



平行数据模型及其在 经济分析中的应用

PINGXING SHUJU MOXING JIQI ZAI JINGJI FENXIZHONG DE YINGYONG

任燕燕 / 著



经济科学出版社
Economic Science Press

平行数据模型及其在经济 分析中的应用

任燕燕 著

经济科学出版社

责任编辑：吕 萍 马金玉

责任校对：徐领弟

版式设计：代小卫

技术编辑：李长建

平行数据模型及其在经济分析中的应用

任燕燕 著

经济科学出版社出版、发行 新华书店经销

社址：北京海淀区阜成路甲 28 号 邮编：100036

总编室电话：88191217 发行部电话：88191540

网址：[www. esp. com. cn](http://www.esp.com.cn)

电子邮件：[esp@ esp. com. cn](mailto:esp@esp.com.cn)

富达印刷厂印刷

华丰装订厂装订

880 × 1230 32 开 4.5 印张 120000 字

2006 年 8 月第一版 2006 年 8 月第一次印刷

印数：0001—2000 册

ISBN 7 - 5058 - 5682 - 0/F · 4941 定价：8.00 元

(图书出现印装问题，本社负责调换)

(版权所有 翻印必究)

目 录

第 1 章 绪论	(1)
1.1 平行数据模型的优点	(2)
1.2 平行数据模型的局限性	(3)
1.3 本书主要内容安排	(5)
第 2 章 平行数据模型	(8)
2.1 平行数据模型的模型设定	(8)
2.2 平行数据模型的参数估计	(13)
2.3 几种特殊的平行数据模型的探讨	(24)
2.4 固定效应模型与随机效应模型的选择	(30)
2.5 实证分析	(32)
第 3 章 动态平行数据模型	(35)
3.1 动态平行数据模型的模型设定	(36)
3.2 动态平行数据模型的参数估计	(45)
3.3 利用 Monte - Carlo 方法模拟比较模型参数的 最小二乘 (OLS) 与工具变量 (TOOL) 估计方法	(53)
第 4 章 平行数据模型的异方差问题	(62)
4.1 预备知识	(63)

4.2	一般平行数据模型的异方差问题	(68)
4.3	截面内时间序列误差项服从 ARCH 分布的平行 数据异方差问题	(80)
第 5 章 平行数据模型的单位根检验方法		(89)
5.1	预备知识	(90)
5.2	平行数据模型的单位根检验	(99)
5.3	平行数据模型单位根检验的非参数检验方法	(104)
第 6 章 平行数据模型在经济分析中的应用		(109)
6.1	建立山东省烟草销售模型	(109)
6.2	利用平行数据模型研究中国 20 个省市消费、 收入之间的关系	(113)
6.3	中国保险业发展与经济增长关系的实证分析	(118)
参考文献		(129)
备注		(133)

第 1 章 绪 论

平行数据 (Panel Data) 指在时间序列上取多个截面, 在这些截面上同时选取样本观测值所构成的样本数据。也就是把截面和时间序列数据融合在一起的数据。

最著名的两组平行数据是 NLS (the national longitudinal surveys of labor market experience) 和 PSID (the university of Michigan's panel study of income dynamics)。NLS 包含了劳动力中显著要素的 5 组单独的平行数据: 1966 年 45 ~ 59 岁的男人, 1966 年 14 ~ 24 岁的年轻男人, 1967 年 30 ~ 44 岁的女人, 1968 年 14 ~ 24 岁的年轻女人, 1979 年 14 ~ 21 岁的年轻人 (男女均包括)。前四组已经被定期采访了 15 年。对年轻组的采访一年一次, 持续 6 年。PSID 的平行数据开始于 1968 年至现在, 每年从大约 6000 个企业和 15 000 个个体中收集经济信息, 这组数据包括了超过 5000 个的变量, 例如就业、收入、人力资本及住房、工作、旅行、迁移等信息的变量。这些平行数据已经于 1981 年被 borus 编成目录 (参见 ashenfelter and solon (1982))。

平行数据模型是一类线性经济模型, 这些模型可以看做协变量的双向设计。如:

$$y_{it} = \sum_{k=1}^p x_{itk} \beta_k + u_{it}, i = 1, 2, \dots, N, t = 1, 2, \dots, T$$

其中: N 是横截面的个数; T 是每一横截面上时间序列的长度; p 是外生的或自变量的个数。

近 20 年来, 平行数据模型在计量经济学理论方法方面取得了重要发展, 新方法、新观点层出不穷。在经济分析中, 平行数据模

型起着只利用截面数据或只利用时间序列数据模型不可替代的作用，它具有很高的应用价值。

1.1 平行数据模型的优点

相对只利用截面数据和只利用时间序列数据进行经济分析而言，平行数据模型具有许多优点。

第一，它通常提供给研究者大量的数据点，这样就增加了自由度并减少了解释变量之间的共线性，从而改进了计量经济估计的有效性。

第二，也是比较重要的一点就是，平行数据模型可以从多层次分析经济问题。例如，假定一个已婚妇女的横截面样本中有一个 50% 的每年劳动参与率。一方面，这个信息可以被认为是暗示了每个妇女在任一个给定的年度都有 50% 的机会成为劳动力大军中的一员，从另一个方面它也可能暗示了有 50% 的妇女经常工作，50% 的从不工作。在第一种情况下，每个结了婚的妇女都被预期花费一半的时间在劳动上，一半的时间不在劳动上。在第二种情况下，反映了妇女参加工作的可能性。为了区分这两种情况，只有在我们拥有一些个体变量的连续观测值时才是可行的，也就是需要利用平行数据模型才能区分这两种情况。再例如，分析我国的结构性失业问题，它既受到各地区产业结构的影响，也受到国家在各个时期的宏观政策的影响。只利用截面数据，即选择同一时间上不同省市的数据作为样本观测值，可以分析各省市不同的产业结构对结构性失业的影响，但是不能分析国家的宏观政策对各省市结构性失业的影响；只利用时间序列数据，即选择同一省市或者全国在不同时间上的数据作为样本观测值，可以分析国家的宏观政策对结构性失业的影响，但是不能分析不同的产业结构对结构性失业的影响。如果采用平行数据模型，即在不同的时间上选择不同省市的数据作为样本观测值，无疑既可以分析不同的产业结构对结构性失业的影

响,也可以分析国家的宏观政策对结构性失业的影响。

第三,截面变量和时间变量的结合信息能够显著地减少不可观测变量所带来的问题。例如考虑一个简单的回归模型:

$$y_{it} = \alpha + \beta'x_{it} + \gamma'z_{it} + u_{it}, \quad i=1, 2, \dots, N, \quad t=1, 2, \dots, T \quad (1.1)$$

其中 x_{it} 、 z_{it} 分别是 $k_1 \times 1$ 和 $k_2 \times 1$ 维的向量自变量, α 、 β 、 γ 分别是 1×1 , $k_1 \times 1$, $k_2 \times 1$ 维的常数向量, u_{it} 独立同分布, 均值为零, 方差为 σ_u^2 。大家知道, 若 y_{it} 对 x_{it} 和 z_{it} 做回归, 利用最小二乘 (OLS) 估计可以得到 α 、 β 、 γ 的无偏且一致的估计。现在若 z_{it} 值观测不到, 并且 x_{it} 与 z_{it} 之间的协方差非零, 则参数的最小二乘估计值是有偏的。若可以得到一组重复的观测, 我们就能避免 z 观测值的影响。若对所有的 t , $z_{it} = z_t$, 可以通过单个观测值对时间作一阶差分得到:

$$y_{it} - y_{i,t-1} = \beta'(x_{it} - x_{i,t-1}) + (u_{it} - u_{i,t-1}), \quad i=1, 2, \dots, N, \quad t=1, 2, \dots, T \quad (1.2)$$

类似地, 若对所有的 i 有 $z_{it} = z_t$, 可以通过对一段时期内的均值作差分:

$$y_{it} - \bar{y}_t = \beta'(x_{it} - \bar{x}_t) + (u_{it} - \bar{u}_t), \quad i=1, 2, \dots, N, \quad t=1, 2, \dots, T \quad (1.3)$$

其中 $\bar{y}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{it}$, $\bar{x}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{it}$, $\bar{u}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_{it}$ 。

对 (1.2)、(1.3) 式作回归, 由普通最小二乘 (OLS) 估计方法得到 β 的无偏和一致的估计。假如我们仅有截面数据 ($T=1$), 或者仅有时间序列数据 ($N=1$), 不能作以上的转换, 也就得不到 β 的无偏和一致的估计, 除非找到与 x 相关但与 u 和 z 不相关的工具变量。

1.2 平行数据模型的局限性

平行数据模型除具备以上优点外, 还有许多局限性:

第一，模型设定错误与数据收集不慎将引起较大偏差。由于平行数据模型由两维的数据（横截面和时间）构成，如果模型设定或数据收集不正确将造成较大的偏差，使估计结果与实际相差甚远。由于多数平行数据来自经济活动的复杂过程，若假设经济变量 y 在每个时点上都是由参数化的概率分布函数 $P(y/\beta)$ (β 为参数) 生成的，实际上是不现实的。忽视数据在横截面或时间上的本质差异，可能会导致参数估计非一致或使估计出的参数无意义。我们一般建立的平行数据模型为： $y_{it} = \alpha + x_{it}\beta + u_{it}$ ， $i = 1, 2, \dots, N$ ， $t = 1, 2, \dots, T$ ，而事实上截面之间数据结构可能会出现以下三种情况：

①截距不同 ($\alpha_i \neq \alpha_j$)，但斜率相同 ($\beta_i = \beta_j$)；

②截距相同 ($\alpha_i = \alpha_j$)，但斜率不同 ($\beta_i \neq \beta_j$)；

③截距与斜率都不同 ($\alpha_i \neq \alpha_j$ ， $\beta_i \neq \beta_j$)。

其中 $i \neq j$ ， $i = 1, 2, \dots, N$ ， $t = 1, 2, \dots, T$ 。

可见由于经济活动中的数据结构复杂多变，而我们的平行数据模型如果选择了截面间相同的结构，就造成了参数估计结果与实际真值相背离的结果，并且会导致参数估计非一致或使估计出的参数无意义。

第二，在研究截面或平行数据时，由于样本非随机造成观测值的偏差，经济活动中的数据，往往为了某种目的给样本加上某些限制，从而导致模型选择上的偏差。例如，我们研究不同人的收入 (y) 随着时间的推移与教育程度 (x) 的关系：

$$y_{it} = x_{it}\beta + u_{it}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (1.4)$$

实际研究问题的过程中加上这样的限制：只研究收入低于 L 的人。由于加上了限制，使用的是 L 线下面的样本，拟合直线是下面的那条直线，而实际回归线应该是上面的那条直线，可见由于利用了非随机样本导致估计的偏移，如图 1-1 所示。

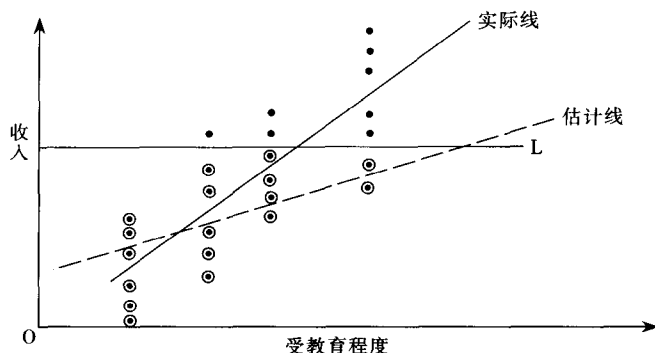


图 1-1

第三，典型的平行数据是时间序列的观测值较少，而横截面个数很多的数据。随着平行数据的发展，现在的平行数据模型也倾向于研究截面的个数较少而时间序列观测值较多的数据。因此有效地利用观测值较多的一维信息和它与观察值较少的另一维之间的变化关系，去最有利地估计公共的参数是我们必须注意的问题。

1.3 本书主要内容安排

本书共分6章。

第1章绪论，主要介绍平行数据模型的优点、缺点及其存在的局限性；并简要介绍了本书的主要内容及安排。

第2章平行数据模型，在一种方式（one-way）的方差成分框架下，介绍了模型设定的协方差分析方法，模型为：

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it}\beta + u_{it}, \quad u_{it} = \mu_i + v_{it},$$

$$i = 1, 2, \dots, N, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (1)$$

即模型误差项 u_{it} 中包括随机扰动因素 v_{it} 与截面效应因素 μ_i ；概括、总结了固定效应模型与随机效应模型的参数估计方法；介绍了含个体属性变量模型、同时包含截面效应与个体时间效应模型、随机误

差项序列相关模型的处理方法；介绍了选择随机效应模型与固定效应模型的检验方法；并通过建立中国二十个省市的消费函数模型进行了实证分析。

第3章动态平行数据模型，本章将数据生成过程为一阶自回归的时间序列： $y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$, $\varepsilon_t \sim i \cdot i \cdot d(0, \sigma^2)$, $t = 1, 2, \dots, T$ 的大样本性质推广到动态平行数据模型中，在固定效应模型中构造并证明了模型设定的 F 统计量；在随机效应模型中构造模型设定的似然比检验统计量。在两种模型中都总结了参数估计方法，并利用 Monte - Carlo 随机模拟的方法比较了两种模型中最小二乘估计 (OLS) 方法与工具变量估计 (Tool) 方法的效果。

第4章平行数据模型的异方差问题，本章在 Mazodier 和 Trognon (1978) 和 Baltagi 和 Griffin (1988a) 工作的基础上，总结并推广了一般平行数据模型异方差问题的参数估计方法，在模型 (1) 中放松 μ_i , v_{it} 的方差相等的假定，考虑下面三种情况：

$$(a) \mu_i \sim (0, w_i^2), v_{it} \sim i \cdot i \cdot d(0, \sigma^2)$$

$$(b) \mu_i \sim i \cdot i \cdot d(0, w_i^2), v_{it} \sim (0, \sigma_i^2)$$

$$(c) \mu_i \sim (0, w_i^2), v_{it} \sim (0, \sigma_i^2)$$

利用模型误差项的协方差矩阵的谱分解技巧，首先给出三种异方差情况下似然函数的表达式，从而可以利用极大似然估计方法进行参数估计，并用似然比检验的方法进行模型设定；再把本来需要通过广义最小二乘 (GLS) 方法进行的参数估计转化为由普通最小二乘 (OLS) 估计方法来完成，使运算过程简化；考虑异方差因素，建立了中国五个省市的城镇居民人均年生活费支出与城镇居民人均年可支配收入的线性模型。将利用矩阵谱分解的技巧得到的平行数据异方差的估计方法与极大似然估计方法，以及一般平行数据模型中同方差的估计方法进行了比较。尤其考虑了横截面内误差项服从 ARCH 分布的平行数据异方差问题，让模型 (1) 中的 v_{it} 服从 ARCH 分布，考虑下面两种情况：

$$(i) \mu_i \sim i \cdot i \cdot d(0, w_i^2), v_{it} \sim \text{ARCH}(q)$$

(ii) $\mu_i \sim i \cdot i \cdot d(0, w_i^2)$, $v_{it} \sim \text{ARCH}(q)$

利用模型误差项的协方差矩阵谱分解的技巧给出参数的一致估计。

第5章平行数据模型的单位根检验方法，本章总结了时间序列单位根检验方法与平行数据模型的单位根检验方法；结合 Peter C. B. Phillips (1987) 的时间序列单位根的非参数 Z 检验方法与平行数据模型单位根的 IPS 检验方法，对横截面内误差项存在 L 阶自相关关系的平行数据模型提出了单位根的非参数检验方法。并利用 Monte - Carlo 模拟方法计算了截面内误差项服从一阶自回归（自相关阶数 $L=1$ ）且自回归系数 $\theta=0.8$ 时 $Z(\bar{t})$ 统计量的均值与方差的估计值；又通过随机模拟计算将这个方法与 LL 检验方法进行了比较。得到的结论是：在平行数据模型的误差项是一阶自回归且自回归系数 $\theta=0.8$ 时，非参数单位根检验方法明显优于 LL 检验方法。

第6章平行数据模型在经济分析中的应用，第一个应用是建立山东省烟草销售模型；第二个应用是利用平行数据模型研究中国 20 个省市消费、收入之间的关系；第三个应用是中国保险业发展与经济增长关系的实证分析。

第2章 平行数据模型

本章在方差成分模型的框架下，考虑平行数据模型设定与参数估计问题，模型为：

$$y_{it} = \alpha + \beta x_{it} + u_{it}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (2.1)$$

一种方式（one-way）的方差成分模型为： $u_{it} = \mu_i + v_{it}$

两种方式（two-way）的方差成分模型为： $u_{it} = \mu_i + \lambda_t + v_{it}$

其中 μ_i 表示截面效应； λ_t 表示时间效应； v_{it} 表示随机扰动项。为了便于说明问题，只讨论一种方式的方差成分模型。

平行数据模型根据横截面单位与整体所有单位的关系划分为固定效应模型与随机效应模型。

2.1 平行数据模型的模型设定

平行数据由两维的数据构成，如果模型设定不正确，将造成较大的偏差，估计结果与实际将相差甚远。所以，在建立平行数据模型时，必须控制不可观察的个体和时间的特征，以避免模型设定的偏差并改进参数估计的有效性。如果可获得的数据是来自简单可控的实验，则可以应用标准统计方法，不过多数平行数据是来自经济活动的复杂过程。忽视平行数据在横截面或时间上参数的本质差异，可能会导致参数估计不是一致估计或估计出的参数无意义（如图2-1、图2-2所示）。

图2-1、图2-2中虚线圈代表个体一段时间内的数据，短虚直线代表个体回归线，长实直线代表 $y_{it} = \alpha + \beta x_{it} + u_{it}$ 的回归线。图2-1显示参数 α_i 在不同横截面不同，但 β_i 在不同横截面上相

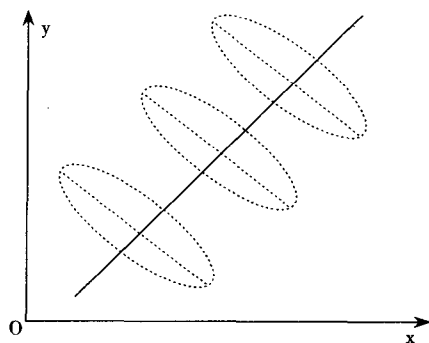


图 2-1 截面之间截距不同而斜率同的情况

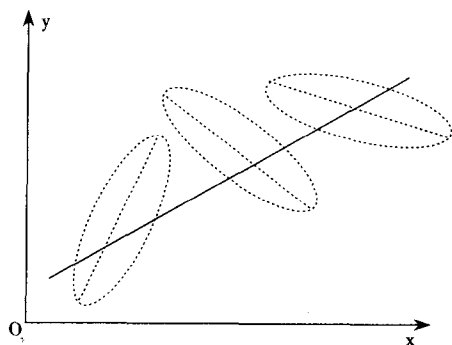


图 2-2 截面之间截距与斜率都不同的情况

同；图 2-2 显示参数 α_i 与 β_i 在不同横截面上都不相同。对以上情况若建立模型 $y_{it} = \alpha + \beta x_{it} + u_{it}$, $i = 1, 2, \dots, N$, $t = 1, 2, \dots, T$, 则参数的最小二乘估计将不可能是一致估计, 也可能估计出的参数无意义。

Cheng Hsiao (1986) 提出利用平行数据模型进行经济分析时, 应该首先对模型做如下 3 个假设检验, 来确定回归模型 $y_{it} = \alpha_i +$

$\beta_i'x_{it} + u_{it}$ 中参数 α_i 与 β_i 在不同横截面上是否相同, 然后再估计参数。

2.1.1 固定效应 (fixed-effects) 模型的模型设定

当横截面的单位是总体的所有单位时, 固定效应模型是一个合理的模型, 模型为:

$$y_{it} = \alpha + x_{it}\beta + \mu_i + v_{it} \quad i=1, 2, \dots, N, t=1, 2, \dots, T \quad (2.2)$$

其中, x_{it} 是 $1 \times k$ 维向量; β 是 $k \times 1$ 维向量; μ_i 是反映截面间差异的不同的常数; v_{it} 是随机误差项, 且 $v_{it} \sim i.i.dN(0, \sigma_v^2)$

这样横截面之间的差异可以通过常数 μ_i 的不同来说明。

通常为方便起见, 在固定效应模型中记: $\alpha_i = \alpha + \mu_i$

根据前面的讨论, 固定效应模型需在下面四个模型中通过构造假设检验来选择。

(a) $y_{it} = \alpha + x_{it}\beta + v_{it}, i=1, 2, \dots, N, t=1, 2, \dots, T。$

(b) $y_{it} = \alpha_i + x_{it}\beta + v_{it}, i=1, 2, \dots, N, t=1, 2, \dots, T。$

(c) $y_{it} = \alpha + x_{it}\beta_i + v_{it}, i=1, 2, \dots, N, t=1, 2, \dots, T。$

(d) $y_{it} = \alpha_i + x_{it}\beta_i + v_{it}, i=1, 2, \dots, N, t=1, 2, \dots, T。$

第一个假设检验, 原假设 H_0 : 对所有的 i 和 j , 都有 $\alpha_i = \alpha_j$,

$$\beta_i = \beta_j,$$

备择假设 H_1 : 存在 $i \neq j$, 使得 $\alpha_i \neq \alpha_j$ 或者

$$\beta_i \neq \beta_j。$$

第二个假设检验, 原假设 H'_0 : 对所有的 i 和 j , 都有 $\beta_i = \beta_j$,

备择假设 H'_1 : 存在 $i \neq j$, 使得 $\beta_i \neq \beta_j。$

第三个假设检验, 原假设 H''_0 : 对所有的 i 和 j , 都有 $\alpha_i = \alpha_j$,

备择假设 H''_1 : 存在 $i \neq j$, 使得 $\alpha_i \neq \alpha_j。$

首先进行第一个假设检验, 若接受 H_0 , 就选择模型 (a); 若拒绝了 H_0 , 再进行第二个假设检验; 若接受了 H'_0 , 就选择模型 (b); 若拒绝了 H'_0 , 再进行第三个假设检验; 若接受了 H''_0 , 就选择模型 (c), 否则选择模型 (d)。

一般利用协方差分析的方法进行模型检测。

模型 (a) 参数的最小二乘估计为：

$$\hat{\beta} = T_{xx}^{-1} T_{xy}, \quad \hat{\alpha} = \bar{y} - \bar{x} \hat{\beta}$$

$$\text{其中: } T_{xx} = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x})' (x_{it} - \bar{x})$$

$$T_{xy} = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x})' (y_{it} - \bar{y})$$

$$T_{yy} = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (y_{it} - \bar{y})^2$$

则模型 (a) 的残差平方和 $S_1 = T_{yy} - T_{xy}' T_{xx}^{-1} T_{xy}$ 。

模型 (b) 参数的最小二乘估计为：

$$\hat{\beta} = W_{xx}^{-1} W_{xy}, \quad \hat{\alpha}_i = \bar{y}_i - \bar{x}_i \hat{\beta}$$

$$\text{其中: } W_{xx} = \sum_{i=1}^N W_{xx, i}, \quad W_{xy} = \sum_{i=1}^N W_{xy, i}, \quad W_{yy} = \sum_{i=1}^N W_{yy, i}。$$

则模型 (b) 的残差平方和 $S_2 = W_{yy} - W_{xy}' W_{xx}^{-1} W_{xy}$ 。

模型 (c) 参数的最小二乘估计为：

$$\hat{\beta}_i = W_{xx, i}^{-1} W_{xy, i}$$

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T x_{it} \beta_i}{NT}$$

则模型 (c) 的残差平方和 $S_3 = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (y_{it} - \hat{\alpha} - x_{it} \hat{\beta}_i)^2$

模型 (d) 参数的最小二乘估计为：

$$\hat{\beta}_i = W_{xx, i}^{-1} W_{xy, i}, \quad \hat{\alpha}_i = \bar{y}_i - \bar{x}_i \hat{\beta}_i$$

$$\text{其中: } W_{xx, i} = \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i)' (x_{it} - \bar{x}_i)$$

$$W_{xy, i} = \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i)' (y_{it} - \bar{y}_i)$$

$$W_{yy, i} = \sum_{t=1}^T (y_{it} - \bar{y}_i)^2$$

则第 i 个截面模型估计的残差平方和是 $SSE_i = W_{yy, i} - W'_{xy, i} W_{xx, i}^{-1} W_{xy, i}$

模型 (d) 估计的残差平方和 $S_4 = \sum_{i=1}^N SSE_i$

注: $\bar{y}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{it}$, $\bar{x}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{it}$, $\bar{y} = \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T y_{it}$, $\bar{x} = \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T x_{it}$ 。

利用协方差分析的方法进行假设检验, 构造如下的 F 统计量:

(1) $S_4/\sigma_v^2 \sim \chi^2 [N(T-k-1)]$

(2) 在 H_0 下, $S_1/\sigma_v^2 \sim \chi^2 [NT - (k+1)]$ 和 $(S_1 - S_4)/\sigma_v^2 \sim \chi^2 [(N-1)(k+1)]$

(3) $(S_1 - S_4)/\sigma_v^2$ 与 S_4/σ_v^2 独立

得到第一个假设检验的 F 统计量:

$$F_1 = \frac{(S_1 - S_4)/[(N-1)(k+1)]}{S_4/[NT - N(k+1)]} \\ \sim F[(N-1)(k+1), N(T-k-1)]$$

(4) 在 H'_0 下, $S_2/\sigma_v^2 \sim \chi^2 [N(T-1) - k]$, $(S_2 - S_4)/\sigma_v^2 \sim \chi^2 [(N-1)k]$

(5) $(S_2 - S_4)/\sigma_v^2$ 与 S_4/σ_v^2 独立

得到第二个假设检验的 F 统计量:

$$F_2 = \frac{(S_2 - S_4)/[(N-1)k]}{S_4/[NT - N(k+1)]} \sim F[(N-1)k, N(T-k-1)]$$

(6) 在 H''_0 下, $S_3/\sigma_v^2 \sim \chi^2 (NT - Nk - 1)$, $(S_3 - S_4)/\sigma_v^2 \sim \chi^2 (N-1)$

(7) $(S_3 - S_4)/\sigma_v^2$ 与 S_4/σ_v^2 独立。

得到第三个假设检验的 F 统计量:

$$F_3 = \frac{(S_3 - S_4)/(N-1)}{S_4/[NT - N(k+1)]} \sim F[(N-1), NT - N(k+1)]$$