

新教材新学案

配合义务教育课程标准实验教科书

数学 九年级 上册

人民教育出版社教学资源分社 策划组编



配合义务教育课程标准实验教科书

新教材新学案

数 学

九年级 上册

人民教育出版社教学资源编辑室 策划组编

人民教育出版社

XINJIAOCAI XINXUEAN

新教材新学案

SHU XUE

数 学

九年级 上册

人民教育出版社教学资源编辑室 策划组编

*

人民教育出版社 出版发行

网址: <http://www.pep.com.cn>

益利印刷有限公司印装 全国新华书店经销

*

开本: 787 毫米×1 092 毫米 1/16 印张: 8.5 字数: 175 000

2006 年 7 月第 1 版 2006 年 7 月第 1 次印刷

ISBN 7-107-19631-6 定价: 9.90 元
G · 12681 (课)

著作权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究

如发现印、装质量问题, 影响阅读, 请与出版科联系调换。

(联系地址: 北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编: 100081)

《新教材新学案》编委会

丛书编委会主任 韦志榕 陈 晨 郑长利
编 委 (按姓氏笔画)

马雅森	王 晶	王永春	王本华
卢 江	李伟科	李松华	陈 其
陈松铨	赵 眇	赵占良	高俊昌
袁书琪	富 兵	彭前程	章建跃
扈文华	龚亚夫		

本册主编 郭清波 郭岗田
本册副主编 刘璇 李杰 刘晓林
本册编者 (按章节顺序)

陶 英	刘丽娜	唐庆春
付振林	王丽坤	赵殿君
芦 梅	王 浩	

责任编辑 李建红
审 稿 陈 晨 郑长利
审 定 韦志榕 薛 彬

说 明

第三次全国教育工作会议后，颁发了《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》，2001年国务院又召开了全国基础教育工作会议，并颁布了《国务院关于基础教育改革与发展的决定》，教育部也颁布了《基础教育课程指导纲要》，这一系列文件的颁布，对我国基础教育的发展起到了极大的推动作用。同时，也给我们的教育理念、教育方式、学习策略带来了深刻的变革。

为了帮助广大师生更好地使用人教版义务教育课程标准实验教材，我们组织编写了这套《新教材新学案》丛书。本套丛书体现了以下教育理念的渗透和运用：

关注教学中教师的导向，更关注学生的主体性。

关注学生的学业成绩，更关注学生的品德、审美意识、科学精神和人文精神的培养和发展。

关注达标性内容和终结性学习成果的评价，更关注形成性和拓展性能力的评价。

关注知识的科学传授，也关注课外广泛教育资源的运用。

关注已有的成功的课堂教学模式，更关注运用现代教育理念进行教学模式的创新。

关注学生的学习过程，更关注学生的兴趣激发以及学习过程中的情感体验和价值观的形成。

时代是进步的，教育观念也在与时俱进。新课程标准的实验正在稳步推进，广大一线教师从认识、接受到创造出有价值的实践成果，尚有一个过程。为了帮助教师更好地走进新课程，我们组织了课程专家、人教版实验区有经验的优秀教师和教研人员等编写出这套丛书，欢迎广大读者提出批评和建议，以便再版修订时参考。

在《新教材新学案》丛书编写过程中，引用了部分相关材料，有的已与原作者取得联系，但有些无法与原作者联系，希望原作者看到此书后，与我们联系，以便支付相应的稿酬，谢谢合作。

编 者
2006年7月

目 录

第二十一章 二次根式	(1)
21.1 二次根式.....	(1)
21.2 二次根式的乘除.....	(4)
21.3 二次根式的加减.....	(7)
第二十一章 阶段自评	(10)
第二十二章 一元二次方程	(13)
22.1 一元二次方程	(13)
22.2 降次——解一元二次方程	(17)
22.3 实际问题与一元二次方程	(28)
第二十二章 阶段自评	(33)
期中检测	(36)
第二十三章 旋 转	(40)
23.1 图形的旋转	(40)
23.2 中心对称	(47)
第二十三章 阶段自评	(54)
第二十四章 圆	(61)
24.1 圆	(61)
24.2 与圆有关的位置关系	(69)
24.3 正多边形和圆	(78)
24.4 弧长和扇形面积	(80)
第二十四章 阶段自评	(85)
第二十五章 概率初步	(89)
25.1 概 率	(89)
25.2 用列举法求概率	(97)
25.3 用频率估计概率.....	(103)
第二十五章 阶段自评	(108)
期末检测	(112)
参考答案	(116)

第二十一章 二次根式

21.1 二次根式

学习引领

知识技能：了解二次根式的概念，掌握二次根式的基本性质。

数学思考：从二次根式与算术平方根之间的关系认识二次根式及其基本性质。体会由旧知向新知转化的学习过程。

解决问题：通过对二次根式的意义与性质的研究，体会运用二次根式的知识解决实际问题的重要性。

情感态度：进一步感受数学知识与我们的生活紧密相连，体验数学来源于生活，服务于生活。

学习策略

例 1 在下列各式中， m 的取值范围不是全体实数的是（ ）

- (A) $\sqrt{\left(-\frac{m}{2}\right)^2 + 1}$ (B) $\sqrt{\left(-\frac{m}{2} - 1\right)^2}$
 (C) $\sqrt{\left(\frac{m}{2}\right)^2 - 1}$ (D) $\sqrt{\left(\frac{m}{2} - 1\right)^2}$

解：选 C.

评析：不论 m 为任何实数，A、B、D 中被开方数的值都不能是负数。

例 2 根据采光的需要，并考虑到美观等因素，工程师决定把窗户设计为正方形，其面积为 $4\frac{1}{4}\text{ m}^2$ ，其面积也可表示为（ ）

- (A) $\left(2\frac{1}{2}\text{ m}\right)^2$ (B) $\left(2\frac{1}{2}\text{ m}\right)^2$ 或 $\left(-2\frac{1}{2}\text{ m}\right)^2$
 (C) $\left(\sqrt{\frac{17}{4}}\text{ m}\right)^2$ (D) $\left(\frac{17}{2}\text{ m}\right)^2$ 或 $\left(-\frac{17}{2}\text{ m}\right)^2$

解：选 C.

评析：A 与 B 是把 “ $4\frac{1}{4}$ ” 中的整数部分与真分数部分看作是相乘的关系导致的错误结果； $\left(\frac{17}{2}\right)^2 \neq 4\frac{1}{4}$ ，从实际问题考虑，把窗户的面积表示为负数的平方也不妥，故 D 也不对。

例 3 x 取什么实数时，下列各式有意义？

$$(1) \sqrt{3x-4};$$

$$(2) \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x};$$

$$(3) \frac{1}{3-\sqrt{x-1}};$$

$$(4) \frac{1}{\sqrt{(a-2)^2}}.$$

解：(1) 由 $3x-4 \geq 0$ ，得 $x \geq \frac{4}{3}$ ，即当 $x \geq \frac{4}{3}$ 时， $\sqrt{3x-4}$ 有意义；

(2) 由 $x+1 \geq 0$ 且 $3-x \geq 0$ ，得 $-1 \leq x \leq 3$ ，即当 $-1 \leq x \leq 3$ 时， $\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}$ 有意义；

(3) 由 $x-1 \geq 0$ ，得 $x \geq 1$ ，又由 $3 - \sqrt{x-1} \neq 0$ ，得 $\sqrt{x-1} \neq 3$ ， $x \neq 10$ ，即当 $x \geq 1$ 且 $x \neq 10$ 时， $\frac{1}{3-\sqrt{x-1}}$ 有意义；

(4) 因为 $(a-2)^2 \geq 0$ ，且当 $a=2$ 时， $(a-2)^2=0$ ，所以 当 $a \neq 2$ 时， $\frac{1}{\sqrt{(a-2)^2}}$ 有意义。

评析：求 x 的取值范围时，主要从以下几个方面进行考虑：①二次根式的被开方数必须是非负数；②分母必须不为 0；③ a^0 , a^{-n} (n 为正整数) 中， $a \neq 0$. 根据以上限制性条件，列出关于 x 的不等式或不等式组，解这个不等式（组），即是题目要求的 x 的取值范围。

例 4 根据指令 $[s, A]$ ($s \geq 0$, $0^\circ < A < 180^\circ$)，机器人在平面上能完成下列动作：先原地逆时针旋转角度 A ，再朝其面对的方向沿直线行走距离 s 。现机器人在直角坐标系的坐标原点，且面对 x 轴正方向。

(1) 若给机器人下了一个指令 $[4, 60^\circ]$ ，则机器人应移动到点 _____；

(2) 请你给机器人下一个指令 _____，使其移动到点 $(-5, 5)$ 。

解：(1) 如图 1，按指令 $[4, 60^\circ]$ ，则机器人应移动到点 M ，经计算， M 点坐标为 $(2, 2\sqrt{3})$ ；

(2) 如图 2，根据题目要求，机器人应移动到点 $M_1(-5, 5)$ 。作 $M_1N \perp x$ 轴，垂足为 N 。在 $Rt\triangle OM_1N$ 中，可得 $OM_1 = 5\sqrt{2}$ ， $\angle M_1ON = 45^\circ$ 。所以指令应该是 $[5\sqrt{2}, 135^\circ]$ 。

评析：本题为定义规则型开放题，题意新颖独特。解题时首先

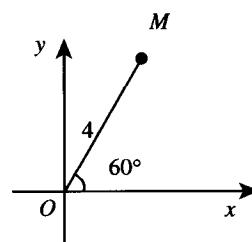


图 1

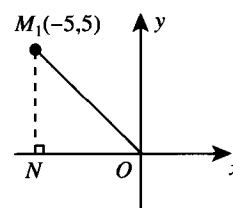


图 2

要透彻理解题意，按照题目叙述的过程进行操作，既能获得正确答案。

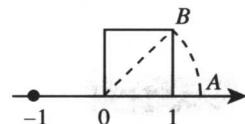
阶段训练

复习巩固

- 当 x 满足 _____ 的条件时， $\sqrt{\frac{-2}{x}}$ 在实数范围内有意义。
- 已知 $y = \sqrt{x-8} + \sqrt{8-x} + 18$ ，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 已知 $\sqrt{\frac{1}{9}-x} + \sqrt{x-\frac{1}{9}}$ 有意义，则 $\sqrt{\frac{1}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 如果 $\sqrt{540x}$ 是正整数，那么 x 能取的最小自然数是 _____。
- 式子 $\sqrt{x} + \sqrt{x-1} + \sqrt{x-2}$ 的最小值是 _____。

综合运用

- 某同学学习了编程以后，写了一个关于实数运算的程序：当输入一个数后，屏幕输出的结果总比该数的平方大 1。若该同学按此程序输入 $\sqrt{5}$ 后，把屏幕输出的结果再次输入，则最后屏幕输出的结果为（ ）
 (A) 6 (B) 35 (C) 36 (D) 37
- 若 $\sqrt{a^2} = -a$ ，则实数 a 在数轴上的对应点一定在（ ）
 (A) 原点左侧 (B) 原点右侧
 (C) 原点或原点左侧 (D) 原点或原点右侧
- 比较大小： $5\sqrt{5} \underline{\hspace{2cm}} 8\sqrt{2}$ (填 “ $<$ ”，“ $>$ ” 或 “ $=$ ”)。
- 如图所示，以数轴的单位长线段为边作一个正方形，以数轴的原点为圆心，正方形的对角线长为半径画弧，交数轴正半轴于点 A，则 A 点表示的数是（ ）
 (A) $\frac{3}{2}$ (B) 1.4 (C) $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{3}$
- 已知 x, y 是实数， $\sqrt{3x+4} + y^2 - 6y + 9 = 0$ ，若 $axy - 3x = y$ ，则实数 a 的值是（ ）
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $-\frac{1}{4}$ (C) $\frac{7}{4}$ (D) $-\frac{7}{4}$



(第 9 题)

拓广探索

11. 观察思考下列计算过程：因为 $11^2 = 121$ ，所以 $\sqrt{121} = 11$ ，同样，所以 $111^2 = 12321$ ，所以 $\sqrt{12321} = 111$ ；……由此猜想 $\sqrt{12345678987654321} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. 已知 $\frac{3+\sqrt{7}}{2}$ 的整数部分是 a ，小数部分是 b ，求 a^2+b^2 的值。

13. 已知一长方形水池的长、宽分别为 40 cm, 20 cm, 求水池中水面上两点间的最大距离。

实践交流

14. 有一个人买了四根直径为 30 mm 的钢管，把它们紧紧地捆在了一起，然后他又买了一根直径为 10 mm 的圆钢，长短和钢管差不多，问这根圆钢能不能插入四根钢管之间所形成的空隙中去呢？请自己绘出示意图并说明理由。

21.2 二次根式的乘除**学习引领**

知识技能：理解最简二次根式的意义，能用二次根式的乘除法法则进行有关实数的简单运算以及化简。

数学思考：通过对二次根式的乘除法的学习，提高学生的计算能力和认识能力。

解决问题：学会具体问题具体分析，能选择恰当的方法进行准确的运算。

情感态度：培养学生严谨的思维品质以及提高学生解决实际问题的意识。

学习策略

例 1 计算：

(1) $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{10}$;

(2) $6\sqrt{3} \times (-2\sqrt{6})$;

(3) $-\sqrt{84} \div \sqrt{3}$;

(4) $\sqrt{4\frac{1}{5}} \div \sqrt{\frac{7}{10}}$.

解: (1) $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{10} = 2 \times 3\sqrt{5 \times 10} = 30\sqrt{2}$;

(2) $6\sqrt{3} \times (-2\sqrt{6}) = -12\sqrt{3 \times 6} = -36\sqrt{2}$;

(3) $-\sqrt{84} \div \sqrt{3} = -\sqrt{\frac{84}{3}} = -\sqrt{28} = -2\sqrt{7}$;

(4) $\sqrt{4\frac{1}{5}} \div \sqrt{\frac{7}{10}} = \sqrt{\frac{21}{5}} \times \sqrt{\frac{10}{7}} = \sqrt{\frac{21}{5} \times \frac{10}{7}} = \sqrt{6}$.

评析: 二次根式的乘除要用好公式 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b > 0$) 和公式 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

($a \geq 0, b > 0$). 还要用好乘法的交换律、结合律, 同时还要注意确定积商的符号.

例 2 一个直角三角形斜边的长为 $\sqrt{119}$ cm, 一条直角边的长为 $\sqrt{7}$ cm, 求这个直角三角形的面积.

解: 由勾股定理得: $\sqrt{(\sqrt{119})^2 - (\sqrt{7})^2} = \sqrt{112}$.

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{112} \cdot \sqrt{7} = \frac{1}{2} \sqrt{112 \times 7} = \frac{1}{2} \sqrt{7^2 \times 16} = 14 \text{ (cm}^2\text{)}$$

答: 这个直角三角形的面积是 14 cm^2 .

评析: 可以利用勾股定理求出这个直角三角形另一条直角边的长, 然后利用三角形的面积公式解之. 如果把题目中的直角三角形改为长方形, 或者改为已知正方形的对角线长求其面积, 甚至改为已知长方形的长、宽、高(数据皆以二次根式的形式出现)求其体积, 实质都是一样的.



复习巩固

1. 写出能与 $\sqrt{12}$ 合并的一个二次根式 _____.

2. 计算: $\sqrt{3}(\sqrt{3}-1) =$ _____.

3. 下列二次根式中, 不是最简二次根式的是 ()

- (A) \sqrt{a} (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{b^4}$ (D) $\sqrt{1+a}$

4. 计算: $\sqrt{\frac{a^3}{4}} \div \sqrt{a} =$ _____.

5. 把 $-2\sqrt{4\frac{1}{2}}$ 根号外的因式移入根号内, 应为 _____.

综合运用

6. 在实数范围内分解因式: $x^3 - 5x = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 计算:

$$(1) \left(-6\sqrt{\frac{5}{6}}\right)^2;$$

$$(2) \frac{3}{2}\sqrt{20} \times (-\sqrt{15}) \times \left(-\frac{1}{2}\sqrt{48}\right);$$

$$(3) \sqrt{72} \div (3\sqrt{2} \times \sqrt{3});$$

$$(4) (3\sqrt{2} - 4\sqrt{3}) \div 2\sqrt{3}.$$

8. $(a-3)^2 + |b-4| = 0$, 则 $\frac{a}{b}$ 的平方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 若 $3^x = a$, $3^y = b$, 则 3^{2x-y} 等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 比较下列各组中两个二次根式的大小:

$$(1) 3\sqrt{2} \text{ 与 } 2\sqrt{3};$$

$$(2) -3\sqrt{5} \text{ 与 } -\frac{5}{2}\sqrt{6}.$$

11. 若 x , y 为正实数, 且 $y = \sqrt{x-5} + \sqrt{5-x} + \frac{1}{5}$, 求代数式 $\frac{x}{x+2y}$.

$\sqrt{\frac{x^2y+4xy^2+4y^3}{x}}$ 的值.

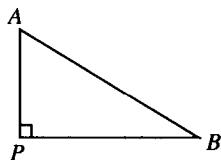
12. 已知长方形的长是 $\sqrt{140\pi}$ cm, 宽是 $\sqrt{35\pi}$ cm, 求与长方形面积相等的圆的半径.

13. 观察下列各式: $\sqrt{1+\frac{1}{3}}=2\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{2+\frac{1}{4}}=3\sqrt{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{3+\frac{1}{5}}=4\sqrt{\frac{1}{5}}$, ……请

你将猜想到的规律用含自然数 n ($n \geq 1$) 的代数式表示出来.

实践交流

14. 如图, 有块直角三角形菜地, 分配给张、王、李三家耕种. 已知张、王、李三家人口分别有 2 人、4 人、6 人, 菜地分配要按人口比例. $\text{Rt}\triangle PAB$ 中, $\angle P=90^\circ$, $PA=20$ 米, $\angle PAB=60^\circ$. 试计算出每家应分配的菜地面积.



21.3 二次根式的加减

学习目标

知识技能: 熟练掌握二次根式的加减运算.

数学思考: 通过对二次根式加减法的运算, 加深对其实质的理解, 找到解决问题的最佳方法.

解决问题: 通过对二次根式的加减运算的研究, 培养学生准确的运算能力.

情感态度: 在熟练掌握二次根式的加减运算的基础上, 培养学生良好的学习习惯.

例题讲解

例 1 已知最简二次根式 $-ab^2\sqrt{b+2a}$ 与 $\frac{1}{3}{}^{a-b}\sqrt{7}$ 可以合并, 求 a , b 的值.

解: 因为 $-ab^2\sqrt{b+2a}$ 与 $\frac{1}{3}{}^{a-b}\sqrt{7}$ 都是最简二次根式, 并且它们可以合并, 所以 $2a+b=7$ 且 $a-b=2$.

$$\begin{cases} 2a+b=7 \\ a-b=2 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases}$$

评析：抓住 $-ab^2\sqrt{b+2a}$ 与 $\frac{1}{3}a-b\sqrt{7}$ 都是最简二次根式这一关键条件，可以合并的实质是它们的被开方数和根指数都相同，即可求出 a ， b 的值。

例2 已知 $x > y$ ，且 $x+y=10$ ， $xy=16$ ，求 $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ 的值。

$$\text{解: } \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{x+y+2\sqrt{xy}}{x-y}$$

因为 $x+y=10$ ， $xy=16$ ，且 $x > y$ ，

$$\text{所以 } x-y=\sqrt{(x-y)^2}=\sqrt{(x+y)^2-4xy}=\sqrt{100-64}=6.$$

$$\text{所以 原式}=\frac{10+2\sqrt{16}}{6}=\frac{18}{6}=3.$$

评析：先把所求代数式化简，再考虑如何运用条件。

例3 已知 x ， y 都是实数，且满足 $x < \sqrt{y-1} + \sqrt{1-y} + \frac{1}{3}$ ，化简 $\frac{|1-x|}{x^2-x}$ 。

解：因为 x ， y 是实数，且满足 $x < \sqrt{y-1} + \sqrt{1-y} + \frac{1}{3}$ ，所以 $\sqrt{y-1}$ 与 $\sqrt{1-y}$

都有意义。

$$\text{所以 } \begin{cases} y-1 \geqslant 0, \\ 1-y \geqslant 0. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} y \geqslant 1, \\ y \leqslant 1. \end{cases} \text{ 所以 } y=1.$$

$$\text{当 } y=1 \text{ 时, } x < \frac{1}{3}.$$

$$\text{所以 } 1-x > 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} > 0, \text{ 所以 } \frac{|1-x|}{x^2-x} = \frac{1-x}{-x(1-x)} = -\frac{1}{x}.$$

评析：化简 $\frac{|1-x|}{x^2-x}$ 的关键，是 $1-x$ 的正负性。而确定 $1-x$ 的正负性，主要是挖掘题目中的已知条件。

复习巩固

1. 计算： $2\sqrt{2} + \sqrt{27} - \sqrt{8} - 3\sqrt{\frac{1}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 下列二次根式中，不能与 $\sqrt{45}$ 合并的是（ ）

- (A) $\sqrt{0.2}$ (B) $\sqrt{20}$ (C) $-\sqrt{1\frac{1}{4}}$ (D) $\sqrt{25}$

3. 若 $|x-2y+5|$ 与 $\sqrt{x+y-1}$ 互为相反数，则 $\sqrt{y-x}$ 为（ ）

- (A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2

4. 若 $\sqrt{5}$ 的整数部分是 a , 小数部分是 b , $a-\frac{1}{b}=$ _____.

5. 已知 $x=\sqrt{2}+1$, $y=1-\sqrt{2}$, 则 $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}+2=$ _____.

综合运用

6. 计算:

$$(1) \sqrt{108}-\sqrt{45}-\sqrt{125}+\sqrt{\frac{4}{3}}; \quad (2) 5\sqrt{12}-9\sqrt{\frac{1}{3}}+\frac{1}{2}\sqrt{48},$$

$$(3) \sqrt{\frac{ab}{2}}-\frac{1}{a}\sqrt{8a^3b}+\frac{1}{b}\sqrt{18ab^3}; \quad (4) \sqrt{4a-4b}+\sqrt{(a-b)^3}-\sqrt{a^3-a^2b}.$$

7. 已知 $\sqrt{\frac{y}{x}}+\sqrt{\frac{x}{y}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$, 求 $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}$ 的值.

8. 物体下落高度 h 与下落时间 t 之间的关系是 $h=5t^2$. 已知 $h=240$, 求 t .

9. 已知直角三角形两直角边长分别是 $2\sqrt{2}$ cm 和 $\sqrt{10}$ cm, 求三角形的周长和面积.

拓广探索

10. 已知 $a=\frac{1}{\sqrt{3}}$, 求 $\frac{1-2a+a^2}{a-1}-\frac{\sqrt{a^2-2a+1}}{a^2-a}$ 的值.

11. 求证: $x = -\frac{5}{2} - 3\sqrt{5}$ 是方程 $\frac{2-x}{2} + \frac{3\sqrt{5}+x}{3} + \frac{3x-1}{6} = 0$ 的根.

12. 求 $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ 的值.

实践交流

13. 已知 a, b 是实数, 且 $(\sqrt{1+a^2}+a) \cdot (\sqrt{1+b^2}+b)=1$, 问 a, b 之间有怎样的关系? 请推导.

第二十一章 阶段自评

一、填空题

1. 在数 $\sqrt{12}$, $\sqrt{18}$, $\sqrt{54}$, $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 中, 可以与 $\sqrt{3}$ 合并的是_____.

2. 在实数范围内分解因式: $x^2 - 9 =$ _____.

3. 化简: $(a-1)\sqrt{-\frac{1}{a-1}} =$ _____.

4. 已知 $xy=3$, 那么 $x\sqrt{\frac{y}{x}} + y\sqrt{\frac{x}{y}}$ 的值是_____.

5. 当 $x =$ _____ 时, $\sqrt{2x-1}$ 有最小值.

6. 若 $\sqrt{5-x-y} + |3x-2y+1| = 0$, 则 $\sqrt{xy} =$ _____.

7. 不等式 $\sqrt{5}x+11 \geqslant 4x$ 的正整数解共有 _____ 个.

8. 若菱形的两条对角线长分别为 $(2\sqrt{5}+3\sqrt{2})$ 和 $(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})$, 则菱形面积=_____.

9. 若 a, b 为有理数, 且 $\sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{\frac{1}{8}} = a + b\sqrt{2}$, 则 $b^a =$ _____.

10. 若 $y = \sqrt{1-2x} + \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{2x-1}$, 则代数式 $(x+y)^{2000} =$ _____.

二、选择题

11. 若 $x < 0$, 则化简 $|\sqrt{x^2} - x| = (\quad)$
 (A) 0 (B) $-2x$ (C) $2x$ (D) 以上均不对
12. 若 $x = \sqrt{2} - 1$, 则 $x + \frac{1}{x}$ 的值为 (\quad)
 (A) $\sqrt{2}$ (B) -1 (C) $\sqrt{2} + 1$ (D) 不同于以上结果
13. 若 $m - \sqrt{1 - 2m + m^2} = 1$, 则 m 的取值范围是 (\quad)
 (A) $m > 1$ (B) $m < 1$ (C) $m \geq 1$ (D) $m \leq 1$
14. 若 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $b = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$, 则 a 与 b 的大小关系是 (\quad)
 (A) $a = b$ (B) $a > b$ (C) $a < b$ (D) 互为相反数
15. 下列等式不成立的是 (\quad)
 (A) $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$ (B) $\sqrt{a^2} = |a|$
 (C) $\sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a}$ (D) $a \sqrt{-\frac{1}{a}} = \sqrt{-a}$

三、解答题

16. 计算:

(1) $(\sqrt{5} + 1)^{1999} - 2(\sqrt{5} + 1)^{1998} - 4(\sqrt{5} + 1)^{1997} + 2000;$

(2) $(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}).$

17. 求值:

(1) 已知 $xy = 1$, $y = \frac{1}{2 - \sqrt{5}}$, 求 $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1}$ 的值;

(2) 已知 $y = \sqrt{x-8} + \sqrt{8-x} + 18$, 求式子 $\frac{x+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \frac{2xy}{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}$ 的值.