121)	(299)
2001 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题.....	(123)	(301)
2002 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题.....	(125)	(305)
2003 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题.....	(128)	(309)
2004 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题.....	(130)	(314)
2005 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题.....	(133)	(321)

MULI

试题 答案



- 2003 年武汉市初中数学竞赛试题 (135) (324)
2004 年武汉市初中数学竞赛试题 (137) (326)
2005 年武汉市初中数学竞赛试题 (139) (329)



- 2000 年太原市初中数学竞赛试题 (142) (333)
2002 年太原市初中数学竞赛试题 (144) (335)
2003 年太原市初中数学竞赛试题 (146) (337)
2004 年太原市初中数学竞赛试题 (148) (342)
2005 年太原市初中数学竞赛试题 (150) (346)



- 2003 年河北省初中数学竞赛试题 (152) (351)
2004 年河北省初中数学竞赛试题 (155) (355)
2005 年河北省初中数学竞赛试题 (157) (359)



- 2002 年河南省初二数学竞赛试题 (160) (364)
2003 年河南省初二数学竞赛试题 (162) (364)
2003 年河南省初三数学竞赛试题 (165) (366)



- 2002 年四川省初中数学竞赛试题 (168) (368)
2003 年四川省初中数学竞赛试题 (170) (369)
2004 年四川省初中数学竞赛试题 (172) (373)
2005 年四川省初中数学竞赛试题 (173) (377)



- 2000 年广西初中数学竞赛试题 (175) (380)

MULU

试题 答案

- 2001 年广西初中数学竞赛试题 (181) (387)
2002 年广西初中数学竞赛试题 (185) (391)
2004 年广西初二数学竞赛试题 (190) (393)



- 2000 年湖北省初中数学竞赛试题 (192) (396)
2002 年湖北省初中数学竞赛试题 (195) (399)



- 2000 年中学生数理化读刊用刊
知识竞赛试题 (197) (402)
2001 年第二届全澳门校际初中
数学竞赛试题 (201) (403)



2001 年北京市初二数学竞赛试题

初 赛

一、选择题(满分 36 分,每小题只有一个正确答案,答对得 6 分,答错或不答均计 0 分)

1. 已知 α 是等边三角形的一个内角, β 是顶角为 30° 的等腰三角形的一个底角, γ 是等腰直角三角形的一个底角, 则()。

- (A) $\alpha < \beta < \gamma$ (B) $\gamma < \alpha < \beta$
(C) $\beta < \alpha < \gamma$ (D) $\alpha < \gamma < \beta$

2. $(-2)^4$ 的平方根是()。

- (A) -4 (B) ± 4 (C) 2 (D) ± 2

3. 下面有四个命题:

- ①两个三角形有两边及一角对应相等,则这两个三角形全等;
②两个三角形有两角及一边对应相等,则这两个三角形全等;
③两个三角形的三条边分别对应相等,则这两个三角形全等;
④两个三角形的三个角分别对应相等,则这两个三角形全等.

其中真命题是()。

- (A) ②, ③ (B) ①, ③ (C) ③, ④ (D) ②, ④

4. 若 p 是两位的正整数,则可能成立的等式是()。

- (A) $x^2 + px + 2001 = (x - 29)(x - 69)$
(B) $x^2 + px + 2001 = (x - 23)(x - 87)$
(C) $x^2 + px + 2001 = (x + 23)(x + 87)$
(D) $x^2 + px + 2001 = (x + 29)(x + 69)$

5. 下面列举的平行四边形的判定条件中, 不正确的
一个()。

- (A) 两组对边分别相等
(B) 两组对角分别相等
(C) 一组对边平行, 一组对角相等
(D) 一组对边平行, 另一组对边相等

6. 在 1500 年以前, 我国古代伟大数学家祖冲之计算出圆周率 π 的七位小数值是

$$3.1415926 < \pi < 3.1415927.$$

并取 $\frac{355}{113}$ 为密率, $\frac{22}{7}$ 为约率, 则 π 、 $\frac{355}{113}$ 、 $\frac{22}{7}$ 之间的正确关系是 () .

(A) $\frac{22}{7} < \frac{355}{113} < \pi$ (B) $\frac{355}{113} < \pi < \frac{22}{7}$

(C) $\pi < \frac{355}{113} < \frac{22}{7}$ (D) $\frac{22}{7} < \pi < \frac{355}{113}$

二、填空题(满分 64 分, 每小题 8 分)

1. p 是负整数, 且 $2001+p$ 是一个完全平方数. 求 p 的最大值.
2. 如图 1, $ABCD$ 是正方形, CDE 是正三角形. 确定 $\angle AEB$ 的度数.

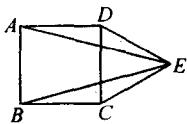


图 1

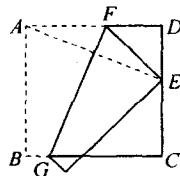


图 2

3. 若 a, b 都是正整数, 且 $143a+500b=2001$, 求 $a+b$ 的值.
4. 若有理数 x, y, z 满足 $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} + \sqrt{z-2} = \frac{1}{2}(x+y+z)$.
确定 $(x-yz)^3$ 的值.
5. 如图 2, 将边长为 12 厘米的正方形 $ABCD$ 折叠, 使得 A 点落在边 CD 上的 E 点, 然后压平得折痕 FG , 若 FG 的长为 13 厘米. 求线段 CE 的长.
6. 化简:

$$\begin{aligned} & \sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{7-2\sqrt{12}} + \sqrt{9-2\sqrt{20}} + \\ & \sqrt{11-\sqrt{30}} + \sqrt{13-2\sqrt{42}} + \sqrt{15-2\sqrt{56}} + \sqrt{17-2\sqrt{72}}. \end{aligned}$$

7. 将 1-2001 这二千零一个自然数依次写成一行, 组成一个新的自然数. 求新的自然数除以 9 的余数.

8. 已知实数 x, y 满足方程组

$$\begin{cases} x + xy + y = 2 + 3\sqrt{2} \\ x^2 + y^2 = 6, \end{cases}$$

求 $|x+y+1|$ 的值.

决 赛

一、填空题(满分 40 分, 每小题答对得 8 分)

1. 已知有理数 x 满足方程 $\frac{1}{2001 - \frac{x}{x-1}} = \frac{1}{2001}$, 则 $\frac{x^3 - 2001}{x^4 + 29} =$ _____.

2. 如图 3, 正方形 $ABCD$ 的面积是 64 平方厘米, 正方形 $CEFG$ 的面积是 36 平方厘米, DF 与 BG 相交于点 O . 则 $\triangle DBO$ 的面积等于 _____ 平方厘米.

3. 已知 $a^2 + b^2 = 6ab$ 且 $a > b > 0$, 则 $\frac{a+b}{a-b} =$ _____.

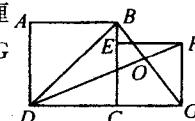


图 3

4. 化简下面的表达式

$$\left[6 + \frac{a - \sqrt[3]{131 + a^3} - \sqrt{17160}}{|a - \sqrt[3]{131 + a^3} - \sqrt{17160}|} \right]^4,$$

所得的结果等于 _____.

5. 在边长为 1 厘米的正三角形 $\triangle ABC$ 中, P_0 为 BC 边上一点, 作 $P_0P_1 \perp CA$ 于点 P_1 , 作 $P_1P_2 \perp AB$ 于点 P_2 , 作 $P_2P_3 \perp BC$ 于点 P_3 , 如果点 P_3 恰与点 P_0 重合, 则 $\triangle P_1P_2P_3$ 的面积是 _____ 平方厘米.

二、(满分 15 分) 证明恒等式:

$$a^4 + b^4 + (a+b)^4 = 2(a^2 + ab + b^2)^2.$$

三、(满分 15 分) 在六张纸片的正面分别写上整数 1, 2, 3, 4, 5, 6, 打乱次序后, 将纸片翻过来, 在它们的反面也随意分别写上 1—6 这六个整数, 然后计算每张纸片正面与反面所写数字之差的绝对值, 得出六个数, 请你证明: 所得的六个数中至少有两个是相同的.

四、(满分 15 分) 如图 4, 在等腰三角形 $\triangle ABC$ 中, 延长边 AB 到点 D , 延长边 CA 到点 E , 连接 DE , 恰有 $AD = BC = CE = DE$. 求证:

$\angle BAC = 100^\circ$.

五、(满分 15 分) 1 与 0 交替排列, 组成下面形式的一串数 101, 10101, 1010101, 101010101, ……

请你回答, 在这串数中有多少个质数? 并请证明你的论断.

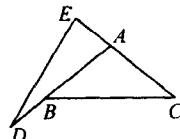


图 4



2002 年北京市初二数学竞赛试题

初 赛

一、选择题(满分 36 分)

1. $\frac{1}{2002} + \frac{1}{3003} - \frac{1}{4004} + \frac{1}{6006} - \frac{1}{8008} = (\quad)$.

- (A) $\frac{1}{6006}$ (B) $-\frac{3}{7007}$ (C) $\frac{5}{8008}$ (D) $-\frac{7}{9009}$

2. 2002 年 8 月, 将在北京召开国际数学家大会, 大会会标如图 1 所示, 它是由四个相同的直角三角形与中间的小正方形拼成的一个大正方形. 若大正方形的面积是 13, 小正方形的面积是 1, 直角三角形的较长直角边为 a , 较短直角边为 b , 则 $a^3 + b^4$ 的值等于() .

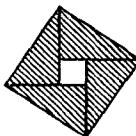


图 1

(A) 35 (B) 43 (C) 89 (D) 97

3. 若 $\underbrace{20022002\cdots2002}_{n个2002}15$ 被 15 整除, 则 n 的最小值等于().

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

4. 两个边长为 3, 4, 5 的直角三角形纸片, 可以拼成 n 种不同的凸四边形, 则 n 的值等于().

- (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3

5. 已知三角形三个内角的度数都是质数, 则这三个内角中必定有一个内角等于().

- (A) 2 度 (B) 3 度 (C) 5 度 (D) 7 度

6. $a^4 + 4$ 分解因式的结果是().

(A) $(a^2 + 2a - 2)(a^2 - 2a + 2)$ (B) $(a^2 + 2a - 2)(a^2 - 2a - 2)$

(C) $(a^2 + 2a + 2)(a^2 - 2a - 2)$ (D) $(a^2 + 2a + 2)(a^2 - 2a + 2)$

二、填空题(满分 64 分,每小题 8 分)

1. 计算: $(1+\sqrt{3})^{2002} - 2(1+\sqrt{3})^{2001} - 2(1+\sqrt{3})^{2000} = \underline{\hspace{2cm}}$

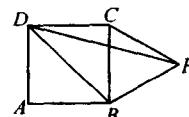
2. 如图 2, $AC = 10$, $BC = 17$, $CD \perp AB$ 于 D , $CD = \underline{\hspace{2cm}} = 8$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

3. 实数 a, b 满足 $ab \neq 0$, 且使得 $\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} = \frac{a+b}{1+a+b}$, 求 $a+b$ 的值.

4. 梯形 $ABCD$ 中, 下底 $BC = 10$ 厘米, 腰 $CD = 5.5$ 厘米, 如果 $\angle ABC = 50^\circ$, $\angle ADC = 100^\circ$, 求上底 AD 的长.

5. 已知实数 x, y, z 满足 $\frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y} = 1$, 求 $\frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y}$ 的值.

6. 如图 3, P 是边长为 8 的正方形 $ABCD$ 形外一点, $PB = PC$, $\triangle PBD$ 的面积等于 48, 求 $\triangle PBC$ 的面积.



7. 正数 m, n 满足 $m + 4\sqrt{mn} - 2\sqrt{m} - 4\sqrt{n} + 4n = 3$, 求 $\frac{\sqrt{m} + 2\sqrt{n} - 8}{\sqrt{m} + 2\sqrt{n} + 2002}$ 的值.

8. 一个正整数除以 5, 7, 9 及 11 的余数依次是 1, 2, 3, 4. 求满足上述条件的最小的正整数.

复 赛

一、填空题(满分 40 分,每小题答对得 8 分)

1. 已知 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 14 = 0$. 则 $(x - y - z)^{2002} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 如图 4, A 在线段 BG 上, $ABCD$ 和 $DEFG$ 都是正方形, 面积分别为 7 平方厘米和 11 平方厘米, 则三角形 CDE 的面积等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方厘米.

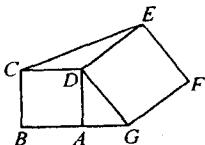


图 4

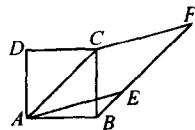


图 5

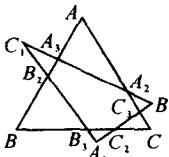
3. 化简: $\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 如图 5, $ABCD$ 是正方形, E 为 BF 上一点, 四边形 $AEFC$ 恰是一个菱形, 则 $\angle EAB = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 有 6 个学生, 每人拥有的书中没有相同的, 但每两个人都恰好有一本相同的书, 每本书也恰好两个学生拥有, 则这 6 个学生共有不同的书 $\underline{\hspace{2cm}}$ 本.

二、(满分 15 分) 已知 $abc \neq 0$, 证明: 四个数 $\frac{(a+b+c)^3}{abc}$, $\frac{(b-c-a)^3}{abc}$, $\frac{(c-a-b)^3}{abc}$, $\frac{(a-b-c)^3}{abc}$ 中至少有一个不小于 6.

三、(满分 15 分) $\triangle ABC$ 是正三角形, $\triangle A_1B_1C_1$ 的三条边 A_1B_1 , B_1C_1 , C_1A_1 交 $\triangle ABC$ 各边分别于 C_2 , C_3 , A_2 , A_3 , B_2 , B_3 , 如图 6 所示, 已知 $A_2C_3 = C_2B_3 = B_2B_3$ 且 $C_2C_3^2 + B_2B_3^2 = A_2A_3^2$, 请你证明: $A_1B_1 \perp C_1A_1$.



四、(满分 15 分) 从三位数 100, 101, 102, ..., 499, 500 中任意取出 n 个不同的数, 使得总能找到其中三个数, 它们的数字和相同. 试确定 n 的最小值, 并说明理由.

图 6

五、(满分 15 分) 能够找到这样的四个正整数, 使得它们中任两个数的积与 2002 的和都是完全平方数吗? 若能够, 请举出一例; 若不能够, 请说明理由.



2003 年北京市初二数学竞赛试题

初 赛

一、选择题(满分 36 分)

1. $2003 + 2003 \times 2003 - 2003 \div 2003$ 的值是

(A)4065

(B)2003

(C)4014011

(D)8014017

2. 如图 1, 在由单位正方形组成的网格图中
标出了 AB, CD, EF, GH 四条线段, 其中能构成
一个直角三角形三边的线段是

(A) CD, EF, GH (B) AB, CD, EF (C) AB, CD, GH (D) AB, EF, GH

3. 已知 $\frac{x}{a-b} = \frac{y}{b-c} = \frac{1}{c-a}$, 则 $x+y$ 的值等

于

(A) 0 (B) -1 (C) 1 (D) 0.5

4. 平面内的 7 条直线任两条都相交, 交点数最多有 a 个, 最少有 b 个. 则 $a+b$ 等于

(A) 42 (B) 41 (C) 21 (D) 22

5. 已知 $a-b=5$ 且 $c-b=10$, 则 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ 等于

(A) 105 (B) 100 (C) 75 (D) 50

6. 存在这样的有理数 a, b, c 满足 $a < b < c$, 使得分式 $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}$ 的值等于

(A) -2003 (B) 0

(C) 2003 (D) $-\sqrt{2003}$

二、填空题(满分 64 分)

1. 大、中、小三个正整数, 大数与中数之和等于 2003, 中数减小数之差等于 1000. 试确定这三个正整数的和.

2. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, 高线 $AD=\frac{1}{2}BC$, AE 为 $\angle BAC$ 的平分线, 确定 $\angle EAD$ 的度数.

3. 已知 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ 是彼此互不相等的正整数, 它们的和等于 159, 求其中最小数 a_1 的最大值.

4. 四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB+CD=12$, $AD+BC=8$, M 为 $\angle A$ 的平分线和 $\angle B$ 的平分线的交点, N 为 $\angle C$ 的平分线和 $\angle D$ 的平分线的交点, 求 MN 的长.

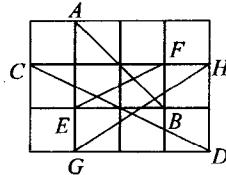


图 1

5. 若 x, y 是实数, 且 $m = x^2 - 4xy + 6y^2 - 4x - 4y$, 确定 m 的最小值.

6. 如图 2, 四边形 ABCD 中, $AB = BC = CD$, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle BCD = 150^\circ$, 求 $\angle BAD$ 的度数.

7. 兄弟二人养了一群羊. 当每只羊的价钱(以元为单位)的数值恰等于这群羊的只数时, 将这群羊全部卖出. 兄弟二人平分卖羊得来的钱; 哥哥先取 10 元, 弟弟再取 10 元; 这样依次反复进行. 最后, 哥哥先取 10 元, 弟弟再取不足 10 元. 这时哥哥将自己的一顶草帽给了弟弟, 兄弟二人所得的钱数相等. 问这顶草帽值多少钱?

8. 已知 a, b 均为正数, 且 $a+b=2$, 求 $u = \sqrt{a^2+4} + \sqrt{b^2+1}$ 的最小值.

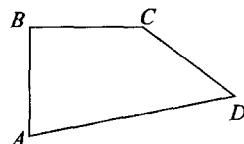


图 2

复 赛

一、填空题(满分 40 分)

1. 若 $(2x-1)^5 = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$, 则 $a_2 + a_4 =$ _____.

2. 在 $\triangle ABC$ 中, M 是 AC 边的中点, P 为 AM 上一点, 过 P 作 $PK \parallel AB$ 交 BM 于 X , 交 BC 于 K . 若 $PX=2$, $XK=3$, 则 $AB=$ _____.

3. a, b, c 是非负实数, 并且满足 $3a+2b+c=5$, $2a+b-3c=1$, 设 $m=3a+b-7c$, 记 x 为 m 的最小值, y 为 m 的最大值, 则 $xy=$ _____.

4. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, $AB=\sqrt{2}$, $AD=\sqrt{6}$, $AC=\sqrt{26}$, 则 $\angle ABC=$ _____.

5. 已知 $xyz=1$, $x+y+z=2$, $x^2+y^2+z^2=16$, 则 $\frac{1}{xy+2z} + \frac{1}{yz+2x} + \frac{1}{zx+2y}=$ _____.

二、(满分 15 分) 如果正数 a, b, c 满足 $a+c=2b$. 求证:

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} = \frac{2}{\sqrt{c}+\sqrt{a}}.$$

三、(满分 15 分) 一个直角三角形的边长都是整数, 它的面积和周

长的数值相等. 试确定这个直角三角形三边的长.

四、(满分 15 分) 以 $\triangle ABC$ 的三边为边向外分别作正方形 $ABDE$, $CAFG$, $BCHK$, 连接 EF , GH , KD , 如图 3. 求证: 以 EF , GH , KD 为边可以构成一个三角形, 并且所构成的三角形的面积等于 $\triangle ABC$ 面积的 3 倍.

五、(满分 15 分) 13 位小运动员, 他们着装的运动服号码分别是 1~13 号. 问: 这 13 名运动员能否站成一个圆圈, 使得任意相邻的两名运动员号码数之差的绝对值都不小于 3 且不大于 5? 如果能, 试举一例; 如果不能, 请说明理由.

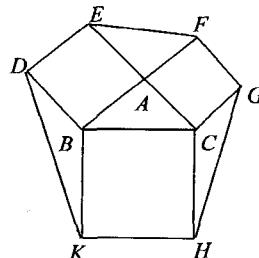


图 3



2004 年北京市初二数学竞赛试题

初 赛

一、选择题(每小题 6 分, 共 36 分)

1. 若 $2004 - 200.4 + (-20.04) = x + 2.004$, 则 $x = (\quad)$.

(A) 2182.356 (B) 1821.636

(C) 1785.564 (D) 1781.556

2. 如图 1, $CD \parallel BE$. 则 $\angle 2 + \angle 3 - \angle 1 = (\quad)$.

(A) 90° (B) 120° (C) 150° (D) 180°

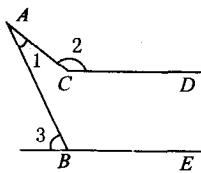


图 1

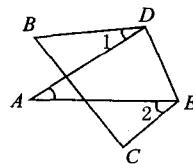


图 2

3. 如图 2, 将纸片 $\triangle ABC$ 沿着 DE 折叠压平. 则 $\angle A = (\quad)$.

(A) $\angle 1 + \angle 2$ (B) $\frac{1}{2}(\angle 1 + \angle 2)$