Hardy-Cross法波生流数值解析

包四林
西村仁嗣 著

Hardy-Cross

海洋出版社

Hardy-Cross 法
波生流数值解析

包 四 林
西村仁嗣 著

海洋出版社

2006年·北京

内 容 简 介

简明解释了 Hardy-Cross 法波生流数值解析的原理并建立了波生流计算的数学模型,在此基础上探究其收敛迟缓的原因。针对数值收敛缓慢的不同机理采取不同对策改善计算的收敛性,使 Hardy-Cross 法波生流数值计算方法的实用性得到提高。对导入流函数作为未知量时在维持连续方程稳定方面的有利性进行了探讨。还对合理处理岛状非水面区域的计算问题作了提示,使 Hardy-Cross 法波生流计算方法实用化的一个障碍得以排除。

本书适合从事海洋工程环境工作的科研、教学人员,以及大专院校相关学科的本科生和研究生阅读。

图书在版编目(CIP)数据

Hardy-Cross 法波生流数值解析 / 包四林著. —北京:海洋出版社,2006

ISBN 7-5027-6538-7

Ⅰ.H… Ⅱ.包… Ⅲ.波流-数值计算 Ⅳ.P731.21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 006635 号

责任编辑:陈茂廷 屠 强

责任印制:刘志恒

海洋出版社 出版发行

http://www.oceanpress.com.cn

(100081 北京市海淀区大慧寺路 8 号)

北京画中画印刷有限公司印刷 新华书店发行所经销

2006 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月北京第 1 次印刷

开本:889mm × 1194mm 1/32 印张:3.75

字数:110 千字 印数:1~1200 册

定价:22.00 元

海洋版图书印、装错误可随时退换

目　次

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第1章 序 论

1.1 概 述

波生流其自身并通过波浪变形及海岸漂沙对海滨地形产生物理影响，尤其是在防波堤、丁坝等海岸建筑物周围，波生流往往引起海岸地形的显著变化。

在海岸工程上一般将波生流定义为："由海岸风浪场内发生的 radiation stress 引起的水流动现象"。据此，可将波生流与风波以外原因所产生的海岸区域内的各种水流动现象作区别。波生流现象无论是在自然海滨还是在存在海岸建筑物的海滨都能看到，但要把握其全貌则需进行大规模的现场观测。

人们对于波生流的认识和理论解析，已有半个世纪以上发展经历。最初主要限于对现象进行描述及进行系统的观测（Shepard，Inman；1950）。以此为契机，各种关于波生流系统的各个侧面诸如沿岸流、离岸流、平均水位的变化以及波生流产生的机理的研究非常活跃，其中关于沿岸流速研究方面，以 Putnam 等（1949），Inman 和 Quinn（1951）、永井（1954）及 Galvin 和 Eagleson（1964）等为代表的研究工作较为有名。Longuet-Higgins 和 Stewart（1960）进行的沿岸流研究，因提出了前人未有的"radiation stress"理论，使其理论起到划时代意义，也使其后的波生流研究进入到一个崭新的时期。"radiation stress"概念的提出，不仅能阐明波浪与波生流的本质关系，而且也为从波浪分布求解波生流流场提供了重要的理论基础。Longuet-Higgins 等（1960）是在对波长较短的波叠加在波长较长或水流上时发生的

波浪变形问题进行理论解析时提出了这一概念的。并且预言这一概念将对解决其他问题具有重大意义。其后，Longuet-Higgins（1970）运用“radiation stress”概念对沿岸流的流速分布进行了定量计算，当时，推导出的单一前进性波动场中的 radiation stress 的计算公式至今仍被广泛应用。

波生流的起流力是 radiation stress，而产生这一起流力的原动力则是波浪运动。因此，正确地表述波浪场是正确评估计算 radiation stress 的关键，也是预测波生流的前提。实际上，作为适合于任何复杂地形条件的一般波动场的解析方法，包括浅水变形、折射、绕射、反射、破波变形、衰减等所有波浪变形要素在内的实用计算方法目前还不存在。虽然研究者们已提出了各种波浪场解析方法，但这些方法都有其特定的适用范围和条件。

伊藤和谷本（1971，1972）、Noda 等（1974）是最早运用能量平衡方程式进行平面波浪场解析，并将其结果应用到 radiation stress 的评价及波生流的数值解析。设想存在前进性波动和平均流的共存场，顺序解出分散关系式、波数矢量的非旋转条件及定常状态的能量平衡方程式，得到波向角和波高。然后，运用上述 radiation stress 的计算公式进行波生流的数值模拟。这里，由于假定波动场为前进性波动场，因此不能处理包括反射、绕射等一般复杂的波动场问题。在抛物线型方程及非定常缓坡方程等最新的波浪解析方法确立之前，就是这样进行 radiation stress 计算和波生流的预测的。

Berkhoff（1972）提出的缓坡方程（mild slope equation）能够正确表达复杂地形条件下的各种波浪变形现象，这一理论的提出使平面波动场研究进入到一个空前活跃阶段。然而，缓坡方程式为椭圆型偏微分方程式，在进行数值计算时边界条件的处理极为困难。为此，先后出现以 Rader（1979）的方法为代表的各种抛物线型方程式（parapolic equation）及非定常缓坡方程式（西

村等，1983；渡边和丸山，1984）等近似方法。尤其是抛物线型方程式，由于该方法将波峰线方向的二阶微分用一阶微分来近似，于是从海侧向岸方向运用 marching scheme 就可顺序求出解，而不需进行缓坡方程那种反复计算。最近，能更正确反映折射、绕射、破波等波浪变形并且在与波浪前进方向的主轴相呈的角度较大情况下也能适用的基本方程也已被开发推导出来（平口和丸山，1986；土屋等，1987；Kirby，1986）。在运用这些方法计算波浪场时，解是以复振幅形式给出，如选用 Mei（1983）等的定义进行 radiation stress 计算非常方便。

另一方面，非定常缓坡方程是将二阶椭圆型偏微分方程变换成关于平均水位变动和线流量的一阶联立偏微分方程系。将联立方程系差分化，在适当的初始条件和边界条件下求解，就能得出波动场的分布。利用这一方法得到的波浪场数值解结果来计算 radiation stress 时，渡边和盐崎（1982）提出的方法较为有名。然而，考虑到 radiation stress 定义的一般性，直接用一般复合波动场的复振幅分布来进行 radiation stress 计算，这样更为合理。

以复合波动场为对象进行 radiation stress 计算时，Mei 的方法很有用。在运动方程方面，首先将水平流速分解成平均流速、波动流速及紊动部分，然后，再在垂直方向上从底面到水表面进行积分，在此基础上再取时间平均就可推导出关于平均流的动量守恒公式。Phillips（1977）也进行过同样的推导。其次，将平均流以外的过剩运动量流束项分成波动和脉动这两部分，取出由波动引起的过剩运动量流束（excess momentum fluxes）作为因波动而产生的 radiation stress。在此定义中，只考虑到波高坡度的二阶。所得计算公式可以适用一般波动场，在前进波性的波动场的情况下，radiation stress 计算就还原到 Louguet-Higgins 等（1962，1964）的计算公式上。

由此可见，波生流是由记述平均流和平均水位的连续方程和

运动方程构成的。由于这一联立方程是非线性偏微分方程，需要用数值计算的方法才能求出其解。波生流的数值计算方法，分非定常数值解析法和定常数值解析法。前者是按时间发展求解差方方程，后者是采用缓和法直接逼近定常状态（西村，1982；西村和丸山，1984）。

非定常数值解析法，作为初始条件给出静水状态，这时若增加外力作用，整个计算水域就会发生静振运动，期待它收敛往往要花很长时间。不仅如此，这一方法最大的难处在于维持计算的稳定性。根据计算经验，如果不把摩擦系数和水平扩散系数设得充分大，计算很容易发散（歌川，1995），而要想计算再现出实际海岸所能观察到的范围狭流速大那种尖锐型离岸流况，就有必要对底面摩擦系数及水平扩散系数取较小值。为此，迄今为止采取的渐增外力或渐减各系数值等种种尝试，然而并没有取得有效成果。

作为本书主题的 Hardy-Cross 法是定常数值解析法的一种。它稳定性好，尤其是在摩擦系数和扩散系数取很小值时也能保持计算稳定。然而，这一计算方法因采用局部最优化操作而引起的相互抵消使收敛速度显著降低。另外，该计算方法也因没有明确给出岛状建筑物的处理方法，至今没有受到广泛运用。实际上，按本书给出的方法，以上问题是可以得到解决的。

如上所述，可以说目前还不存在特定条件下求解精确波生流方程的实用方法。运动方程中的摩擦项及扩散项的表述说到底不过是推测而已。纵然是我们接受已经定式化了的表达形式，然而要想通过实测数据来求系数值，这实在是太困难了。

开发适用于广泛计算条件的计算方法具有现实意义。迄今为止尽管人们进行了很多研究，然而在非定常数值解析尚未没取得根本性突破的情况下，我们需转换一下思路，花力气改良 Hardy-Cross 方法，使其实用化，这不乏现实意义。为此，在此

我们有必要对 Hardy-Cross 法的原理作出简明的解说，在此基础上探讨收敛缓慢的原因，并考虑如何改善。

要想使 Hardy-Cross 波生流解析法实用化，提高收敛效率的努力不可缺少。作为收敛缓慢的主要原因不外以下两种：第一，补正初期时的残差高效率降低，但一旦残差平面分布均一化时，相邻网格上的最优化操作使之抵消；第二，当沿某个闭合线路进行流速补正时，其周边的流速值成为束缚条件而不容许大幅度的流速补正，其实这正是局部缓和法的一种缺陷。因此，本书作为 Hardy-Cross 方法的改良，针对上述第一收敛缓慢的原因提出在普通网格的计算过程时插入沿同心矩形闭合线路流速补正的计算方法（西村，包四林，1993，1995）。针对第二种收敛迟缓的原因，我们提出插入粗网格计算，使补正区域作面上扩大。本书的目的就是通过以上的改良措施，提高计算的收敛速度，从而使 Hardy-Cross 法成为波生流数值解析的一种实用方法。

1.2 本章概要

以上已说明，波生流的预测模型由波浪场解析、起流力计算、波生流解析三个部分组成。在此，将三个部分中相对研究程度最弱的波生流方程式的数值解法开发作为着眼点。当然，作为波生流解析的输入条件，首先要适当选取波浪解析方法，并对起流力进行计算。

根据前节所作考察，在波动场解析方面，我们选择抛物线型方程法，并用 Mei 的计算公式对 radiation stress 进行计算。另外，我们采用 Hardy-Cross 法作为解析波生流的基本方法。为使这一解析方法实用化，首先阐明收敛恶化的机理，在此基础上加以彻底改良。具体地说，如何设定补正单位的大小及布置，并且要考虑如何解决由此引起的计算程序繁杂化的问题。下面简述本书以下各章的内容概要。

第 2 章 波浪场的解析及 radiation stress 的计算

在该章中将对抛物线型方程作出推导，并解说其数值计算方法。根据 Mei 的表述，从离散化后的波动场复振幅表达式中推导出计算 radiation stress 的方法。

第 3 章 波生流的基础方程式

给出波生流的基础方程式，并对运动方程中的摩擦项、扩散项及 radiation stress 项进行公式化。其后，对进行数值计算时的边界条件的种类及其表述概要地作说明。接下来对基础方程式系的差分化表述作解说，阐述非定常及定常计算法各自存在的问题点。

第 4 章 Hardy-Cross 法的改良

在对基本方程式系的特性作出考察的基础上，再对 Hardy-Cross 法的原理作解说，给出基本的计算公式。接下来阐述改良的具体方法。主要内容有：沿相互不共有的同心矩形闭合线路组进行补正，加速残差分散速度以达到提高收敛速度的方法［式 (4.3)］；插入粗网格计算使补正的闭合线路得到面上扩大，迅速解消滞留在计算区域内的残差的方法［式 (4.4)］；通过导入流函数使波生流的解析更为合理。最后，介绍一下岛状非水面区域的处理办法。

第 5 章 波生流的计算

在该章中具体给出运用改良方法的具体计算例子。内容包括标准 Hardy-Cross 法及同心矩形闭合线路的插入；粗网格初始值计算的插入；同心矩形闭合线路补正和粗网格初始值计算的插入同时进行。通过这些计算，把握收敛程度对计算结果产生何种影响。最后，就摩擦系数和扩散系数对计算稳定及结果产生的影响进行讨论。

第 6 章 结论

简洁归纳本书的主要成果。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

附录

附录中列出抛物线型方程波动场解析、radiation stress 的评价和 Hardy-Cross 法及其改良法波生流数值解析等所有方面的计算程序和说明。

第2章 波浪场的解析及 radiation stress 的计算

波生流是由 radiation stress 引起的，而 radiation stress 则是伴随波浪传播而产生的应力。在对波生流进行预测之前必须先进行波浪场的解析及 radiation stress 的计算。本书的主题是讨论波生流，波浪破碎带内外的波动场是主要研究对象，对此，我们运用目前受到广泛运用的抛物线型波动方程来对波动场进行解析。关于 radiation stress 的计算，我们采用能够适合于复合波动场的一般表述（Mei，1983）。

2.1 抛物线型波动方程式波浪场解析

2.1.1 缓坡方程与 Helmholtz 方程式

众多的抛物线型波动场方程推导中，以 Radder 的方法较为有名。该方法首先将缓坡方程式变换成 Helmholtz 方程式。Berkhoff（1972）提出的缓坡方程能反映波浪的浅水变形、折射、绕射的平面定常波动场，具体由下式所示，

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \phi) + k^2 (CC_g) \phi = 0 \qquad (2.1)$$

这里，振幅分布函数可以由下式表达，

$$\phi = -\frac{\mathrm{i}gA'}{\sigma} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\int k \mathrm{d}x} \qquad (2.2)$$

式中，∇ 是演算子矢量，$\{\partial/\partial x, \partial/\partial y\}$；$C$ 为波速；C_g 为群速度；σ 为角波度；A'为复振幅；k 为波数。

由 Radder 采用的变数变换

$$\psi = \sqrt{CC_g}\,\phi \tag{2.3}$$

可以从式 (2.1) 得到

$$\nabla \cdot \left[CC_g \nabla \left\{ (CC_g)^{-\frac{1}{2}} \psi \right\} \right] + k^2 (CC_g)^{-\frac{1}{2}} \psi = 0 \tag{2.4}$$

式中第 1 项的{ }的部分为

$$\nabla \left\{ (CC_g)^{-\frac{1}{2}} \psi \right\} = (CC_g)^{-\frac{1}{2}} \nabla \psi - \frac{1}{2} (CC_g)^{\frac{3}{2}} \nabla (CC_g) \psi \tag{2.5}$$

将此式代入式 (2.4) 可得

$$\nabla [(CC_g)^{-\frac{1}{2}} \nabla \psi - \frac{1}{2} (CC_g)^{-\frac{1}{2}} \nabla (CC_g) \psi] + k^2 (CC_g)^{-\frac{1}{2}} \psi = 0 \tag{2.6}$$

式中 [　] 内的第 1 项、第 2 项分别可写成

$$\nabla [(CC_g)^{-\frac{1}{2}} \nabla \psi] = (CC_g)^{-\frac{1}{2}} \nabla^2 \psi + \frac{1}{2} (CC_g)^{-\frac{1}{2}} \nabla (CC_g) \nabla \psi \tag{2.7}$$

$$\begin{aligned} & \nabla [- \frac{1}{2} (CC_g)^{-\frac{1}{2}} \nabla (CC_g) \psi] \\ = & - \frac{1}{2} [\nabla \left\{ (CC_g)^{-\frac{1}{2}} \right\} \nabla (CC_g) \psi + (CC_g)^{\frac{1}{2}} \nabla [\nabla (CC_g) \psi]] \\ = & - \frac{1}{2} [- \frac{1}{2} (CC_g)^{-\frac{3}{2}} \left\{ \nabla (CC_g) \right\}^2 \psi + (CC_g)^{-\frac{1}{2}} \left\{ \nabla^2 (CC_g) \psi \right. \\ & \left. + \nabla (CC_g) \right\} \nabla \psi \}] \end{aligned} \tag{2.8}$$

进一步，如忽略底面坡度的 2 次方项和底面坡度的变化率项 (水深的二阶微分)，式 (2.8) 可以写成

$$\nabla [- \frac{1}{2} (CC_g)^{\frac{1}{2}} \nabla (CC_g) \psi] = - \frac{1}{2} (CC_g)^{-\frac{1}{2}} \nabla (CC_g) \nabla \psi \tag{2.9}$$

将式 (2.7) 及 (2.9) 代入到式 (2.6) 可以得到

$$(CC_g)^{\frac{1}{2}}\ \nabla^2\psi+\frac{1}{2}(CC_g)^{-\frac{1}{2}}\nabla(CC_g)\nabla\psi-\frac{1}{2}(CC_g)^{-\frac{1}{2}}\nabla(CC_g)$$
$$\nabla\psi+k^2(CC_g)^{\frac{1}{2}}\ \psi=0 \tag{2.10}$$

对上式整理后，可得下面的 Helmholtz 方程式

$$\nabla^2\psi+k^2\psi=0 \tag{2.11}$$

上式中的 k 因 x, y 坐标的不同而变化。对式（2.11）进行改写后得

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=-(k^2+\partial^2/\partial y^2)\psi \tag{2.12}$$

2.1.2 抛物线型波动方程式的推导

现在，我们考虑将复合波动场 ψ 分离成前进波 ψ^+ 和反射波 ψ^- 两个部分

$$\psi=\psi^+ +\psi^- \tag{2.13}$$

取为下面形式，

$$\psi^\pm=a^\pm e^{\pm i\int k\mathrm{d}x} \tag{2.14}$$

于是，可得

$$\frac{\partial\psi}{\partial x}=\psi^+ ik+\psi^- ik. \tag{2.15}$$

从式（2.13）和（2.15）可以得到关于 ψ^+ 及 ψ^- 的下面的表达式

$$\psi^+=\frac{1}{2ik}\frac{\partial\psi}{\partial x}+\frac{1}{2}\psi \tag{2.16}$$

$$\psi^-=\frac{1}{2}\psi-\frac{1}{2ik}\frac{\partial\psi}{\partial x} \tag{2.17}$$

在式（2.16）中，两边取 x 的偏微分后得：

$$\begin{aligned}\frac{\partial\psi^+}{\partial x}&=\frac{1}{2ik}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}-\frac{1}{2ik^2}\frac{\partial k}{\partial x}\frac{\partial\psi}{\partial x}+\frac{1}{2}\frac{\partial\psi}{\partial x}\\&=\frac{1}{2ik}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{ik^2}\frac{\partial k}{\partial x}\right)\frac{\partial\psi}{\partial x}\end{aligned} \tag{2.18}$$

即

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \left[\frac{\partial \psi^+}{\partial x} - \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{\mathrm{i}k^2}\frac{\partial k}{\partial x}\right)\frac{\partial \psi}{\partial x}\right] 2\mathrm{i}k \tag{2.19}$$

将上式代入式（2.12）中，就得

$$\left[2\frac{\partial \psi^+}{\partial x} - \left(1 - \frac{1}{\mathrm{i}k^2}\frac{\partial k}{\partial x}\right)\frac{\partial \psi}{\partial x}\right]\mathrm{i}k = -\left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)(\psi^+ + \psi^-) \tag{2.20}$$

并将式（2.15）代入，于是可得

$$\left[2\frac{\partial \psi^+}{\partial x} - \left(1 - \frac{1}{\mathrm{i}k^2}\frac{\partial k}{\partial x}\right)(\psi^+ 2\mathrm{i}k - \psi^- \mathrm{i}k)\right]\mathrm{i}k = -\left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\psi^+ - \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\psi^- \tag{2.21}$$

将上式按 ψ^+，ψ^- 进行整理，可得作为前进波部分的表达式

$$\frac{\partial \psi^+}{\partial x} = \left(\mathrm{i}k - \frac{1}{2k}\frac{\partial k}{\partial x} - \frac{\mathrm{i}}{2k}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\psi^+ + \left(\frac{1}{2k}\frac{\partial k}{\partial x} + \frac{\mathrm{i}}{2k}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\psi^- \tag{2.22}$$

同样，可得

$$\frac{\partial \psi^-}{\partial x} = \left(\frac{1}{2k}\frac{\partial k}{\partial x} - \frac{\mathrm{i}}{2k}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\psi^+ + \left(-\mathrm{i}k - \frac{1}{2k}\frac{\partial k}{\partial x} - \frac{\mathrm{i}}{2k}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\psi^- \tag{2.23}$$

最后，忽略反射波部分，对于前进波部分的表达式，运用式（2.3）的变数变换，可得

$$\phi_x^+ - \mathrm{i}k\phi^+ + \frac{(kCC_g)_x}{2kCC_g}\phi^+ - \frac{\mathrm{i}}{2kCC_g}(CC_g\phi_y^+)_y = 0 \tag{2.24}$$

注意到基准点处的波数为 k_0，于是有，

$$\phi^+ = -\frac{\mathrm{i}gA}{\sigma}\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0 x} \tag{2.25}$$

将上式代入式（2.24）并进行整理，就可得到复振幅 A 的抛物线型波动方程式

$$A_x - \mathrm{i}(k - k_0)A + \frac{(kCC_g)_x A}{2kCC_g} - \frac{\mathrm{i}}{2kCC_g}(CC_g A_y)_y = 0 \tag{2.26}$$

从式（2.2）和（2.25）中，可知 A 与 A' 的关系为：

$$A' = A e^{i(k_0 x - \int^x k dx)} \tag{2.27}$$

Kirby-Dalrymple（1986）在式（2.26）中增加能量衰减项以取得破波衰减效果，

$$A_x - i(k - k_0)A + \frac{(kCC_g)_x A}{2kCC_g} - \frac{i}{2kCC_g}(CC_g A_y)_y + \frac{W_r}{2C_g}A = 0 \tag{2.28}$$

关于破波衰减系数 W_r，Booij（1981）在間瀬等（1989）采用的 bore 模式的基础上，根据能量守恒法则推导出：

$$W_r = \frac{2B}{\gamma^3}\frac{1}{T}\left(\frac{H}{h}\right)^4 \tag{2.29}$$

其中，

$$\gamma = 0.7 + 5\tan\theta \tag{2.30}$$

$$B = \begin{cases} 11 - 10h/h_b & 0.6 \leqslant h/h_b \leqslant 1.0 \\ 5 & h/h_b \leqslant 0.6 \end{cases} \tag{2.31}$$

式中，H 为波高；$\tan\theta$ 为底面坡度；h_b 为破波水深。

2.1.3 抛物线型波动方程的数值解

为了求解抛物线型波动方程（2.28）的数值解，一般认为采用 Crank-Nicolson 差分法较为合适（磯部，1985，1996）。将式型（2.28）按 A 的偏微分项进行整理后，可写成下面形式：

$$A_{yy} + pA_y + qA_x + fA = 0 \tag{2.32}$$

这里，

$$p = \frac{1}{CC_g}(CC_g)_y \tag{2.33}$$

$$q = 2Ki \tag{2.34}$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com