

新课程

数学 思维拓展训练

七年级

主编 施储 李学军 方炼

启迪思维
丰富想像
探究规律
发展推理



浙江人民出版社



前言

《数学思维拓展训练》是为配合初中数学新课改而组织编写,供教师和学生使用的参考用书。

本书的编写遵循初中数学新课程标准的精神,以浙教版初中数学教材的章节安排为基础,融入其他版本教材中的优秀题型和呈现方式。书中体现了初中数学的主干性内容,并在此基础上作了必要的延伸和拓宽;适当安排了一些开放性、探索性问题,选用了近几年的中考升学卷和初中数学竞赛卷中的典型试题,在思维的灵活性、创造性及解决实际问题的数学能力上赋予了较高的要求。书中除了有按教学进度而设置的常规内容外,还提供了—些拓展性内容供师生选用。

《数学思维拓展训练》构建了“知识建构”、“例题讨论”和“练习巩固”三部分内容,力求经典和富有活力,具有基础性、灵活性、开放性、综合性和应用性,能适应近年来数学学业水平考试和学习能力考试卷中涌现出来的新题型、新思路、新方法,因此不但可供学生在日常学习中使用,也适合“学生活动中心学科部”学生使用,此外,本书对教师的教学也有较高的参考价值。

《数学思维拓展训练》分年级编写,由施储、李学军、方炼主编。七年级册由方炼、袁鲁明主持编写,编写人员有方炼、袁鲁明、张国强、姜国强,全书由方炼统稿和审定,吕中达老师协助审稿。

本书在编写中定有不当之处,恳切地希望学生和教师同行们斧正。

让我们一起去感受、体验数学的美妙和神奇吧!

编者

2006年5月



目 录

七年级(上)

第一讲 有趣的数学世界(一).....	(1)
第二讲 从自然数到有理数.....	(6)
第三讲 有理数的运算	(10)
第四讲 实数	(14)
第五讲 代数式	(18)
第六讲 一元一次方程	(22)
第七讲 数据与图表	(26)
第八讲 图形的初步知识	(33)
第九讲 变化的图形	(37)
第十讲 竞赛题选讲	(42)
七年级(上)期中自测卷	(46)
七年级(上)期末自测卷	(49)

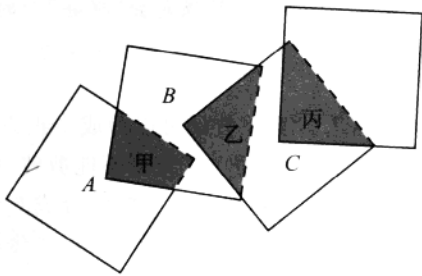
七年级(下)

第一讲 有趣的数学世界(二)	(52)
第二讲 三角形的初步知识	(56)
第三讲 图形和变换	(60)
第四讲 事件的可能性	(66)
第五讲 二元一次方程组	(72)
第六讲 方程与生活	(75)
第七讲 整式的乘除	(80)
第八讲 因式分解	(84)
第九讲 分式	(87)
第十讲 我们身边的逻辑推理	(90)
七年级(下)期中自测卷	(94)
七年级(下)期末自测卷	(98)
英语趣题.....	(101)
参考解答.....	(102)

例题讨论

(如果你想来想去都想不清楚,那也不要紧,以后再来研究这个问题.)

(从解答此题的过程中,你还可以发现哪些有趣的现象?)

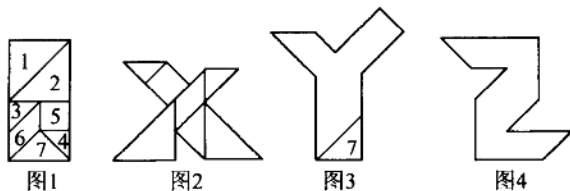


例 3 用○表示空心圆,用●表示实心圆,有足够多的这两种圆有规律地排列如下:

.....那么在前 2005 个圆中有多少个空心圆?

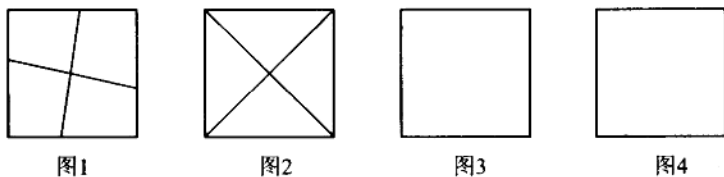
例4 数学兴趣小组的一位同学用了七块塑料片拼成一个长方形(图1),其他同学又拼出了许多图形,如图2、图3、图4等.

- (1) 请你在图2中填上对应的编号;
- (2) 在图3中添线,并填上对应的编号;
- (3) 在图4中添线,并填上对应的编号.



例4图

例5 如图,有两个正方形的花坛,要把每个花坛都分成面积相等的四块,然后分别种上不同颜色的花草.图1、图2是张强和王黎设计的,图3和图4留给你设计,要设计得更好看,试试看!



例5图

例6 平面上两条相交直线有一个交点,那么平面上三条两两相交(即其中任何两条直线都相交)直线有几个交点?如果是四条呢?

(数学问题有时候是会“捉弄”人的,你可得仔细一点!)

例7 “大正方形可以剪成小正方形”的问题是比较有趣的.这里指的小正方形的大小可以不同,但每个正方形不能剪破.那么,一个正方形能分成3个小正方形吗?可以分成4个吗?可以分成5个吗?分成6个?分成7个?分成8个?

(画画看!说说你的判断,谈谈你的理由.)

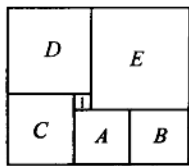
例8 如果有2003个学生排成一列,按1,2,3,4,3,2,1,2,3,4,3,2,...的规律报数,那么第2003名学生应该报什么数?





例 9 如图(示意图),长方形的电脑屏幕被不同颜色的 6 个正方形图布满,已知中间最小的正方形面积是 1,你能推算出这个屏幕的面积吗?

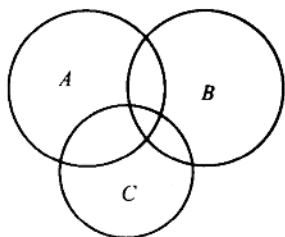
(不要试图设许多未知数来列方程,这样会有麻烦.可以利用图中各正方形的相互关系来推算.)



例 9 图

例 10 有一群小朋友往地上的 A, B, C 三个圆圈中扔硬币,一共扔了 50 个,结束时发现 A, B, C 中各有 13 个、17 个、18 个,而同时在 A, B 中有 4 个,同时在 A, C 中有 7 个,同时在 B, C 中有 5 个,同时在 A, B, C 中有 2 个,在三个圈外有 7 个.

请你帮助他们算一下,还有几个被扔得找不到了.



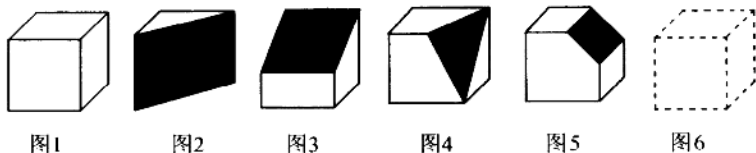
例 10 图

例 11 七年级的 93 位同学在 4 位教师带领下到离学校 33 千米的 A 地旅游,学校有一辆最多允许坐 25 人的汽车,为了尽快到达 A 地,决定采用乘车和步行相结合的方法.假如你是其中的一位同学,请你设计一个最佳方案,使全体师生花最短的时间到达.最短时间是多少?(假设师生的步行速度都是 5 千米/时,汽车速度是 55 千米/时,上下车的时间不计.)

(在诸多方案中往往存在最佳的方案,用数学方法可以帮助你找到.)

(提示:要让全体师生在最短的时间内到达,关键是最后到达者的时间.因为有车,可以往返运送,所以要尽可能使最后的步行人和最后的乘车人同时到达.)

例 12 图 1 是正方体的木块,把它切去一角,可能得到如图 2、图 3、图 4、图 5 的木块.观察可知图 1 中有 8 个顶点,12 条棱和 6 个面.



例 12 图



- (1) 请你将图 2、图 3、图 4、图 5 中的顶点数、棱数和面数填入下表中；
- (2) 观察分析表中的数据，归纳顶点数、棱数和面数之间的数量关系；
- (3) 画一个正方体，用不同于前面的方法切去一角，把结果填入表中，并检验(2)中的结论。

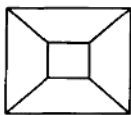
	顶点数	棱数	面数
图 1			
图 2			
图 3			
图 4			
图 5			
图 6			

练习巩固

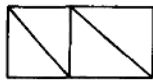
1. 有一个四位数具有以下特征：这个四位数与它的各位数字之和是 1999，求这个四位数。
2. 若 a, b, c, d, e 都是大于 1 的自然数，且它们的积 $a \times b \times c \times d \times e = 2000$ ，那么它们的和 $a + b + c + d + e$ 的最大值是多少？最小值又是多少？
3. 如果 x, y 是任意两个不等于零的有理数，我们约定运算符号 $\odot$ 的意义是： $x \odot y = \frac{x^2}{y}$ ，而其他运算符号的意义不变，求 $[2 \odot (3 \odot 4)] - [(2 \odot 3) \odot 4]$ 的值。
4. 图甲、乙、丙、丁都是平面图形。
 - (1) 观察后把每个图的顶点数、边数和这些边围成的区域数填入表中；
 - (2) 猜测顶点数、边数和区域数之间的数量关系；
 - (3) 若一个平面图形有 999 个顶点和 99 个区域，那么这个图形有几条边？



甲



乙



丙



丁

第 4 题图



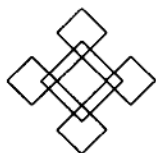


	顶点数	边数	区域数
甲	4	6	3
乙			
丙			
丁			

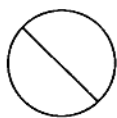
5. 剪纸是中国的一种民间艺术,我们介绍一种剪菱形图的方法如下:先把纸按图示折叠后再剪,即得四个菱形.



请回答,下面四个图案中,哪几个可以用类似于上面的方法剪得?



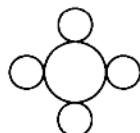
(A)



(B)

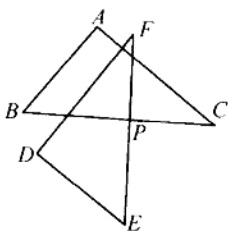


(C)



(D)

6. 如图,在直角三角形 ABC 中, $\angle A$ 是直角, $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$, 点 P 在 BC 上, $BP = 3\text{cm}$, 以 P 为中心把三角形 ABC 逆时针旋转 90° 到三角形 DEF 位置. 求两个三角形的重叠部分的面积.



第 6 题图



数学小幽默

Pi 是什么?

数学家: Pi 是圆周长与直径的比.

工程师: Pi 大约是 $\frac{22}{7}$.

计算机程序员: 双精度下 Pi 是 3.141592653589.

营养学家: 你们这些死心眼的数学脑瓜, “派”是一种既好吃又健康的甜点!



第二讲 从自然数到有理数

知识建构

本讲的主要内容是对负数的认识,有理数和它的分类、数轴、相反数、绝对值的概念,以及比较有理数的大小、在数轴上表示数、求一个数的绝对值、绝对值的性质等.

1. 有理数
- | | | |
|-----|-----|----------------|
| 整数 | 正整数 | 其中正整数和零统称为自然数; |
| | 零 | |
| 负整数 | | |
| 分数 | 正分数 | |
| | 负分数 | |

2. 数轴是一条规定了正方向、原点和单位长度的直线,在以下几方面体现了数和形的结合:运用数轴直观地表示数;运用数轴形象地解释相反数;运用数轴准确地比较有理数的大小;运用数轴解决与绝对值有关的问题.

3. 绝对值的意义可以从两个方面来理解:

- (1) 正数的绝对值是它自己,负数的绝对值是它的相反数,零的绝对值是零;
 (2) 从数轴上看,一个数的绝对值就是表示这个数的点到原点的距离.

所以,绝对值有一个重要的性质:非负性(即 $|a| \geq 0$).

4. 比较有理数的大小关键是要掌握负数大小的比较:两个负数比大小,绝对值大的反而小;任何负数都小于正数和零.

例题讨论

例1 单选:

- 在数轴上表示 $+7$ 的点与表示 -6 的点相距()
 (A) 1cm (B) 13个单位长度 (C) 13cm (D) 1个长度单位
- 数轴上的A, B, C, D分别表示数4, 0, -3 , 1, 那么其中两点间的最远距离是()
 (A) 4 (B) -7 (C) 7 (D) 3
- 有四个数:0.33, $-\pi$, $-\frac{1}{3}$, 0, 把它们从大到小排列是()





(A) $-\pi < -\frac{1}{3} < 0 < 0.33$

(B) $0.33 > 0 > -\pi > -\frac{1}{3}$

(C) $0.33 > -\frac{1}{3} > -\pi > 0$

(D) $0.33 > 0 > -\frac{1}{3} > -\pi$

4. 下列说法中正确的是()

(A) 若两个数不相等,那么它们的绝对值也一定不相等

(B) 若两个数的绝对值相等,那么这两个数一定相等

(C) 正数的绝对值是正数,负数的绝对值是负数,零的绝对值是零

(D) 一个数的绝对值是零,那么这个数一定是零

 5. 在数轴上点 P 表示 -6 ,把点 P 向左移动 3 个单位到点 M ,那么点 M 表示数()

(A) 6

(B) 3

 (C) -9

(D) 9

6. 某公司一季度的销售情况是:二月份比一月份增加 10%,三月份比二月份减少 10%,那么三月份比一月份()

(A) 增加 10%

(B) 减少 10%

(C) 不增加也不减少 (D) 减少 1%

例 2 填空:

 1. -3 的符号是_____,绝对值是_____。

2. 符号是“+”号,绝对值是 7 的数是_____。

 3. 10.5 的符号是_____,绝对值是_____。

4. 绝对值是 5.1,符号是“-”号的数是_____。

 5. $|+8| + |-5| + |-0.8| - |-3|$ 的结果是_____。

6. 如果一个数的相反数等于这个数的绝对值,那么这个数是_____。

 7. 把下面五个数: $0, 2, -2.1, -3.4, -3\frac{1}{3}$ 从小到大用不等号“ $<$ ”连接的结果是_____。

 8. 不大于 3 且不小于 -4 的非负整数是_____。

 9. 在图中 12 个方格中的字母都代表数字,已知任何相邻三个方格中的数字的和都是 20,那么其中的字母 X 代表的数是_____。

5	A	B	C	D	E	F	X	G	H	E	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

例 3 回答下列问题:

1. 绝对值是 12 的数有几个?是什么?

2. 绝对值是 0 的数有几个?是什么?

 3. 有没有绝对值是 -3 的数?为什么?

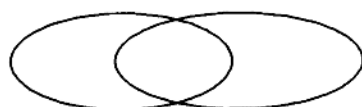
 4. 求下列各数的绝对值: $-5, 4.5, -0.5, +1, 0$ 。


例4 小王在南北向的大街上值勤,先向南走了50米,接着又向北走了70米.

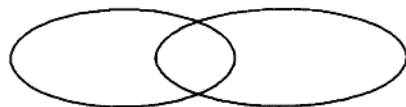
- (1) 用正负数表示上述两个数量;
- (2) 小王一共走了多少路程?

例5 画一条数轴,并在上面标上下列有理数所对应的点: $-3, -0.5, 0, 2.5$.

例6 把下列各数分别填在表示它所在的圈内: $-45, 45, 0, 0.08, \frac{3}{7}, -3\frac{1}{3}, 19\%$.



负数 整数



正数 分数

例7 规定地面以上为正,有一口水井一周内每天的水位如下表所示:

星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
-3.5m	-2.5m	-2m	-1.5m	-1.8m	-2.3m	-3.6m

请回答,在这一周内:

- (1) 这口井哪一天的水最满? 哪一天的水最浅?
- (2) 这口井的水位变化有什么规律?

例8 计算: $|26 - 5 \times (3 - 0.3)| + 12 \div \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) - |-4\frac{1}{6}|$.

例9 (实验探究题)如图是一个边长分别为3和5的长方形,我们把它表示为“ 3×5 ”,现在要把它分成5个互不相同的长方形,而且它们的边长都要是整数.

你能分吗? 请在图上画出你的分法,并把每个长方形的边长用类似上面“ 3×5 ”的形式表示.





练习巩固

一、单选题

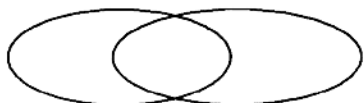
- 最小的自然数和最大的非正数的和是()
(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 2
- 小明在七年级(6)班,这里的“6”属于()
(A) 排序 (B) 记数 (C) 标号 (D) 测量结果
- 大于-4且不大于10的整数的和是()
(A) 51 (B) 49 (C) 55 (D) 45
- 用10根木条(每根长3cm)围成一个三角形,木条不能剩余,那么所围的三角形的最短边长是()
(A) 3cm (B) 6cm (C) 9cm (D) 2cm

二、填空题

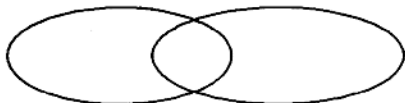
- 如果-33千米表示向北移动33千米,那么13千米表示_____.
- 最大的负整数是_____.
- 在数轴上,表示-2的点是A,与点A相距5个单位的点所表示的数是_____.
- 若 $|x-2|+|y|=0$,那么 $x+y$ 的值是_____.
- 在数轴上,表示有理数的绝对值的点的位置在_____.

三、解答题

- 把下列各数分别填在表示它所在的圈内:22,0,-120,0.07, $\frac{311}{71}$, $-3\frac{1}{3}$,29%.



负数 整数



正数 分数

- 如图是一个边长分别为3和5的长方形,我们把它表示为“ 3×5 ”,现在要把它分成6个互不相同的长方形,而且它们的边长都要是整数.

你能分吗?如果能分,请在图上画出你的分法,并把每个长方形的边长用类似上面“ 3×5 ”的形式表示.如果不能分,请说明理由.



第三讲 有理数的运算

知识建构

1. 我们在小学算术中学的正整数、正分数和零的基础上增加负整数、负分数后形成了有理数. 有理数的运算是在小学的四则混合运算的基础上发展而来的. 加法的交换律、结合律, 乘法的交换律、结合律、分配律在有理数的运算中仍然适用.

2. 对“-”号有两种理解: 一是作为运算符号, 表示的是“减法”; 二是作为性质符号, 表示相反的意思, 当一个数前面添上“-”号, 它就变成原数的相反数.

3. 有理数运算有加、减、乘、除和乘方运算, 因为减去一个数等于加上这个数的相反数, 除以一个不等于零的数等于乘以这个数的倒数, 所以加减运算可以统一为加法运算, 乘除运算可以统一为乘法运算.

4. 去括号是有理数运算中的一个重要内容, 特别是当括号前面是“-”号时, 去掉“-”号及括号, 括号内的每一项都改变符号. 也可以把“-”号看做“-1”来乘以括号内的每一项.

5. 一个近似数的精确度可以有两种方法表述, 即“精确到某一位”和“保留几个有效数字”. 近似计算和科学记数法与实际联系比较多, 要学会使用和辨别.

例题讨论

例 1 填空:

- $-10 + (-1 - 3) - (4 - 8)$ 等于_____.
- $\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5} + \frac{7}{4}\right) \times (-2 - 18)$ 等于_____.
- $23 \div 21 \times \left(-\frac{3}{23}\right)$ 等于_____.
- $(2^5 \times 3^5 - 2^3 \times 3) \div (-8 \times 3)$ 等于_____.
- $-\left|-\frac{2}{13}\right|$ 的倒数是_____.
- 数 21.30×10^8 有_____个有效数字.





7. 一个数的表示形式是 0.123×10^4 , 那么这个数是_____.
8. 两个数的绝对值的和是 9, 其中一个数是 -3, 则另一个数是_____.
9. 在数轴上与表示 3 的点的距离为 2 的点表示的数是_____.
10. 7 个有理数的连乘积是 -1, 那么这 7 个数中的负数有_____个.

例 2 单选:

1. 已知一个数的立方是 1 与 9 的差的绝对值, 则这个数是()
(A) 2 (B) -2 (C) 2 或 -2 (D) ± 8
2. 图纸上标明某零件的加工要求是 $\Phi 26^{+0.03}_{-0.02}$, 现有下列尺寸的产品, 其中不合格的是()
(A) $\Phi 26.009$ (B) $\Phi 26.02$ (C) $\Phi 26.1$ (D) $\Phi 25.99$
3. 计算 $(100^2 - 200^2) \div 10^4$ 的值是()
(A) 1 (B) -2 (C) -3 (D) 4
4. 如果 $2^n \div 8^3 = 2^2$, 那么 n 的值为()
(A) 7 (B) 8 (C) -7 (D) 11
5. 数轴上有三个点 A, B, C, 分别表示有理数 $a, 1, -1$, 那么 $|a+1|$ 表示()
(A) A, B 两点间的距离 (B) A, C 两点间的距离
(C) A, B 两点到原点的距离的和 (D) A, C 两点到原点的距离的和
6. 如果 a 是任意有理数, 则 $|-a| - a$ 的值()
(A) 必大于零 (B) 必小于零 (C) 必不大于零 (D) 必不小于零

例 3 在下式的各个方框内各填入一个四则运算符号(不能加括号), 使得等式成立.

$$6 \square 3 \square 2 \square 12 \square 1 \square 5 = -3$$

例 4 若 $a = -\frac{2005}{2004}$, $b = -\frac{2004}{2003}$, $c = -\frac{2003}{2002}$, 请你指出 a, b, c 的大小关系.

例 5 计算下列各式:

$$1. -(-3) + \left(-2\frac{1}{2}\right) + (-0.638) - (+3) - (-0.138);$$

$$2. (-3) \div \left(-1\frac{3}{4}\right) \times 0.75 \times \left|-2\frac{1}{3}\right| \div |-3|.$$



例6 计算: $1\frac{2}{3} + 2\frac{2}{15} + 3\frac{2}{35} + \cdots + 11\frac{2}{483} + 12\frac{2}{575}$.

[提示:分两部分计算,原式 = $(1+2+3+\cdots) + (\frac{2}{3} + \frac{2}{15} + \frac{2}{35} + \cdots)$,
而 $(\frac{2}{3} + \frac{2}{15} + \frac{2}{35} + \cdots) = (\frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \cdots) = (1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots)$.]

例7 算式 $\underbrace{99\cdots99}_{2005\text{个}9} \times \underbrace{99\cdots99}_{2005\text{个}9} + \underbrace{199\cdots99}_{2005\text{个}9}$ 的答数中有多少个零?如果把其中的2005改为 n (n 是大于1的整数),那么结果又如何?

[提示:这是一个很大的数,不能硬做,可以把 $\underbrace{99\cdots99}_{2005\text{个}9} \times \underbrace{99\cdots99}_{2005\text{个}9} + \underbrace{199\cdots99}_{2005\text{个}9}$
= $\underbrace{99\cdots99}_{2005\text{个}9} \times (\underbrace{99\cdots99}_{2005\text{个}9} + 1) + \underbrace{100\cdots00}_{2005\text{个}0}$ 拆成两数的和,提取公因数后化简计算.]

例8 我国古时候人们用天干和地支来记次序,其中天干有10个:甲乙丙丁戊己庚辛壬癸;地支有12个:子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥,把天干和地支分别循环排列成如下两行:

甲乙丙丁戊己庚辛壬癸甲乙丙丁戊己庚辛壬癸……

子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥……

从左往右,上下两个为一组,第1组是“甲子”,第2组是“乙丑”……第8组是“辛未”……问当第2次出现“甲子”时是在第几组?

例9 某次数学竞赛中,有这样一题: $-4\frac{1}{2} \div 1\frac{4}{5} \times (-6\frac{1}{3}) \div 6\frac{1}{3} \times (-1\frac{4}{5}) \div 4\frac{1}{2} \times (-4\frac{1}{2}) \div 1\frac{4}{5} \times (-6\frac{1}{3}) \div 6\frac{1}{3} \times (-1\frac{4}{5}) \div 4\frac{1}{2} \cdots$ 问算到130个数时,结果是多少?这把许多同学难倒了,而张华却很快地求得答案是 $-2\frac{1}{2}$. 你认为他正确吗?

[提示:分析发现 $-4\frac{1}{2} \div 1\frac{4}{5} \times (-6\frac{1}{3}) \div 6\frac{1}{3} \times (-1\frac{4}{5}) \div 4\frac{1}{2}$ 这六个数作为一组循环出现,而其值为-1.再测算130个数中它出现几次,计算剩余式子的值就容易了.]





练习巩固

一、填空题

1. 绝对值小于 π 的所有整数是_____.
2. 比较大小(用“ $<$ ”或“ $>$ ”表示): $-\frac{2}{3}$ _____ $-\frac{4}{5}$.

3. 在括号内填上所使用的运算律:()

$$-4 \times \left(-\frac{3}{8} + \frac{7}{4} - 0.25 \right) = -4 \times \left(-\frac{3}{8} \right) + (-4) \times \frac{7}{4} + (-4) \times (-0.25).$$

二、单选题

4. 在有理数 2, 3, 14, -0.6 , 0 , $-\frac{2}{5}$, $-9\frac{1}{3}$, 0.005 , -100 , 3210 中负分数的个数为 x , 正整数的个数为 y , 非负数的个数为 m , 则 $x+y+m$ 的值是()
(A) 11 (B) 10 (C) 12 (D) 9
5. 若有理数 p 满足 $|-p| = 13$, 则 p 的值是()
(A) -13 (B) 13 (C) ± 13 (D) 不存在

三、解答题

6. 计算下列各式:

$$(1) 3.162 - (-2) + \left(-3\frac{1}{2}\right) + (+3) - \left(+5\frac{1}{4}\right) - (+0.162);$$

$$(2) \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 - \left(-1\frac{2}{3}\right) \div \left(-1\frac{1}{8}\right) \times \left(-1\frac{1}{2}\right)^3.$$

7. 求 $1995 \times 199619961996 - 1996 \times 199519951995$ 的值.

8. 求 $(-2^2) + \left(\frac{191919}{939393} + \frac{19019}{93093} + \frac{190019}{930093}\right)$ 的值.

9. 计算: $-\frac{1}{1999} + \frac{2}{1999} - \frac{3}{1999} + \cdots + \frac{3996}{1999} - \frac{3997}{1999}.$

(提示: 各项分母相同, 实际上是计算 $-1+2-3+\cdots+3996-3997$, 可以用反序相加的方法.)

10. 古希腊数学家把数 1, 3, 6, 10, 15, 21, $\cdots$ 叫做三角形数, 请你研究一下它的规律, 并计算第 23 个三角形数与第 21 个三角形数的差.



第四讲 实数

知识建构

1. 本讲中有一些重要概念,如平方根、算术平方根、立方根、无理数、实数等,其中平方根和算术平方根两个概念容易混淆,而无理数概念又很抽象.

(1) 有理数和无理数统称为实数.

(2) 平方根:一般地,如果一个数的平方等于 a ,那么这个数叫做 a 的平方根.

(3) 算术平方根:正数的正平方根和零的平方根,统称算术平方根.

2. 本讲有一些技能要求:如平方根、立方根和算术平方根的表示、求非负数的平方根及算术平方根、用计算器开平方及混合运算、查立方根表、化简、实数的分类、求实数的相反数和绝对值、实数大小的比较及近似计算.

3. 初步接触数形结合思想,用作图的方法在数轴上表示简单的无理数.

例题讨论

例1 填空:

- 12 的平方根是_____, 12 的立方根是_____.
- $\sqrt{36}$ 的平方根是_____, $-\sqrt{36}$ 的立方根是_____.
- 若实数 x 没有平方根,则 x 的取值范围是_____.
- 比较 $\frac{1}{2}$ 与 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的大小是_____, 比较 $1-\sqrt{7}$ 与 $1-\sqrt{5}$ 的大小是_____.
- 设 a 是最小的自然数, b 是最大的负整数, c 是绝对值最小的有理数,则 a, b, c 的和是_____.
- _____和_____统称实数.
- 要使 $\sqrt{3-2x}$ 在实数范围内有意义, x 的取值范围应是_____.
- 若 $a < 0$, 则 $\sqrt{a^2} + a + 1$ 的值是_____.
- $\sqrt{1\frac{24}{25}} =$ _____; $\sqrt[3]{0.027} =$ _____.

