

///

高等学校理工科规划教材

工程力学

GONGCHENG LIXUE

银建中/主编



大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

TB12
98

高等学校理工科规划教材

工 程 力 学

主编 银建中
编著 银建中 夏远景
刘学武 李 岳

大连理工大学出版社

© 银建中 2006

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/银建中主编. —大连:大连理工大学出版社, 2006. 2
ISBN 7-5611-3099-6

I. 工… II. 银… III. 工程力学—高等学校—教材 IV. TB12

中国版本图书 CIP 数据核字(2006)第 000949 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023

发行:0411-84708842 邮购:0411-84703636 传真:0411-84701466

E-mail: dulp@dulp. cn URL: <http://www.dulp. cn>

大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm 印张:12.5 字数:283 千字

印数:1~3 000

2006 年 2 月第 1 版

2006 年 2 月第 1 次印刷

责任编辑:刘新彦 于建辉

责任校对:欣 宇

封面设计:宋 蕾

定 价:18.00 元

前 言

本书是为化学工程与工艺、应用化学、环境科学与工程、生物工程、制药工程以及高分子材料科学与工程等各专业编写的工程力学教材。对于这些专业而言,“工程力学”属于专业基础课程。随着教学改革的不断深入,目前的课时数基本保持在 32 学时左右。作为担任本门课程教学的教师,编者在多年的教学实践中深感需要一本适合上述各专业特点、少学时、重点突出、便于教学和学生自学的简明教材。作为对教学改革的探索和尝试,结合工艺类专业的特点,特编写了本教材。

简明、实用、易于教学是编者编写此书所始终遵循的指导思想和不断追求的目标。全书包括物体的受力分析与平衡条件(静力学中的部分内容)、轴向拉伸与压缩、剪切与圆轴扭转、梁的弯曲、强度理论与组合变形以及压杆稳定等内容。在例题和习题的选择上,也力求体现上述专业与“过程机械”、“过程装备”紧密结合的特色,尽可能与过程工程实际相结合。通过教学,希望能够培养学生在习惯于从“化学、工艺、过程控制”等视角认知事物的同时,同样能够自觉地运用力学的、机械的观点来分析过程工程中的实际问题。

参加本书编写的人员有:银建中(绪论、第 4、5 章、附录),夏远景(第 1、2 章),刘学武(第 3 章),李岳(第 6 章)。全书由银建中担任主编并负责统稿,李志义教授主审。

本书从酝酿、编写到最终出版,得到了大连理工大学教务处、化工学院和化工机械系各级领导的关心和支持,另外,书中参考、借鉴了许多院校的优秀教材,使编者受益匪浅,在此一并表示衷心的感谢。

限于编者的学识和水平,书中缺点甚至错误在所难免,恳请广大读者随时批评指正。

编著者
2006 年 2 月

目 录

第0章 绪 论 /1

- 0.1 任务与研究方法 /1
- 0.2 研究对象 /1
- 0.3 力的作用效应 /1
- 0.4 刚体与变形体 /2
- 0.5 内力 截面法 /2
- 0.6 约束条件与结构模型化 /2
- 0.7 基本变形形式 /2
- 0.8 强度、刚度与稳定性 /3

第1章 物体的受力分析与平衡条件 /4

- 1.1 受力分析 受力图 /4
 - 1.1.1 基本概念 /4
 - 1.1.2 静力学公理 /5
 - 1.1.3 约束与约束反力 /8
 - 1.1.4 物体的受力分析和受力图 /11
- 1.2 平面汇交力系的简化与平衡条件 /14
 - 1.2.1 平面汇交力系简化与平衡的几何法 /14
 - 1.2.2 平面汇交力系简化与平衡的解析法 /16
- 1.3 力的平移定理 /19
 - 1.3.1 力对点之矩 汇交力系的合力矩定理 /20
 - 1.3.2 平面力偶系的简化与平衡 /21
 - 1.3.3 力的平移定理 /24
- 1.4 平面一般力系的简化与平衡 /25
 - 1.4.1 平面一般力系的简化 /25
 - 1.4.2 固定端约束 /26
 - 1.4.3 简化结果的讨论 /27
 - 1.4.4 平衡条件与平衡方程 /28

本章小结 /33

思考题 /35

习 题 /35

第2章 轴向拉伸与压缩 /41

- 2.1 引言 /41
- 2.2 拉伸与压缩的基本概念 /42
- 2.3 物体的内力 截面法 /43

2.3.1 内力的概念 /43

2.3.2 截面法求内力 /44

2.4 拉伸与压缩时的应力分析 /46

2.4.1 应力的概念 /46

2.4.2 轴向拉压时横截面上的应力 /47

2.5 拉伸与压缩变形 胡克定律 /49

2.5.1 纵向变形 /49

2.5.2 横向变形 /49

2.5.3 胡克定律 /50

2.6 材料受拉伸与压缩时的机械性能 /52

2.6.1 材料在拉伸时的机械性能 /52

2.6.2 材料在压缩时的机械性能 /56

2.7 轴向拉伸与压缩时的强度计算 /57

2.7.1 许用应力与安全系数 /57

2.7.2 轴向拉伸与压缩时的强度条件 /58

2.8 热应力的概念 /61

2.9 应力集中的概念 /62

本章小结 /63

思考题 /64

习 题 /64

第3章 剪切与圆轴扭转 /68

3.1 剪切与挤压 受力分析 /68

3.1.1 剪切 /68

3.1.2 挤压 /70

3.1.3 剪切与挤压的计算实例 /71

3.1.4 剪应变与剪切胡克定律简介 /74

3.2 扭转的基本概念及其受力分析 /75

3.2.1 扭转时外力的计算 /77

3.2.2 扭转时内力的计算 /78

3.3 圆轴扭转时的应力及强度条件 /82

3.3.1 剪应变的分布规律 /82

3.3.2 以物理方程求剪应力的分布规律 /83

3.3.3 以静力平衡求剪应力 /84

3.3.4 截面的几何性质、强度条件 /85

3.4 圆轴扭转时的变形及刚度条件 /87

3.4.1 圆轴扭转时的变形分析 /87

3.4.2 圆轴扭转时的刚度条件 / 87

本章小结 / 92

思考题 / 94

习题 / 94

第4章 梁的弯曲 / 99

4.1 引言 / 99

4.2 平面弯曲 梁结构 / 99

4.3 弯曲时的内力分析 / 101

4.3.1 弯曲内力 / 101

4.3.2 剪力和弯矩符号规则 / 102

4.4 弯矩图 / 103

4.5 弯曲时的应力和强度计算 / 109

4.5.1 平面假设与变形的几何关系 / 110

4.5.2 物理方程与应力分布 / 111

4.5.3 静力平衡方程 / 112

4.5.4 弯曲正应力公式适用范围的讨论 / 113

4.6 截面几何性质 / 114

4.6.1 常用截面的几何性质 / 114

4.6.2 组合截面的几何性质 / 116

4.7 弯曲正应力的强度条件 / 118

4.8 梁的优化设计 / 122

4.8.1 支承的合理安排 / 122

4.8.2 载荷的合理布置 / 122

4.8.3 截面形状的合理设计 / 124

4.9 梁的弯曲变形 / 126

4.9.1 梁的弹性曲线、挠度和转角 / 127

4.9.2 弹性曲线的近似微分方程 / 128

4.9.3 用叠加法求梁的变形 / 131

4.9.4 梁的刚度校核、提高抗弯刚度的措施 / 132

本章小结 / 133

思考题 / 134

习题 / 134

第5章 强度理论与组合变形 / 140

5.1 引言 / 140

5.2 强度理论简介 / 140

5.3 组合变形的概念 / 141

5.4 拉伸(压缩)与弯曲变形的组合 / 142

5.5 扭转与弯曲变形的组合 / 146

5.5.1 扭转与弯曲变形组合时的应力分析 / 147

5.5.2 最大剪应力公式推导 / 147

5.5.3 扭转与弯曲时的强度计算 / 149

本章小结 / 152

思考题 / 152

习题 / 153

第6章 压杆稳定 / 156

6.1 工程中的稳定性问题 / 156

6.2 两端球铰支细长压杆的临界力 / 158

6.3 杆端不同约束条件下细长压杆的临界力 / 159

6.4 压杆临界应力与欧拉公式的适用范围 / 163

6.4.1 临界应力和柔度 / 163

6.4.2 欧拉公式的适用范围 / 163

6.4.3 中柔度压杆的临界应力公式 / 164

6.5 压杆稳定性校核 / 166

6.5.1 压杆稳定性安全准则 / 166

6.5.2 压杆稳定性校核的安全系数法 / 167

6.6 工程中提高压杆稳定性的措施 / 168

6.7 其他构件稳定问题简介 / 169

本章小结 / 170

思考题 / 172

习题 / 172

附录 / 175

附录A 内压薄壁容器的应力分析 / 175

附录B 型钢表 / 178

附录C 部分习题参考答案 / 189

参考文献 / 192

第0章 绪 论

工程力学既是工程学科的专业基础,也是工程设计的基础,它所包含的内容十分广泛,本书讨论的“工程力学”只涉及“静力学”和“材料力学”两部分。而且作为面向工艺类专业的力学教材,本书从实际需要出发,仅选取了静力学和材料力学中的最基本内容。“工程力学”是工艺类专业学生学习“化工设备机械基础”的先修课程。工程设计的任务之一就是保证构件在确定的外力作用下能够正常工作而不失效,这就需要掌握工程力学知识并运用到实际中去。

0.1 任务与研究方法

工程力学的任务是研究物体在外力作用下的受力特点及平衡条件,以及各种材料和构件在外力作用下所表现出的力学性能,并指出如何从构件的材料、结构及尺寸(几何)等方面,保证其满足安全、适用和经济等要求。在工程力学中,研究问题的方法可以概括为:实验→假设→理论分析→验证等基本步骤。

0.2 研究对象

根据几何形状和尺寸的差别,工程中的构件可归纳为:杆件、壳体、板、块体等。

当构件在某一方向上的尺寸比另两个方向上的尺寸大很多时,力学上称之为杆件,例如,梁结构、传动轴、连杆、支柱等。杆件横截面中心的连线称为轴线,轴线为直线的杆件又称为直杆。本书主要以等截面直杆为研究对象。

当构件在某一方向上的尺寸比其余两个方向上的尺寸小很多时,力学上称之为板或壳体。其中,形状为平面的称为板,形状为曲面的称为壳体。化工容器与设备就是典型的壳体结构。

当构件在三个方向上的尺寸具有相同数量级时,力学上称之为块体。例如,水坝、房屋的基础等均属于此类构件。

0.3 力的作用效应

自然界的物体都会受到力的作用,物体受到力的作用后会产生两种效果:一是运动状态(或趋势)的改变;一是变形。我们把运动状态的改变称为力对物体作用的外效应,而把变形称为力对物体作用的内效应。静力学中主要讨论物体在外力作用下保持平衡时的受力特点和受力分析,主要考虑力对物体作用的外效应。而材料力学中是把物体按照变形体来处理,研究构件在外力作用下的变形特征,所以考虑的是力对物体作用的内效应。也可

以说,研究外效应的目的是为研究内效应打下基础。

0.4 刚体与变形体

在静力学部分,为了研究物体受力作用的外效应(平衡与运动等),物体由于微小变形对其运动状态所造成的影响是很小的,是次要因素。所以,可以假设物体为刚体(抽象化),即在外力作用下不产生任何变形的物体。但当研究外力对物体作用的内效应时,则必须考虑物体受力后会产生变形的客观事实,因为这时尽管微小的变形也成为问题分析的主要因素了。可见,处理不同问题其方法灵活而又不失其科学性。从方法论角度讲,这也是力学分析的一个特点。

0.5 内力 截面法

物体内某一部分与其他部分间相互作用的力称为内力。物体本身就有内力存在(原子间的相互作用),但当外力使物体变形时,在物体内部还会引起附加内力,工程力学所研究的正是这种附加内力,为方便起见,把此附加内力简称为内力。力学中在求解物体受外力作用而引起的内力时,通常采用一假想的截面将物体一分为二,取其中一段为研究对象,而把另一段对该段的作用以截面上的内力来代替,然后通过静力平衡条件求得截面上的内力。这种方法称为截面法,它是力学上处理问题的最基本手段。

0.6 约束条件与结构模型化

工程结构或者构件都是在相互连接或接触中工作的,这种连接就是构件与构件或者构件与基础(支撑)之间的相互作用,称为约束。工程力学中把约束分为柔性约束、光滑面约束、铰链约束和固定端约束等。将载荷、约束和构件经过适当简化后,以比较直观的图形表示,则可以建立起物体的受力分析模型。建模是力学分析的前提,正确的计算结果依赖于正确的力学模型。

0.7 基本变形形式

由于外力的作用,杆件所产生的变形有如下几种基本形式:拉伸与压缩、剪切、扭转、弯曲。

作用于杆件上外力的合力作用线与杆件轴线重合,杆件的变形是沿轴线方向的伸长或缩短。杆件的这种变形称为轴向拉伸或轴向压缩。

作用在构件两侧面上外力的合力大小相等、方向相反,且作用线相距很近,两力作用线间的截面发生相对错动。构件的这种变形称为剪切变形。如,销钉、铆钉、螺栓等的变形多为剪切变形。

作用在杆两端的一对力偶大小相等、方向相反,且力偶所在的平面与杆件的横截面平行。在这些外力偶的作用下,杆件的横截面将绕轴线产生相对转动,其纵向直线变成螺旋

线,这种变形称为杆的扭转变形。承受扭转变形的杆件通常称为轴。

杆件在垂直于其轴线的外力或者位于其轴线所在平面内的外力偶作用下,轴线将由直线变成曲线,这种变形称为弯曲变形。以弯曲变形为主的杆件称为梁。

通常杆件的变形比较复杂,但都可以看成是上述四种基本变形形式的组合,即所谓的组合变形。我们会首先研究基本变形特点,再介绍组合变形。

0.8 强度、刚度与稳定性

工程力学所要解决的实际问题可以划分为三大类:强度问题、刚度问题、稳定性问题。抵抗破坏的能力属于强度问题,抵抗变形的能力则是刚度问题,还有一类问题既不属于强度破坏,也不属于刚度破坏,而是稳定性问题。

强度是指构件在外力作用下抵抗显著塑性变形或断裂的能力。构件在外力作用下可能断裂,也可能发生不可恢复的塑性变形,这两种情况都属于强度破坏或强度失效。构件正常工作需具备足够的强度,这类条件称为强度条件。

刚度是指构件在外力作用下抵抗发生过大弹性变形或弹性位移的能力。刚度失效是指构件在外力作用下发生过量的弹性变形或弹性位移。很多构件在工作时对弹性变形也有一定的要求,如,机床主轴变形过大会降低加工精度,车辆减震器弹簧变形过小起不到缓冲作用等。这类构件除了应满足强度条件外,还应具有一定的刚度,把变形控制在要求范围以内,这类条件称为刚度条件。

稳定性是指构件在外力作用下保持其原有平衡形式的能力。在一定外力作用下,构件突然发生不能保持其原有平衡形式的现象,称为稳定性失效,简称为失稳。构件工作时产生失稳会导致结构或机械的整体或局部坍塌,这在工程实际中是不允许的。确定稳定平衡需要满足的条件称为稳定性条件。

运用力学知识通常可以进行的设计工作主要包括:

- (1)对于给定载荷条件的结构进行尺寸设计;
- (2)对于已有结构进行校核计算;
- (3)求许可载荷。

第1章 物体的受力分析与平衡条件

工程中的结构、构件如果在外力的作用下处于静止状态或者保持匀速直线运动状态,那么,我们称之为处于平衡状态。平衡状态只是物体机械运动的一种特殊形式。在静力学中,主要研究物体在力系作用下处于平衡状态时所应遵循的基本规律,包括确定研究对象、进行受力分析、简化力系、建立平衡条件及求解未知量等内容。通过本章的学习,明确作用于构件上的全部外力(包括其数量、作用方向和大小),为对构件进行强度计算和刚度计算提供前提。

1.1 受力分析 受力图

本节将介绍静力学基本概念及静力学公理,并阐述工程中常见的约束与约束反力的特点,最后,介绍物体的受力分析和受力图。

1.1.1 基本概念

1. 平衡的概念

平衡是指物体相对于地面静止或保持匀速直线运动的一种状态,是物体机械运动的特殊形式。例如,静止在地面上的房屋、桥梁、水坝等建筑物,在化工厂中静止在地面上的各种化工设备,在空中沿直线匀速飞行的飞机等物体,都处于平衡状态。运动是物体的固有属性,物体的平衡总是相对的。在地面上看来是静止的建筑物、设备或做匀速直线飞行的飞机,实际上还是随着地球的自转和绕太阳的公转而运动。因此,平衡是相对于所选的参考物体而言的。一般工程技术问题取固定于地球的坐标系作为参考系来进行研究,实践证明,所得到的结果具有足够的精确度。

2. 力的概念

力的概念来自于长期的生活和生产实践。人们在推、拉、提、举物体时,肌肉有张紧感,逐渐产生了对力的感性认识。后来,人们进一步观察到物体与物体之间也有相互作用。相互作用会引起物体运动状态的改变,也会引起物体形状的变化。例如,人推小车,小车由静止开始运动,运动的速度由慢变快,或者运动方向发生改变;空中下落的物体,由于地心引力作用而越落越快。上述物体运动状态的改变,是由于物体间的相互作用而产生的,这种作用也称为机械作用。物体间相互的机械作用还能引起物体的变形,如铁匠打铁,由于锻锤对锻件的冲击,使锻件改变了形状;杆件受拉力作用而伸长、受压力作用而缩短等。大量的感性认识经过科学的抽象,并加以概括,逐渐形成了力的概念。力是物体间相互的机械作用,这种作用使物体的运动状态发生改变,或使物体发生变形。

物体受力后产生的效应有两种,一是力使物体运动状态发生改变的效应,称为力的外效应;二是力使物体变形的效应,称为力的内效应。力的作用离不开物体,因此谈到力,必

须指明相互作用的两个物体,并且要根据研究对象的不同来确定受力体和施力体。

实践证明,力对物体的作用效应取决于力的大小、方向和作用点,这三个因素称为力的三要素。当这三要素中有任何一个改变时,力的作用效应也将改变。力的大小表示机械作用的强弱,可以根据力的效应的大小加以测定,在国际单位制中,力的计量单位为牛顿(N)或千牛顿(kN)。工程上曾采用工程单位制,力的单位是千克力(kgf), $1\text{ kgf}=9.8\text{ N}$ 。力的方向是指力作用的方位和指向。力的作用点是指力在物体上的作用位置。一般来说,力的作用位置并不是一个点,而是一定的面积。但是,当作用面积可以不计大小时,就抽象成为一个点,这个点就是力的作用点。这种集中作用于一点的力称为集中力。通过力的作用点并沿力的作用方位的直线,称为力的作用线。

力既有大小又有方向,是矢量,因此力可以用一个带箭头的有向线段(矢量) $\overrightarrow{AB}$ 来表示,如图1-1所示。矢量长度按照一定比例表示力的大小,矢量方向为力的作用线的方向,矢量起始端或末端为力的作用点,如图1-1中的A、B两点。本章用加粗的斜体字母 $\boldsymbol{F}$ 表示力矢量,而用字母 F 表示力的大小。作用在同一物体上的一群力(两个或两个以上)称为力系。如果物体在力系作用下处于平衡状态,这样的力系就称为平衡力系。如果作用在物体上两个力系的效果相同,则这两个力系互称为等效力系。用一个简单力系等效地替换一个复杂力系的过程称为力系的简化,力系简化的目的是简化物体受力,以便于进一步分析和研究。

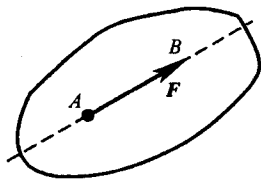


图1-1

3. 刚体的概念

所谓刚体就是在外力作用下,形状和大小都保持不变的物体,也就是说,刚体在外力的作用下,其内部任意两点之间的距离始终保持不变。显然,在自然界中,任何物体受力总要产生一些变形,例如,车辆驶过铁桥时,桥墩发生压缩变形,桥梁发生弯曲变形等。可见,刚体在实际中并不存在,它只是实际物体的抽象力学模型。但是,工程实际中的机械零件和构件在正常情况下的变形,一般是很微小的。在许多力学问题的研究中,微小的变形不起主要作用,完全可以忽略,这时我们把物体视为刚体,从而使问题的研究得以简化(例如在分析物体受力作用的外效应时)。本章所涉及的对象都按刚体来处理。刚体是依据所研究问题的性质抽象出来的理想化力学模型,当变形在所研究的问题中成为主要因素时,就不能再把物体视为刚体(如研究力的内效应时),而要按变形体来进行处理,这在后面的章节会逐步遇到。

1.1.2 静力学公理

静力学公理是人们在长期的生活和生产活动中,经过反复观察和试验总结出来的客观规律,它正确地反映了作用于物体上的力的基本性质,是无需证明的正确理论,是静力学的基础。

公理1.1 (二力平衡公理) 刚体上仅受两个力作用而平衡的充分必要条件是:两个力大小相等、方向相反,且作用在同一直线上(简称等值、反向、共线)。

二力平衡公理表明了作用于刚体上最简单的力系平衡时所满足的条件,是推导力系平衡条件的基础。此公理只适用于刚体,对于变形体来说,它只是必要条件,而非充分条件。例如,软绳受大小相等、方向相反的两个拉力作用时可以平衡,但如将拉力变为压力,则软

绳不能平衡。

工程中常有一些不计自重,且只受两个力作用而平衡的构件,称为二力构件。二力构件的形状可以是直线形的,也可以是其他任何形状的。当构件的形状为杆状时,称为二力杆。根据二力平衡公理,二力构件平衡时,作用于二力构件上的两个力必然等值、反向、共线。在结构找出二力构件,对整个结构系统的受力分析是至关重要的。

公理 1.2 (加减平衡力系公理) 在作用于刚体的任一力系中,加上或减去任一平衡力系,并不改变原力系对刚体的效应。

加减平衡力系公理是力系简化的重要依据。利用二力平衡公理和加减平衡力系公理可得到推论 1.1。

推论 1.1 (力的可传性原理) 作用于刚体上的力可沿其作用线移至刚体内任一点,而不改变该力对刚体的效应。

证明 设有力 F 作用在刚体上的某点 A ,如图 1-2 所示,根据加减平衡力系公理,可在力的作用线上任取一点 B ,在点 B 加上一对平衡力 F_1 和 F_2 ,并使 $F_1 = -F_2 = F$ 。因为 (F_1, F_2) 是平衡力系,由公理 1.2 可知,力系 (F, F_1, F_2) 与力 F 等效。 F 与 F_2 二力等值、反向、共线,构成一平衡力系,减去该平衡力系,由公理 1.2 知,力 F_1 与力系 (F, F_1, F_2) 等效。从而力 F 与力 F_1 等效。因为力 F_1 的大小、方向均与力 F 相同,且此二力等效,这相当于将力 F 沿其作用线从点 A 移至点 B ,而不改变原力对刚体的效应。

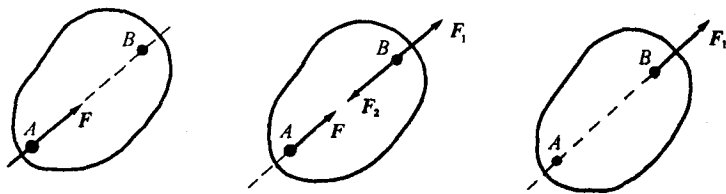


图 1-2

力的可传性原理说明,作用于刚体上的力可沿其作用线任意滑动。因而,对于刚体而言,力是滑动矢量,力的三要素变成力的大小、方向和作用线。

注意,公理 1.2 及推论 1.1 只适用于刚体,而不适用于变形体。例如,一根直杆受到一对平衡拉力 F 和 F' 作用时,将沿轴线伸长(图 1-3(a));若将二力沿作用线互相易位,则直杆将受压力作用而沿轴向缩短(图 1-3(b))。显然,伸长和缩短是两种完全不同的效应。所以,在研究力对物体的内效应时,力的可传性原理便不再成立,此时力的作用点是决定力的作用效果的要素,必须将力视为固定矢量。

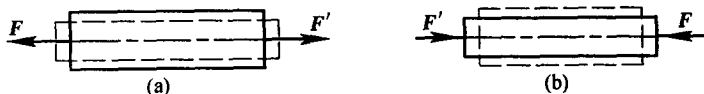


图 1-3

公理 1.3 (力的平行四边形法则) 作用在物体上同一点的两个力可以合成为一个合力,合力也作用于该点,其大小和方向可由以这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示。

在图 1-4(a)中,设力 F_1 和 F_2 作用于物体的 A 点,以 F_R 表示其合力,则有

$$F_R = F_1 + F_2$$

即合力矢等于两个分力矢的矢量和。

公理 1.3 说明,力矢可按平行四边形法则进行合成与分解。力的平行四边形作图过程可以简化,如图 1-4(b),求合力 F_R 时,实际上不必作出整个平行四边形,只要以力 F_1 的末端 B 作为力 F_2 的始端,画出 F_2 (即两分力首尾相接),那么,矢量 $\overrightarrow{AC}$ 就代表合力 F_R ,这种求合力的方法称为力的三角形法则。如果一个力与一个力系等效,则称该力为力系的合力;力系中各个力称为合力的分力。由分力求合力的过程称为力系的合成,由合力求分力的过程称为力系的分解。

利用力的平行四边形公理,也可以把作用在物体上的一个力分解为相交的两个分力,分力和合力作用于同一点。由于用同一条对角线可以作出无穷多个不同的平行四边形,所以如不附加其他条件,一个力分解为相交的两个分力可以有无穷多解。在工程问题中,常遇到的是把一个力分解为方向已知的两个分力,特别有用的是分解为方向已知且互相垂直的两个分力,这种分解称为正交分解,所得的两个分力称为正交分力。

推论 1.2 (三力平衡汇交定理) 当刚体受三个力作用而平衡时,若其中任何两个力的作用线相交于一点,则此三个力必在同一平面内,且第三个力的作用线通过汇交点。

证明 如图 1-5 所示,设互不平行的三个力 F_1 、 F_2 、 F_3 分别作用于刚体的 A、B、C 三点,力 F_1 、 F_2 的作用线相交于 O 点。刚体在此三个力的作用下处于平衡状态。将力 F_1 、 F_2 移至 O 点,合并成为一力 F_R ,于是力系 (F_1, F_2, F_3) 与力系 (F_R, F_3) 等效。因为力系 (F_1, F_2, F_3) 是平衡力系,故力系 (F_R, F_3) 必为平衡力系。根据公理 1.1,力 F_R 与力 F_3 作用在同一直线上,即力 F_3 的作用线也通过汇交点 O;由力的平行四边形公理可知,力 F_3 与力 F_1 、 F_2 共面。

当物体受三个互不平行的共面力作用而平衡时,常常利用推论 1.2 来确定某个未知力的方向。

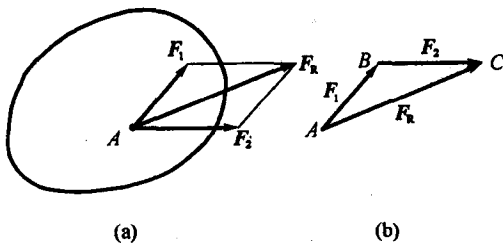


图 1-4

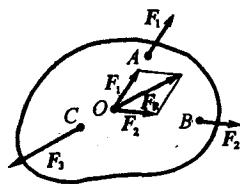


图 1-5

公理 1.4 (作用与反作用定律) 两物体之间的相互作用力总是等值、反向、共线,且分别作用在两个相互作用的物体上。

公理 1.4 概括了任何两个物体间相互作用的关系,它对于力学中一切相互作用的现象都普遍适用。有作用力,必定有反作用力;反之,没有作用力,必定没有反作用力。两者总是同时存在,又同时消失。可见,力总是成对地出现在两个相互作用的物体之间的。

当分析多个物体组成的物体系统的受力时,根据公理 1.4,可以从一个物体的受力分析过渡到相邻物体的受力分析。还应强调指出的是,作用力与反作用力虽然大小相等、方

向相反、沿同一作用线,但并不作用在同一物体上。因此,不能错误地认为这两个力互相平衡,这与二力平衡公理有本质的区别。二力平衡公理中的一对平衡力是作用在同一物体上的。

公理 1.5 (刚化原理) 变形体在某一力系作用下处于平衡状态,如果将此变形体视为刚体,其平衡状态保持不变。

公理 1.5 表明,若已知力系能保持变形体平衡,则该变形体刚化为刚体后,该力系仍能保持其平衡。也就是说,对已知处于平衡状态的变形体,可以应用刚体静力学的平衡条件。

在研究变形体的平衡时,刚化原理具有特殊重要的意义,它把刚体静力学与变形体静力学两者相互联系起来,我们可以把刚体平衡所满足的条件应用于变形体的平衡。

1.1.3 约束与约束反力

工程中的机器、设备以及结构物中的每个构件,总是与其周围的其他构件相互连接或接触的。在互相连接或接触的构件之间,必然存在着相互作用力,把此种力分析清楚是对构件进行受力分析的关键。

自然界中,运动的物体可分为两类,一类为自由体,一类为非自由体。若一物体能够在空间沿任何方向,不受限制地自由运动,则称该物体为自由体。如果物体的运动在某些方向上受到了限制而不能完全自由地运动,那么,就称该物体为非自由体。例如,悬挂着的电灯受到电线的限制,不能垂直向下运动;轨道上行驶的火车受到钢轨的限制,只能沿轨道运动;电机转子受轴承的限制,只能绕轴线转动,不能沿轴承孔做径向移动等。工程中所遇到的物体,大部分是非自由体,那些限制或阻碍非自由体运动的物体就称为约束。如上面的电线、钢轨、轴承等都是约束,电灯、火车、电机转子等都是非自由体。约束限制非自由体的运动,能够改变物体的运动状态。从力学角度来看,约束对非自由体有作用力,约束作用在非自由体上的力称为约束反力,简称反力。约束反力的方向总是和该约束所能限制的运动方向相反,这是确定约束反力方向或方位的基本原则。

除约束反力外,作用在物体上的力还有主动力。凡能主动引起物体运动状态改变或使物体有运动状态改变趋势的力,均称为主动力。如物体所受的重力、风力,人们作用于物体上的拉力、推力,化工设备、压力容器等所承受的介质压力等都是主动力(工程上常称主动力为载荷)。物体所受的主动力往往是给定的或可测定的,所以是已知外力;而物体所受的约束反力,其方向(或其作用线的方位)需根据约束的性质确定,其大小一般总是未知的,要由力系的平衡条件来确定,所以约束反力通常是未知外力。对物体进行受力分析,就是要分析清楚物体上受哪些外力的作用,其中哪些是已知的主动力,哪些是未知的约束反力,约束反力的方向或方位又如何。这是解决工程力学问题的第一步,也是关键的一步。

下面介绍几种在工程中常见的约束类型和确定约束反力方向(或方位)的方法。

1. 柔性体约束

在工程实际中,一些柔软的物体,如绳索、链条、皮带等产生的约束称为柔性体约束。这种约束只能承受拉力,阻止非自由体沿着柔性体中心线伸直方向的运动,而不能限制其他方向的运动。因此,柔性体约束产生的约束反力总是通过接触点、沿着柔性体中心线而背离被约束的非自由体。如图 1-6 所示,用绳子悬挂一重物,绳子只能承受拉力,阻止重物向下(即沿绳子伸直的方向)运动,它对重物产生的约束反力 F_N 竖直向上。又如如图 1-7 所

示,链条绕在轮子上,链条对轮子的约束反力沿轮缘切线方向。

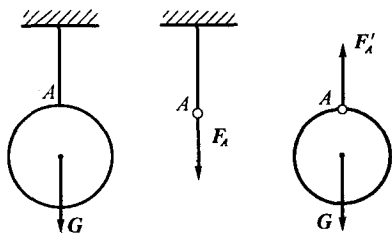


图 1-6

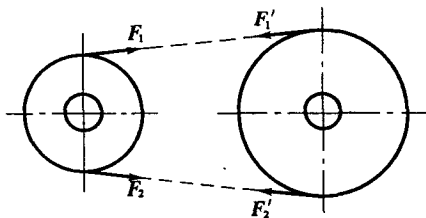


图 1-7

2. 光滑面约束

当两物体的接触表面为可忽略摩擦阻力的光滑平面或曲面时,一物体对另一物体的约束就是光滑面约束。这种约束不能阻碍物体沿接触面切线方向的运动,只能限制被约束的非自由体沿接触处的公法线并指向约束物体方向的运动。因此,光滑面约束反力的方向应通过接触点,沿着公法线,并指向被约束的非自由体。当接触面为平面或直线时,约束反力为均匀或非均匀分布的同向平行力系,常用其合力表示,如图 1-8 所示。

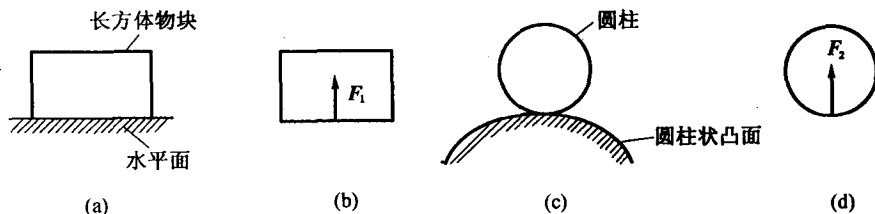


图 1-8

当一物体表面与另一物体尖点光滑接触而形成约束时,可把尖点视为极小的圆弧,则约束反力的方向仍沿接触点的公法线方向,并指向被约束的非自由体,如图 1-9 所示。

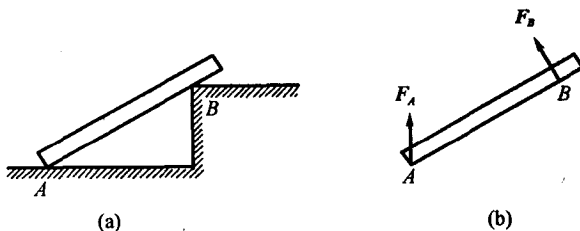


图 1-9

3. 光滑圆柱铰链约束

圆柱铰链结构是将两个构件各钻圆孔,中间用圆柱形销钉连接起来,如图 1-10 所示。如果忽略摩擦,销钉和圆孔成为光滑接触,便构成了光滑圆柱铰链约束,图 1-10(c)是这种铰链约束的简化示意图。销钉只能阻止两构件的相对移动,而不能限制两构件的相对转动。销钉的约束作用,是阻止构件在与销钉的轴线相垂直的平面内沿任何方向移动。因此,销钉作用于被约束构件上的约束反力,可在该平面内过销钉(或销孔)中心的任意方向上产生,如图 1-11 所示。也就是说,约束反力一定在与销钉轴线相垂直的平面内,其作用线(即约束反力的方位)通过销孔中心,但其方向需根据其上的主动力的作用而定。为计算

方便,通常用通过圆孔中心的两个正交分力 F_{Cx} 和 F_{Cy} 表示销钉的约束反力,如图 1-12 所示。

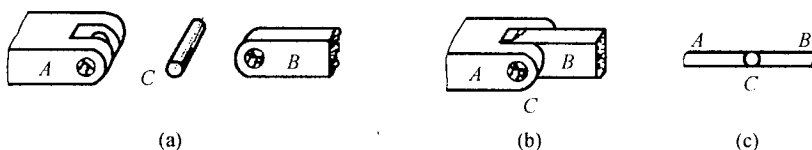


图 1-10

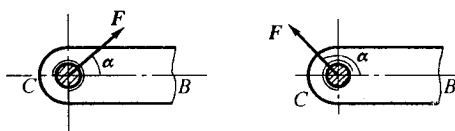


图 1-11

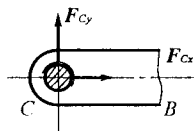


图 1-12

下面介绍两种工程上常见的以铰链约束构成的支座:

(1) 固定铰链支座

用圆柱形销钉连接的两个构件,若其中一个固定于地面或机器上,则该支座称为固定铰链支座,如图 1-13(a)所示。其简化示意图和约束反力的简化表示法分别如图 1-13(b)、图 1-13(c)所示。

如图 1-14 所示的固定于基座上的向心轴承座,其对轴的约束作用也可视为固定铰链支座,对轴的约束反力也可用两正交分力表示。

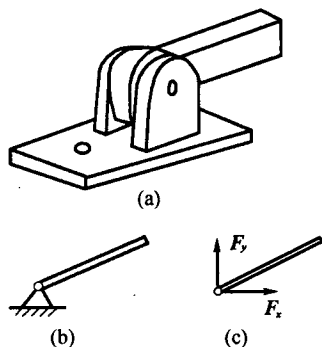


图 1-13

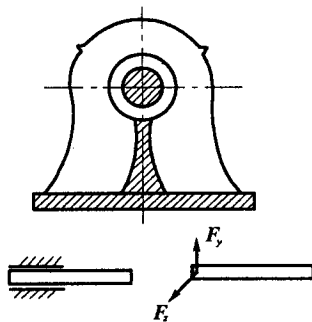


图 1-14

(2) 可动铰链支座

如果在铰链支座底部和支承面之间装上辊轴,就构成了辊轴支座,也称为可动铰链支座,如图 1-15(a)所示。可动铰链支座的几种简化表示法分别如图 1-15(b)、图 1-15(c)、图 1-15(d)所示。如果接触面是光滑的,可动铰链支座不限制物体沿支承面切线方向的运动,只限制物体沿垂直于支承面方向的运动。由此可知,可动铰链支座的约束反力通过销孔中心,垂直于支承面,并指向被约束的非自由体,如图 1-15(e)所示。

铰链支座约束在工程上的应用极广,如为了适应容器热胀冷缩的变化,卧式容器的支

座常常一端用固定铰座,另一端用滚动铰座,如图 1-16(a)所示。固定铰座可简化为固定铰链支座,而滚动铰座则可简化为可动铰链支座,如图 1-16(b)所示。再如建筑物中的梁、桥梁的钢架,以及工厂中管道的支座等均可简化为铰链支座。

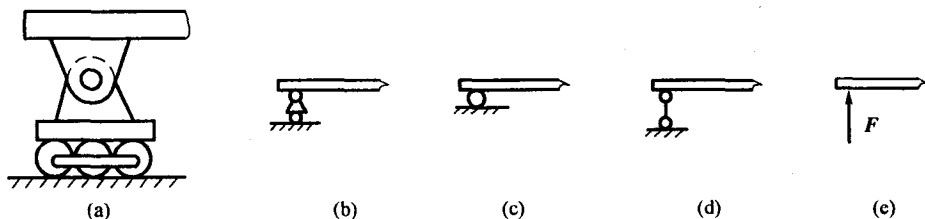


图 1-15

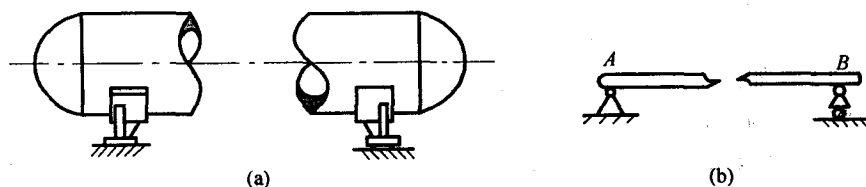


图 1-16

除以上几种基本的约束类型外,还有固定端约束,将在本章后面再作介绍。

1.1.4 物体的受力分析和受力图

在求解力学问题时,首先,需要选择研究对象,分析其上所受到的全部主动力和约束反力,这一步骤称为对物体的受力分析;其次,将研究对象所受到的全部外力用适当的矢量符号画到简图上,称为物体的受力图;最后,对研究对象应用静力学平衡条件,由已知力求出所需的未知力。受力分析的主要任务是画受力图,目的是借用一种抽象化的方法,把复杂的工程实际问题简化为简单的力学模型。因此,正确画出受力图是解决工程力学问题的关键。画受力图的主要步骤及应注意的问题如下。

(1) 确定研究对象,取分离体

通常研究对象是与其周围的物体(即约束)相互联系的,为了能清晰表示研究对象的受力情况,首先,应把研究对象从周围的约束中分离出来,得到解除约束的研究对象,称为分离体,然后,用尽可能简明的轮廓线将其单独画出。分离体的几何图形应合理简化,要反映实际,分清主次,其形状和方位必须与原物体保持一致。研究对象可以是一个物体或者几个物体的组合,也可以是整个物体系统。

(2) 受力分析,画受力图

先画出作用在分离体上的主动力,再在解除约束的地方根据约束类型,正确画出相应的约束反力。在画受力图时,还要注意以下几点:

① 不要多画力,也不要漏画力。要注意力是物体间相互的机械作用,对每个研究对象所受的每一个力,都应明确地指出它是哪一个施力体施加的;

② 画约束反力时要充分考虑约束的性质。约束反力的方向必须严格按照约束类型来画,不能单凭直观或根据主动力的方向来简单推断;不要错误地认为约束反力的方向总是