江苏省中小学幼儿园教师自学考试系列教材

小学数学理论基础(上册)

江苏省小学教师自学考试小学教育专业教材编写组

苏 州 大 学 出 版 社

小学数学理论基础

江苏省小学教师自学考试
小学教育专业教材编写组

主编：洪修仁

苏州大学出版社

江苏省小学教师自学考试
小学教育专业系列教材编委会

主　任：周德藩

副主任：张　行　吴上欣　孙征龙

委　员：(按姓氏笔画为序)

王存信　王铁军　丰家骅　毛毓球
叶水涛　左宗明　江忠霖　刘修文
朱嘉耀　沈世江　金学智　洪修仁
袁永椿　徐定华　曹金林　彭坤明

编 写 说 明

根据国家教委教师［1992］5号文件精神，省教委于1992年11月制定印发了《江苏省中小学教师自学考试暂行办法》，决定自1993年始开设中小学教师自学考试系列，旨在加快中学教师学历培训步伐和小学、幼儿园教师提高学历层次培训步伐，以适应我省实施九年制义务教育和提高基础教育质量的需要。

按照省颁自学考试计划要求，小学教师自学考试小学教育专业（专科）共开考17门课程（每人必考12门）。其中除《马克思主义哲学》、《写作》课程的教材已完成编写任务，《小学语文教学研究》、《小学数学教学研究》选用有关教材外，其余的《小学教育学》、《小学心理学》、《美学基础》、《普通逻辑》、《教育科学研究方法》、《中国古代文学》、《中国现当代文学》、《外国文学》、《汉语》、《大学语文》、《高等数学》、《数学思想方法》、《小学数学理论基础》等13门课程均需编写相应教材。为了保证小学教师自学考试工作的顺利开展，我们组建了由省市教育学院、中等师范学校、教师进修学校等单位教学人员参加的小学教育专业（专科）教材编写组，编写组成员均为长期从事师范教育的教师，具有丰富的教学经验，且在本学科理论上有一定造诣。

这套小学教师自学考试教材的编写，注意突出面向小学教育的鲜明特点，既立足当前，从小学教育的实际需要出发，又着眼长远，贯彻“三个面向”的指导思想，努力吸取国内外最新研究成果。使小学教师通过自学考试，在总体上达到师范院校同类专

业专科毕业水平。同时这套教材附有学习要求、重点提示和思考练习题等，以适于学员自学。这套教材不仅是我省小学教师自学考试的指定教材，也可作为我省小学教育专业专科进修班的使用教材，还可作为广大小教研究人员、教学人员的参考资料。

《小学数学理论基础》主要内容包括：基本概念；数系理论初步；数的整除性；同余；不定方程初步；一元多项式；行列式、矩阵与线性方程组。这些都是科学研究、生产实践中常遇到的基本知识，是一个跨世纪的小学教师所必需掌握的基础。

该书在内容的选取与编写的形式上都广泛地征求了小学教师以及从事教师培训工作同志的意见。我们力求突出面向小学教育的特点。选材注意与中等师范课程的衔接，注意教材的系统性、科学性。在编写形式上我们致力于方便学员自学，叙述力求准确、精练、易懂。为了帮助读者加深理解，我们给出了较多的例子。

每章开始都概述了本章内容，每章后面都有小结。做练习是学习数学的一个重要方面，我们给予了足够的重视。在每节后面都安排了帮助复习巩固用的习题，而在每章末都安排了少量复习题，这些一般要求在掌握本章知识的基础上完成。为了帮助学员自学，在书末对绝大多数习题、复习题都给出了解答或提示。

为了使该书有广泛的适用性，并可作为大专班的教材，我们编进了自学考试大纲以外的部分内容，这些内容都用"*"标出。

该书由洪修仁主编，由金成樑、陈鼎、洪修仁、李泰祺编写，具体分工如下：

第一章	金成樑
第二章	陈　鼎
第三章至第五章	洪修仁
第六章、第七章	李泰祺

初稿写成后，经编写组成员相互交叉审稿，提出修改意见，由作者自行修改，然后交主编终审、统稿成书。

由于编者水平与经验有限，书中缺点、错误在所难免，敬请广大读者与教师批评指正。

江苏省教育委员会师范教育处
江苏省中小学教师自学考试办公室
1995年1月

目　录

第一章　基本概念

集合与映射都是数学中的基本概念。现代数学的几乎一切分支都运用它们的语言、理论和方法。本章在复习集合与映射初步知识的基础上，进一步学习集合的一些基本知识，并介绍代数运算等概念。

§1.1　集合与映射的初步知识

一　集合的概念

1. 集合和它的元素

集合论的创始人**康托**对集合的概念是这样阐述的：把若干确定的、有区别的事物合并起来，看做一个整体，就称为一个**集合**（简称**集**）. 组成集合的每一个事物称为这个集合的**元素**.

关于集合的概念，要注意以下几点：

(1)集合中的元素必须是确定的；

(2)集合中的元素必须是互异的.

通常用大写字母 $A,B,C,\cdots$ 等表示集合，用小写字母 $a,b,c,\cdots$ 等表示集合的元素. “a 是 A 的元素”记作“$a\in A$”，“$\in$”读作“属于”，“b 不是 A 的元素”可记作“$b\notin A$”.

在集合论中，“集合”和“属于”都是不定义的概念，它们要受一些公理的制约，并且从公理系统出发，推演出集合的各种性质. 但在中小学数学中，只是以朴素的观点，在日常经验的基础上，对集

合概念作直观的描述.

元素是数的集合叫做**数集**. 通常用 N 表示自然数集,用 Z 表示整数集,用 Q 表示有理数集,用 R 表示实数集.

2. 集合的表示法

因为集合是由构成它的元素所确定的,所以表示一个集合时,就要以某种方式说明构成该集合的元素是哪些.

常用的表示集合的方法有三种:

1)列举法

即将集合的元素一一列举出来,如:

10 以内质数的集合是 $\{2,3,5,7\}$.

在这里,元素的列举顺序可以随意.

2)描述法

说明该集合的元素必须满足的条件(即集合元素具有的共同特征). 如:

$\{x\mid x^2-1=0\}$ 表示方程 $x^2-1=0$ 的解集.

$\{P\mid PA=PB\}$ 表示平面上到 A、B 两点距离相等的点的集合,即表示线段 AB 的垂直平分线.

3)图示法

即用一条封闭曲线所围的平面部分来表示集合. 必要时还可在此平面部分中标出集合的元素. 如图 1—1.

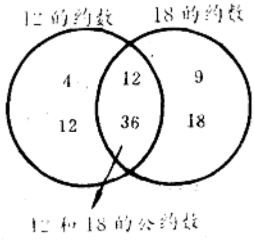

图 1—1

3. 有限集、无限集与空集

如果集合中的元素是有限个,那么这样的集合叫做**有限集**. 不是有限集的集合叫做**无限集**.

例如,一个自然数的约数的集合总是有限集,而它的倍数的集合则是无限集;线段 AB 的中点的集是有限集,而平面上到 A、B

两点距离相等的点的集合则是无限集.

不含任何元素的集合叫做**空集**,记作$\varnothing$.空集也是有限集.

例1 设M是方程$ax+b=0$的解集,即

$$M=\{x\mid ax+b=0\}.$$

试讨论M是哪一种集合.

解 $a\neq 0$时,方程$ax+b=0$有唯一解$x=-\frac{b}{a}$. $M=\{-\frac{b}{a}\}$是一元集;

$a=0,b\neq 0$时,方程$ax+b=0$无解,$M=\varnothing$;

$a=0,b=0$时,方程$ax+b=0$的解为一切实数,$M=R$,M是无限集.

4.集合间的关系

1)相等

两个集合A、B **相等**,当且仅当A含有B的每个元素,并且B也含有A的每个元素.

集合A、B相等记为"$A=B$".

2)包含于和真包含于

如果集合A的每一个元素都是集合B的元素,则称A是B的**子集**.记作"$A\subseteq B$",读作"A **包含于** B".

集合的包含关系也可以用"属于"来定义:设A,B是两个集合,如果每当$x\in A$时都有$x\in B$,则称$A\subseteq B$.(或$B\supseteq A$,读作"B **包含** A").

集合的关系$\subseteq$有如下性质:

定理1 对于每个集合A,$A\subseteq A$.

定理2 两个集合A,B相等,当且仅当A是B的子集并且B也是A的子集.即

$$A=B\Longleftrightarrow A\subseteq B \text{ 且 } B\subseteq A.$$

定理3 对于任意的三个集合A,B,C,如果$A\subseteq B$,$B\subseteq C$,则

$A\subseteq C$.

如果 $A\subseteq B$，但 $A\neq B$，则称 A 是 B 的**真子集**. 记作"$A\subset B$"，读成"A **真包含于** B"(或 $B\supset A$，读作"B **真包含** A").

空集合是唯一的. 空集合常看作是任何一个集合的子集.

例 2 写出集合$\{a,b\}$的所有的子集.

解 $\{a,b\}$的子集有$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$和$\{a,b\}$.

一般地说，如果一个有限集 A 有 n 个元素，那么它的含有 k 个元素的子集有 C_n^k 个($k\leqslant n$). A 的全部子集共有

$$C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=2^n(\text{个}).$$

一个集合的所有子集构成的集合叫做这个集合的**幂集**. 集合 A 的幂集记作 $P(A)$. 即

$$P(A)=\{B\mid B\subseteq A\}.$$

前面的讨论说明：含 n 个元素的集合的幂集有 2^n 个元素.

3)相交和不相交

两个非空集之间的关系，除 $A\subset B$、$A=B$ 和 $A\supset B$ 外，还有"A,B 相交"和"A,B 不相交"两种关系.

如果非空集 A,B 中，A 的元素有些属于 B，有些不属于 B；并且 B 的元素有些属于 A，有些不属于 A，则称集合 A,B **相交**.

如果非空集 A,B 中，A 的元素都不属于 B，并且 B 的元素都不属于 A，则称 A,B **不相交**.

例如，矩形集合与菱形集合相交. 梯形的集合与正多边形的集合不相交.

二 集合的运算

1. 交集

设 A,B 是两个集合，所有既属于 A、又属于 B 的元素组成的集合称为 A 与 B 的交集，记作"$A\cap B$". 即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}.$$

求两个集合的交集的运算叫做"交".