

中等职业学校基础课教材

经济数学基础 (上册)

JINGJI SHUXUE JICHU



主 编 / 张 勇
主 审 / 王 翔 徐 俊



中国财政经济出版社

中等职业学校基础课教材

经济数学基础

(上册)

主编 张勇

主审 王翔 徐俊

中国财政经济出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

经济数学基础. 上册/张勇主编. —北京: 中国财政经济出版社, 2005.9
ISBN 7-5005-8568-3

I. 经… II. 张… III. 经济数学—专业学校—教材 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 100713 号

中国财政经济出版社 出版

URL: <http://www.cfeph.cn>

E-mail: cfeph@cfeph.cn

(版权所有 翻印必究)

社址: 北京市海淀区阜成路甲 28 号 邮政编码: 100036

发行处电话: 88190406 财经书店电话: 64033436

涿州市新华印刷有限公司印刷 各地新华书店经销

787 × 1092 毫米 16 开 11.5 印张 273 000 字

2005 年 9 月第 1 版 2005 年 9 月涿州第 1 次印刷

印数: 1-6060 定价: 20.00 元

ISBN 7-5005-8568-3 / O · 0045

(图书出现印装问题, 本社负责调换)

前言

针对当前中等职业学校教材偏深偏难的情况，我校针对目前学生的实际情况，转变教育观念，因材施教，明确中等职业学校的培养目标和教育特色，以学生实际能力为基础，量身定做校用教材。《经济数学基础》由此诞生。

本套教材以中等职业教育的培养目标为依据，从目前中等职业学校的学生实际基础出发，结合财经类中等职业学校教学内容的要求，贯彻“以培养全面素质为基础，以提高能力为本位”的指导思想，按照“加强基础、注重能力、体现够用、兼顾体系、服务专业”的原则来确定教材内容。在编写中，本套教材的体例保持了下列特点：

1. 针对目前中等职业学校学生的实际水平，教材降低了起点，以必需和够用为度，注重了小学、初中数学与中等职业教育数学知识及财经类专业课程的衔接，摒弃公式的推导，力求深入浅出，通俗易懂。

2. 从学生实际基础出发，不同层次的班级可从不同的章节切入，让学生的数学基础在原有的水平上提高一步，加入与生活和专业紧密联系的实例，突出为专业服务，以适应中等财经类各专业课学习的需要及进一步深造的需要。

3. 每章后面均安排有“小结”，其中的学习要求是对学生学完全章后的具体要求。

4. 每章最后均配有一套“单元测验题”，用做学生自己检查学完这一章后，能否达到这一章的基本学习要求。

5. 本套教材的练习题分为练一练、习题、复习题三类。练一练供课内巩固用；习题供课内或课外作业选用；复习题供复习时选用。

6. 带*部分为选学部分。

本套教材由武汉市财政学校下列教师编写：刘国元（第一、八章）、张勇（第二、十一章）、贾培（第三、六章）、黄镔（第四、七章（简易逻辑部分））、李远涛（第五、七章（集合部分））、简幼洁（第九、十章）、黄改云（第十二、十三章）、徐建华（第十四、十五章）。全书由张勇同志任主编并统稿，王翔、

2 经济数学基础（上册）

徐俊同志负责主审。

本套教材在编写中得到了武汉市财政学校杨远震校长的关怀与指导以及教务科、各专业教研室大力支持，在此一并表示感谢。

由于编者水平有限，加之编写时间仓促，教材中的不当之处恳请广大读者批评指正。

编 者

2005年7月

目录

第一章 比与比例	(1)
§ 1.1 分数形式的四则运算	(1)
习题 1.1	(3)
§ 1.2 比	(4)
习题 1.2	(7)
§ 1.3 比例	(7)
习题 1.3	(14)
本章小结	(15)
本章复习题	(16)
本单元测验题	(17)
第二章 百分数	(19)
§ 2.1 百分数的概念	(19)
§ 2.2 百分数和小数、分数的互化	(20)
习题 2.2	(21)
§ 2.3 百分数的应用	(22)
习题 2.3	(30)
本章小结	(32)
本章复习题	(33)
本单元测验题	(36)
第三章 常用面积与体积的计算	(39)
§ 3.1 常用面积的计算	(39)
习题 3.1	(42)
§ 3.2 常用体积的计算	(43)
习题 3.2	(47)
本章小结	(48)
本章复习题	(50)
本单元测验题	(53)

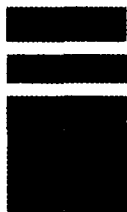
第四章 一元一次方程和二元一次方程组	(55)
§ 4.1 一元一次方程的概念及解法	(55)
习题 4.1	(59)
§ 4.2 一元一次方程的应用	(59)
习题 4.2	(63)
§ 4.3 二元一次方程及其解法	(65)
习题 4.3	(69)
§ 4.4 二元一次方程组的应用	(70)
习题 4.4	(74)
本章小结	(76)
本章复习题	(78)
本单元测验题	(80)
第五章 不等式	(83)
§ 5.1 不等式及其解集	(83)
习题 5.1	(85)
§ 5.2 不等式的性质	(85)
习题 5.2	(88)
§ 5.3 一元一次不等式及其解法	(88)
习题 5.3	(91)
§ 5.4 一元一次不等式组及其解法	(92)
习题 5.4	(95)
§ 5.5 绝对值不等式	(96)
习题 5.5	(98)
本章小结	(98)
本章复习题	(99)
本单元测验题	(101)
第六章 一元二次方程	(103)
§ 6.1 用公式解一元二次方程	(104)
习题 6.1	(106)
§ 6.2 用因式分解法解一元二次方程	(107)
习题 6.2	(109)
§ 6.3 一元二次方程的根的判别式	(109)
习题 6.3	(111)
§ 6.4 一元二次方程的根与系数的关系	(111)
习题 6.4	(113)
§ 6.5 一元二次方程的应用	(114)
习题 6.5	(117)

本章小结	(117)
本章复习题	(118)
本单元测验题	(119)
第七章 集合与简易逻辑	(121)
§ 7.1 集合与元素	(121)
习题 7.1	(125)
§ 7.2 集合之间的关系	(126)
习题 7.2	(128)
§ 7.3 交集、并集	(129)
习题 7.3	(132)
§ 7.4 全集与补集	(132)
习题 7.4	(134)
§ 7.5 逻辑联结词	(134)
习题 7.5	(138)
§ 7.6 充分条件与必要条件	(139)
习题 7.6	(141)
本章小结	(141)
本章复习题	(143)
本单元测验题	(144)
第八章 数列	(146)
§ 8.1 数列	(146)
习题 8.1	(149)
§ 8.2 等差数列及其通项公式	(150)
习题 8.2	(153)
§ 8.3 等差数列的前 n 项和	(153)
习题 8.3	(156)
§ 8.4 等差数列的应用	(156)
习题 8.4	(158)
§ 8.5 等比数列及其通项公式	(159)
习题 8.5	(162)
§ 8.6 等比数列的前 n 项和	(162)
习题 8.6	(166)
§ 8.7 等比数列的应用	(166)
习题 8.7	(169)
本章小结	(169)
本章复习题	(170)
本单元测验题	(171)

音乐能激发或抚慰情怀，绘画使人赏心悦目，诗歌能动人心魄，哲学可以获得智慧，科技可以改变生活，但数学却能提供以上的一切。

认识世界是为了改变世界。因此，学习的目的就是为
了要改善我们的生活方式。

第一章



比 与 比 例

在日常生活和社会经济实践的过程中，我们除了要研究事物的数量之外，还需要研究事物之间数量的相互关系。这些数量之间的相互关系被抽象成纯粹数之间的相互关系。

数学学科就是通过讨论纯粹的数之间的相互关系，揭示事物之间数量相互关系的共性，并应用这种共性（即事物之间数量相互关系的普遍性）来指导我们的生活和工作。

§ 1.1 分数形式的四则运算

在日常生活和社会经济实践的过程中，我们常常要和他人一起分配劳动成果，如5个人分16元钱。要能平均分配，就要了解分数的知识。

1.1.1 分数及性质

1. 分数

把“ a 除以 b ，即： $a \div b$ ”记成“ $\frac{a}{b}$ （或 a/b ）”的形式，读做“ b 分之 a ”。当 a 、 b 都

是整数时,我们把写成 $\frac{a}{b}$ 形式的数叫做分数.

2. 基本性质

$\frac{a}{b} = \frac{na}{nb}$, (其中 $n \neq 0$) 这个过程叫做约分.

1.1.2 分数的四则运算

1. 加减法

$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \pm c}{b}$ ($b \neq 0$) 或 $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$ ($b \neq 0, d \neq 0$), 使分母不同的分数转化为相同分母的过程叫做通分.

2. 乘法

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ ($b \neq 0, d \neq 0$).

3. 除法

$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ ($b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$).

4. 繁分数形式化简

我们把在分子或分母上仍是分数形式的数叫做繁分数形式.

如: $\frac{1}{\frac{2}{3}}$, $\frac{\frac{4}{3}}{5}$, $\frac{\frac{3}{4}}{-\frac{7}{5}}$, $\frac{1.2}{\frac{2.5}{3}}$ 等等.

常见的简单繁分数的三种形式及化简:

$$\textcircled{1} \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{bc}$$

$$\textcircled{2} \frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{ac}{b}$$

$$\textcircled{3} \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$$

练一练

1. 你会计算这些式子吗?

$$(1) \frac{11}{13} - \frac{1}{2}$$

$$(2) -\frac{3}{5} + 1\frac{2}{3}$$

$$(3) \frac{4}{7} \times \frac{2}{5}$$

$$(4) \frac{5}{8} \div \frac{15}{16}$$

2. 你会计算下列算式吗?

$$(1) \frac{1}{14} \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{12} \right)$$

$$(2) \frac{1}{4} \div \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)$$

$$(3) \left(\frac{7}{8} - \frac{5}{16} \right) \times \left(\frac{5}{9} + \frac{2}{3} \right)$$

$$(4) \frac{1}{6} + \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \div 2$$

$$(5) \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8} \right) \div \frac{3}{4}$$

$$(6) \left[1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8} \right) \right] \div \left(-\frac{1}{4} \right)$$

$$(7) \left(\frac{11}{12} - \frac{3}{4} \right) \div \left(2 - \frac{1}{2} \right)$$

$$(8) \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{5} \right) \right] \div \frac{7}{10}$$

3. 你会化简下列繁分数吗?

$$(1) \frac{\frac{3}{2}}{5}$$

$$(2) \frac{\frac{4}{7}}{\frac{11}{11}}$$

$$(3) \frac{\frac{-2}{3}}{\frac{8}{27}}$$

习 题 1.1

1. 计算

$$(1) -\frac{5}{13} + \frac{4}{11}$$

$$(2) -\frac{4}{5} + \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$(3) \frac{4}{7} + \frac{3}{14}$$

$$(4) \frac{8}{5} + \left(\frac{-5}{6}\right)$$

$$(5) \frac{1}{5} \div 3 + \frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$$

$$(6) \frac{1}{3} \div \frac{4}{9} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$(7) \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right) \times \frac{15}{2}$$

$$(8) 3 - \frac{3}{2} \times \frac{10}{21} - \frac{2}{7}$$

$$(9) \frac{1}{3} + 3 \div \frac{1}{2}$$

$$(10) 2 - \frac{8}{15} \times \frac{9}{16}$$

2. 计算

$$(1) -\frac{2}{11} - \left(\frac{3}{7}\right)$$

$$(2) -\frac{2}{5} - \left(-\frac{4}{9}\right)$$

$$(3) \frac{7}{12} - \frac{5}{6}$$

$$(4) \frac{7}{15} - \left(\frac{-5}{6}\right)$$

$$(5) 2 - \frac{8}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{1}{7}$$

$$(6) \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \div \frac{3}{4}$$

$$(7) \frac{11}{5} \div \left[\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5}\right) \times \frac{1}{13}\right]$$

$$(8) 20 - \frac{1}{4} \times \frac{2}{5}$$

$$(9) \left[4 - \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{8}\right)\right] \times \frac{4}{29}$$

$$(10) \frac{1}{7} + \frac{7}{8} \times \frac{5}{7} + \frac{3}{8}$$

3. 计算

$$(1) -\frac{5}{7} \times \frac{2}{3}$$

$$(2) -\frac{5}{9} \times \left(-\frac{3}{5}\right)$$

$$(3) \frac{12}{19} \times \frac{11}{24}$$

4. 计算

$$(1) -\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$$

$$(2) -\frac{2}{7} \div \left(-\frac{6}{7}\right)$$

$$(3) \frac{8}{27} \div \frac{2}{9}$$

5. 化简下列繁分数

$$-\frac{\frac{3}{7}}{5}$$

$$\frac{4}{-\frac{2}{9}}$$

$$\frac{\frac{-5}{9}}{\frac{10}{-27}}$$

$$\frac{3.7}{5}$$

$$\frac{2.3}{\frac{7}{6}}$$

6. 计算

$$(1) 12 \times \frac{5}{9} + \frac{1}{6}$$

$$(2) \left(\frac{7}{10} + \frac{3}{4}\right) \times 5$$

$$(3) \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{4}{5}$$

$$(4) \frac{1}{6} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{8}$$

$$(5) \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{6}$$

$$(6) 150 - 144 \times \frac{5}{6}$$

$$(7) 6 \times \frac{5}{8} - \frac{1}{2}$$

$$(8) \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{4}\right) \times 28$$

7. 计算

(1) $\frac{2}{9} + \frac{1}{2} \div \frac{4}{5} + \frac{3}{8}$

(2) $\frac{8}{13} \div 7 + \frac{1}{7} \times \frac{6}{13}$

(3) $2 - \frac{6}{13} \div \frac{9}{26} - \frac{2}{3}$

(4) $\frac{12}{5} \times \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{4} \right) + \frac{4}{5}$

(5) $10 \div \frac{5}{9} + \frac{1}{6} \times 4$

(6) $\frac{1}{6} \times \frac{2}{3} \div \left(\frac{4}{5} - \frac{8}{15} \right)$

8. 小王买了一枝圆珠笔和一枝钢笔, 共用去 12 元, 圆珠笔的单价是钢笔的 $\frac{1}{5}$. 圆珠笔和钢笔的单价各是多少?

9. 商店运来苹果 4 吨, 比运来的橘子的 2 倍少 $\frac{3}{4}$ 吨. 运来橘子多少吨?

10. (1) 一个建筑工地 9 月份上半月用水泥 18 吨, 下半月用的水泥是上半月的 $\frac{8}{9}$. 9 月份一共用水泥多少吨?

(2) 一个建筑工地 9 月份用水泥 34 吨, 其中下半月用的水泥是上半月的 $\frac{8}{9}$. 上半月用水泥多少吨?

11. 一张课桌比一把椅子贵 10 元, 如果椅子的单价是课桌单价的 $\frac{3}{5}$, 课桌和椅子的单价各是多少?

12. 港口有一批煤. 先用 8 辆大卡车运, 每辆装 5 吨; 剩下的改用 5 辆小卡车运, 每辆小卡车的装载量是大卡车的 $\frac{1}{5}$, 恰好一次运完. 这批煤共有多少吨?

§ 1.2 比

在日常生活和社会经济实践的过程中, 我们还经常对两个事物的数量进行比较, 为的是想找出它们之间的相互关系来指导我们后续的工作.

如: 某房间长为 4 米, 宽为 2 米, 那么长和宽的数量关系是长是宽的 2 倍. 要理解这个关系是怎么来的, 就需要理解比的概念.

1.2.1 比的概念

两个数相除又叫做两个数的比. 即我们也把“ $a \div b$ ”记成“ $a:b$ ”, 读做“ a 比 b ”, “ $a:b$ ”也可以说成是“ a 和 b 的比”. 其中“ $:$ ”是比号, 读做“比”. 比号前面的数 a 叫做比的前项, 比号后面的数 b 叫做比的后项. 比的前项除以比的后项所得的商, 叫做比值.

在社会实践中, 我们也常把这个比值叫做比率.

由于我们也把“ $a \div b$ ”记成“ $\frac{a}{b}$ (或 a/b)”的形式, 所以

$$a \div b = a:b = \frac{a}{b}.$$

这个式子揭示了除法、比、分数之间的相互联系.

【例 1-1】

(1) 已知两个数的比是 5:7, 请把这个比写成分数形式;

(2) 已知两个数的比率是 $\frac{9}{13}$, 请把分数形式写成两个数比的形式.

解:

(1) 这个比的分数形式是 $\frac{5}{7}$;

(2) 这个分数的比的形式是 9:13.

【例 1-2】 已知两个数的比是 3:9, 请把这个比的形式化简, 并求这两个数的比率.

解: $\because 3:9 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$,

\therefore 这两个数的比又可写成 1:3, 这两个数的比率是 $\frac{1}{3}$.

【例 1-3】 甲乙两人合作完成某项工作, 甲完成了这项工作的 $\frac{4}{7}$, 请问:

(1) 乙完成了这项工作的多少?

(2) 甲乙两人完成工作的比是多少?

解:

(1) 乙完成了这项工作的: $1 - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$;

(2) 甲乙两人完成工作的比是: $\frac{4}{7} : \frac{3}{7} = 4:3$.

【例 1-4】

(1) 已知两个数的比率是 $\frac{1}{3}$, 并且已知比的后项是 24, 求比的前项;

(2) 已知两个数的比的形式是 2:5, 并且已知比的前项是 6, 求比的后项.

解:

(1) 设比的前项是 x , 依题意, 有 $x:24 = \frac{1}{3}$, $\therefore x = \frac{1}{3} \times 24$, $\therefore x = 8$;

(2) 设比的后项是 x , 依题意,

\therefore 这两个数的比的形式是 2:5,

\therefore 这两个数的比率是 $\frac{2}{5}$, $6:x = \frac{2}{5}$, $x:6 = \frac{5}{2}$, $x = \frac{5}{2} \times 6$, $x = 15$ (或使用比例式: $6:x = 2:5$, $\therefore 2x = 6 \times 5$, $\therefore x = 15$).

练一练

1. 你会分别计算 3 与 7, 5 与 -2, 36 与 6 的比率吗?

2. 你会计算下列问题吗?

(1) 已知两个数的比率是 $\frac{5}{2}$, 并且已知比的后项是 -12, 求比的前项;

(2) 已知两个数的比的形式是 3:7, 并且已知比的前项是 6, 求比的后项.

3. 如果你打算与他人合资经营, 对方打算投资 32 万元, 你可投入 12 万元. 为了避免今后的麻烦, 现在要先订立合同. 那么你打算用什么比率来分享今后的盈利或分担今后的亏空呢?

1.2.2 连比

当有三个或三个以上的数连续相比时, 我们就把它叫做连比. 如: 2:3:5, 4:6:9:12.

虽然两个数相比时, 我们可以把比写成分数形式, 但连比是不能转化成分数或连续相除的形式的, 因为连比只是它们各个数之间的相互关系, 而不是一个数值的结果.

现在, 以三个项的连比来说明它们之间的相互关系.

如果三个数形成连比, 即“ $a:b:c$ ”, 是指这样的一些关系: 第一个数与第二个数的比是 $a:b$; 第一个数与第三个数的比是 $a:c$; 以及第二个数与第三个数的比是 $b:c$. 也就是说, 三个项连比, 表示了三个比的关系, 这三个比的关系中, 其中只有两个(任意的两个)是可以随意改变比值的, 另一个比则由这两个比的关系惟一确定.

当需要把两个比的形式连起来, 写成一个三个项的连比时, 先要在两个比中, 把表示同一个数的项化成相同的数值, 再把两个比拼接成三个项的连比形式.

这种方法对于多于三个项的连比形式的转化也是相同的.

【例 1-5】

(1) 已知三个数的比是 3:7:6, 请把它改写成两两相比的形式;

(2) 已知三个数中第一个数与第二个数的比是 2:5, 第一个数与第三个数的比是 1:3, 那么, 第二个数与第三个数的比是多少? 请把这三个数的比写成一个连比形式.

解:

(1) \therefore 这三个数的比是 3:7:6,

\therefore 第一个数与第二个数的比是 3:7, 第一个数与第三个数的比是 $3:6=1:2$, 第二个数与第三个数的比是 7:6;

(2) \therefore 第一个数与第二个数的比是 2:5, 第一个数与第三个数的比是 $1:3=2:6$,

\therefore 第二个数与第三个数的比是 5:6; 这三个数的比写成一个连比形式是: 2:5:6.

【例 1-6】 已知四个数中第一个数与第二个数的比是 2:5, 第一个数与第三个数的比是 1:3, 第二个数与第四个数的比是 4:7, 请把这四个数的比写成一个连比形式.

解: \therefore 第一个数与第二个数的比是 $2:5=2 \times 4:5 \times 4=8:20$, 第一个数与第三个数的比是 $1:3=1 \times 8:3 \times 8=8:24$, 第二个数与第四个数的比是 $4:7=4 \times 5:7 \times 5=20:35$,

\therefore 这四个数的比写成一个连比形式是: 8:20:24:35.

练一练

你会进行下列连比形式与多个比的形式之间互相转换吗?

(1) 已知三个数的比是 3:7:6, 请把它改写成两两相比的形式;

(2) 已知三个数中第一个数与第二个数的比是 $2:5$ ，第一个数与第三个数的比是 $1:3$ ，那么，第二个数与第三个数的比是多少？请把这三个数的比写成一个连比形式。

习 题 1.2

1. (1) 已知两个数的比是 $6:11$ ，请把这个比写成分数形式；

(2) 已知两个数的比率是 $\frac{2}{13}$ ，请把分数形式写成两个数比的形式。

2. (1) 已知两个数的比是 $-7:13$ ，请把这个比写成分数形式；

(2) 已知两个数的比率是 $-\frac{23}{11}$ ，请把分数形式写成两个数比的形式。

3. 已知两个数的比是 $5:-20$ ，请把这个比的形式化简，并求这两个数的比率。

4. 某厂有甲、乙两个车间，甲车间生产产品 360 件，乙车间生产产品 750 件，两个车间生产产量的比率是多少？

5. 已知三个数的比是 $6:9:4$ ，请把它改写成两两相比的形式。

6. 已知三个数中第一个数与第二个数的比是 $8:5$ ，第一个数与第三个数的比是 $3:7$ ，那么，第二个数与第三个数的比是多少？请把这三个数的比写成一个连比形式。

7. 某种纯手工产品要经过 A 、 B 两道生产工序，生产一个这种产品， A 、 B 两道生产工序所费工时的比率是 $2:7$ ，现在，老板分给你 171 名工人，让你来组织生产，请问：在这两种工序上，你应该分别配备多少名工人？

8. 已知三个数的比是 $-5:3:(-2)$ ，请把它们改写成两两相比的形式。

9. 已知三个数中第一个数与第二个数的比是 $-4:7$ ，第一个数与第三个数的比是 $2:5$ ，那么，第二个数与第三个数的比是多少？请把这三个数的比写成一个连比形式。

* 10. 已知四个数中第一个数与第二个数的比是 $-3:2$ ，第一个数与第三个数的比是 $1:3$ ，第二个数与第四个数的比是 $3:(-4)$ ，请把这四个数的比写成一个连比形式。

§ 1.3 比 例

1.3.1 比例的概念

如果两个数 a 和 b 的比与另两个数 c 和 d 的比相等，记为： $a:b=c:d$ （或 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ），这个等式叫做比例（等）式（也叫做比例）。

在上述比例式中，我们把 a 与 d 叫做比例的外项；而把 b 与 c 叫做比例的内项。

一般地，当两个比例内项相等时，我们也把这两个相等的内项叫做比例中项。

1.3.2 比例的性质

1. 两外项之积等于两内项之积

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = cb \quad (bd \neq 0).$$

2. 反比定理

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \quad (abcd \neq 0).$$

3. 更比定理

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad (abcd \neq 0).$$

4. 合比定理

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \quad (bd \neq 0).$$

【例 1-7】

(1) 已知: $x:5=7:8$, 求 x ;

(2) 已知: $11:x=19:3$, 求 x .

解:

$$(1) \because x:5=7:8, \text{ 即: } \frac{x}{5} = \frac{7}{8},$$

$$\therefore x = 5 \times \frac{7}{8} = \frac{35}{8};$$

$$(2) \because 11:x=19:3, \text{ 即: } \frac{11}{x} = \frac{19}{3}$$

$$\therefore \frac{x}{11} = \frac{3}{19}, x = 11 \times \frac{3}{19} = \frac{33}{19}.$$

【例 1-8】

(1) 已知 2 与某个数的比和这个数与 8 的比相等, 求这个数;

(2) 求 -3 与 -27 的比例中项.

解:

$$(1) \text{ 设这个数为 } x, \text{ 依题意, 有 } 2:x=x:8, \text{ 即: } \frac{2}{x} = \frac{x}{8},$$

$$\therefore x^2 = 16, x = \pm 4;$$

$$(2) \text{ 设这个比例中项为 } x, \text{ 依题意, 有 } -3:x=x:(-27), \text{ 即: } \frac{-3}{x} = \frac{x}{-27},$$

$$\therefore x^2 = (-3) \times (-27) = 3 \times 27 = 81 = 3^4 = (3^2)^2 = 9^2, x = \pm 9.$$

【例 1-9】 甲乙两人合资做生意. 甲投资 5 万元, 乙投资 4 万元. 一个月后, 他们赢利 8100 元. 请问, 他们该如何分配利润?

解: 设甲应分得盈利 x 元, 乙应分得盈利 y 元; 由于盈利分配应按他们的投资比例来

分配,

$$\therefore x:y=5:4, y=\frac{4}{5}x, \text{又两人共分 } 8100 \text{ 元, } x+\frac{4}{5}x=8100,$$

解之, 得: $x=4500$ (元), $y=3600$ (元).

答: 甲应分得盈利 4500 元, 乙应分得盈利 3600 元.

【例 1-10】 某公司决定按 3:4:5 的比例在小张、大李、老王三人之间分配奖金 6000 元, 你知道他们各人应该得到多少奖金吗?

解: 设小张、大李、老王三人各分得奖金 x 元、 y 元、 z 元; 依题意, 有:

$$\begin{cases} x:y:z=3:4:5, \\ x+y+z=6000. \end{cases}$$

$$\text{即: } \begin{cases} x:y:z=3k:4k:5k, \\ x+y+z=6000. \end{cases} \quad (\text{其中 } k \text{ 为 } x、y、z \text{ 的最大公约数})$$

$$\therefore x=3k, y=4k, z=5k, 3k+4k+5k=6000, k=\frac{6000}{3+4+5},$$

$$x=3k=3 \times \frac{6000}{3+4+5} = \frac{3}{3+4+5} \times 6000 = 1500 \text{ (元).}$$

$$\text{同理: } y=4k = \frac{4}{3+4+5} \times 6000 = 2000 \text{ (元),}$$

$$z=5k = \frac{5}{3+4+5} \times 6000 = 2500 \text{ (元).}$$

答: 小张、大李、老王三人各分得奖金 1500 元、2000 元、2500 元.

练一练

你会计算下列有关比例的问题吗?

(1) 已知: $x:5=7:8$, 求 x ;

(2) 已知: $11:x=19:3$, 求 x ;

(3) 求 -2 与 -8 的比例中项;

(4) 甲乙两人合资做生意. 甲投资 3 万元, 乙投资 6 万元. 一个月后, 他们赢利 3600 元. 请问, 他们该如何分配利润?

1.3.3 比与比例的应用

比与比例在社会经济生活中有着广泛的应用.

1. 求平均数的应用

求平均数虽然是平均分配问题, 是分数形式的应用. 但分数形式也可以看成是两个数的比. 所以, 平均数的问题也可以说是比的应用问题.

【例 1-11】 某企业 6 月份的工资总额 248 万元, 工人总数为 2000 人, 那么该企业工人