

解 / 活 / 题 / 解 / 活 / 题 / 解 / 活 / 题



中華書局

ZHBG

◇丛书主编/张希廉 ◇丛书副主编/管南雄

◇本册主编/邵伟 章立君

小学数学竞赛思维训练

解活题

小学3年级



中華書局

ZHONGHUASHUJU JIEHUOTI

小学数学竞赛思维训练

解活题

小学 3 年级



中華書局



“做题的质量比做题的数量更重要”

——编者

聚焦《解活题》

基础教育课程改革的逐步深化,对学生的学习提出了更高的要求,全国各地教材版本越来越多,小学各类检测和中考、高考的模式也不尽相同,但课程标准只有一个。为了更好地服务于莘莘学子,我们依据新的课程标准,认真研究小学各类检测和中考、高考的命题趋势,以人教版教材为主,兼顾沪版、苏版等教材,组织全国重点小学和重点中学一线任教的特级、高级教师,精心编写了《解活题》丛书。

■本书如何体现新的《课程标准》和《考试说明》的内容?

新课程核心理念是“一切为了每一位学生的发展”。学生的学习过程不仅是一个接受知识的过程,而且也是一个发现问题、分析问题、解决问题的过程。《解活题》丛书很好地体现了学生学习的需要,在体例安排、题型设计上鼓励学生提高创新思维能力和灵活应用能力。重视方法的点拨,不受定势思维和已有条条框框的限制,独辟蹊径,从新的角度提升学生的学习兴趣,使学生在面对千变万化的试题面时,不被表象所迷惑,能抓住问题的核心、解题的关键。本书从小学各类检测和中考、高考的角度上把握全局,从考点的角度上仔细审视,从知识的内涵上进行深刻剖析,关注热点内容,预测小学各类检测和中考、高考的命题趋势和导向。

■什么是活题?为什么要选择活题?

考试制度的改革是基础教育课程改革的重要组成部分,要建立针对全面发展的评价体系,要在评价中发现并发展学生的多方面潜能,近几年的小学各类检测和中考、高考试卷突出地体现了这方面的要求。试题与科技、生产、生活实际紧密联



系,突出考查运用知识解决实际问题的能力,强调试题的开放性和一题多解,重视不同学科知识的交叉、渗透,重视科学精神与人文精神的结合,加强对学生实验能力的考查。《解活题》丛书针对上述命题导向,以敏锐的眼光进行选题,用科学的方法进行训练,对考点进行了详尽地说明、讲解,使学生能够很好地归纳、概括、领悟和运用知识要点,切实掌握解题的思想方法,达到举一反三的目的。从而有效地提高学生解决实际问题的能力和创新能力。

■本书在体例上有什么特点?

书中每节(单元)设有以下五个板块:

关键点击 直接指出重点、难点、考点,明确学习目标。

活题精解 通过对例题的分析解答,解说重点、难点、考点。

挑战活题 通过对习题的演练使学生掌握重点、难点、考点。

话说题外 总结规律和方法,拓展学生知识视野。

参考答案 对训练题目全析全解。

本书在例题的讲解上,不仅展示解题过程,而且提供了切入点的选择方法和解题的思考过程。在习题的选择上关注学科知识与科学、技术和社会发展的关系,密切联系材料、能源、环境等当代社会问题,体现了科学精神与人文精神的紧密结合。本书注重对规律和方法的总结,因为任何一门科学都不仅包括知识体系,也包括过程和方法体系,过程和方法比知识本身更重要,这已经成为当代理科教育的共识。所以我们说:做题的质量比做题的数量更重要。

学生的全面发展始终是我们所追求的理想,为了实现这一理想,广大教育工作者和全社会都在不懈地探索着。相信,我们正一步一步地朝着这一理想迈进。

中华书局学生读物中心

2003年6月



CONTENTS

目 录

- 一、加减法速算和巧算/1
- 二、加减法数字谜/6
- 三、数字问题/11
- 四、按规律填数/16
- 五、用线段图解应用题/24
- 六、简单的还原问题/30
- 七、简单的连续数问题/37
- 八、数数图形/42
- 九、巧求周长/50
- 十、一笔画/56
- 十一、乘除法速算和巧算/63
- 十二、乘除法数字谜/71
- 十三、填运算符号/77
- 十四、植树问题/82
- 十五、和差问题/88
- 十六、时间问题/94
- 十七、简单的推理问题/97





一、加减法速算和巧算

● 关键点击

进行加减法运算时,为了又快又准确,除了要熟练地掌握计算法则外,还需要掌握一些巧算方法。“凑整”法是加减法速算和巧算的主要方法。

● 活题精解

例1 (1) $44 + 173 + 56$ (2) $254 + 86 + 346 + 114$

〔精析〕 两个数相加,如果恰好凑成整十、整百、整千等,就把其中的一个数叫做另一个数的补数。(1)中44和56互为补数;(2)中254和346互为补数,86和114互为补数。计算时,先把两个互为补数的数凑成整十或整百的数,然后再与别的数相加求和。

$$\begin{aligned} \text{〔精解〕 (1)} \quad & 44 + 173 + 56 & (2) \quad & 254 + 86 + 346 + 114 \\ & = 173 + (44 + 56) & & = (254 + 346) + (86 + 114) \\ & = 173 + 100 & & = 600 + 200 \\ & = 273 & & = 800 \end{aligned}$$

例2 $19999 + 1999 + 199 + 19 + 4$

〔精析〕 19999、1999、199、19的补数都是1,把4分成4个1,这样转化成 $20000 + 2000 + 200 + 20$,使计算简便。

〔精解〕

$$\begin{aligned} & 19999 + 1999 + 199 + 19 + 4 \\ & = 20000 + 2000 + 200 + 20 \\ & = 22220 \end{aligned}$$

〔解后语〕 与例1比较,例2没有给出互为补数两个数,我们试着把一个加数分成两部分,使其中一部分是另一加数的补数,把互为补数的数先相加,这样计算简便。

例3 (1) $365 + 598$ (2) $732 - 497$

〔精析〕 把接近整十、整百、整千的数看成所接近的数进行简便计算。(1)题把 $365 + 598$ 看成 $365 + 600 - 2$ 。也可以根据“和”的变化规律简算。

(2)题把 $732 - 497$ 看成 $732 - 500 + 3$ 。或根据“被减数和减数同时增加或减少同一个数,差不变”的规律,可以把732加3,把497也加3转化成735减去500。

〔精解〕

$$\begin{aligned} \text{方法一: (1)} \quad & 365 + 598 & (2) \quad & 732 - 497 \\ & = 365 + 600 - 2 & & = 732 - 500 + 3 \\ & = 965 - 2 & & = 232 + 3 \end{aligned}$$



$$= 963$$

$$= 235$$

方法二: (1) $365 + 598$

(2) $732 - 497$

$$= (365 - 2) + (598 + 2)$$

$$= (732 + 3) - (497 + 3)$$

$$= 363 + 600$$

$$= 735 - 500$$

$$= 963$$

$$= 235$$

【解后语】在计算时,遇到一些近似于整十、整百、整千的数,先凑成整十、整百、整千的数,然后再用加整减零、减整加零的方法,使计算简便。

例 4 (1) $237 - 174 + 63$

(2) $924 - (170 - 76)$

(3) $1324 - 875 - 125$

【精析】(1) 先把 237 和 63 相加得 300,再减去 174,计算简便。

(2) 在加减混合运算中,如果括号里有一个数与括号外的数相加或相减得整十、整百、整千的数,合理地拆掉小括号会使计算简便。这道题先用 924 加上 76 得 1000,再减去 170。

(3) 1324 减去的两个数的和正好是整百数,可以先把这两个数相加,再从 1324 里减去这两个数的和。

【精解】

(1) $237 - 174 + 63$

(2) $924 - (170 - 76)$

$$= 237 + 63 - 174$$

$$= 924 + 76 - 170$$

$$= 300 - 174$$

$$= 1000 - 170$$

$$= 126$$

$$= 830$$

(3) $1324 - 875 - 125$

$$= 1324 - (875 + 125)$$

$$= 1324 - 1000$$

$$= 324$$

【解后语】在只有加减运算的算式里,如果括号前面是“-”号(例 4 中的(2)、(3)),则无论去掉括号或添上括号,括号里面的运算符号都要改变,即“+”变“-”,“-”变“+”,这就是减法运算性质的运用。

例 5 班级组织了一次演讲比赛。由初赛到复赛,最后共有十名选手闯进了决赛。决赛那天,班级请十名教师担任评委,记分和算分由班级数学兴趣小组担任。当一名选手刚一演讲完,报分员就报出每个评委的打分:“92、90、94、93、91、89、97、88、95、96”。报分员报完还不到 1 分钟,又报出:“去掉 1 个最高分 97 分,再去掉 1 个最低分 88 分,3 号选手最后得分是 740 分。”同学们你知道兴趣小组的同学是怎样算的吗?

【精析】去掉 1 个最高分和 1 个最低分,求剩下 8 个数的和,由于这 8 个数都接近 90,计算时,我们可以先把 8 个数都看成 90,用 90×8 计算出结果,然后再把多算的零头去掉,少算的零头补上,这样计算就简便多了。如果多个数求和,这些数成等差数列,可根据:和 = (首项 + 末项) $\times$ 项数 $\div 2$ 的方法解答。等差数列,是指任意两个相连的数的差均相等的一列数。





〔精解〕

$$\begin{aligned}
 \text{方法一: } & 92 + 90 + 94 + 93 + 91 + 89 + 95 + 96 \\
 &= 90 \times 8 + 2 + 4 + 3 + 1 - 1 + 5 + 6 \\
 &= 720 + 20 \\
 &= 740
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{方法二: } & 92 + 90 + 94 + 93 + 91 + 89 + 95 + 96 \\
 &= 89 + 90 + 91 + 92 + 93 + 94 + 95 + 96 \\
 &= (89 + 96) \times (8 \div 2) \\
 &= 740
 \end{aligned}$$

$$\text{例 6 } 50 + 49 - 48 - 47 + \cdots + 4 + 3 - 2 - 1$$

〔精析〕 观察这道题,我们发现,每2个数为一组,而且每组数相减的结果都等于2,这样一共有25个2。

〔精解〕

$$\begin{aligned}
 & 50 + 49 - 48 - 47 + \cdots + 4 + 3 - 2 - 1 \\
 &= (50 - 48) + (49 - 47) + \cdots + (4 - 2) + (3 - 1) \\
 &= \underbrace{2 + 2 + 2 + \cdots + 2}_{25 \text{ 个 } 2} \\
 &= 50
 \end{aligned}$$

〔解后语〕 例5是九个相近的数相加,可以选择其中一个数为“基准数”,再进行计算;例6是一道加减混合运算式题,此题用“移位凑整”的方法来巧算,使计算简便了很多。

$$\text{例 7 } 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \cdots + 59$$

〔精析〕 要求59个连续自然数的和,可先求出这59个自然数的平均数,平均数可用(首项+末项) $\div 2$ 求得。再用平均数乘自然数的个数,积就是59个自然数的和;此题另一种想法:连续数的个数是奇数,中间数就是这若干个连续数的平均数,再用平均数乘连续数的个数,就可求出它们的和。

〔精解〕

$$\begin{aligned}
 \text{方法一: } & 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \cdots + 59 \\
 &= (1 + 59) \div 2 \times 59 \\
 &= 1770
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{方法二: } & 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \cdots + 59 \\
 &= 30 \times 59 \\
 &= 1770
 \end{aligned}$$

例8 杉木是我国南方最重要的特产用材树种之一,在江南到处可见。它纹理顺直、材质轻柔、耐腐防虫,应用广泛。据统计,我国建材约有四分之一是杉木。杉树生长快,一般只要10年就可成材。现有一垛杉木叠堆在一起,共20层。第一层有12根,第二层有13根……下面每层比上一层多一根,这一垛杉木共有多少根?



〔精析〕 这堆杉木从第二层起,每层比上一层多1根,求这堆杉木共有多少根,就是求从12开始的连续20个自然数的和。

〔精解〕

$$\begin{aligned} & 12 + 13 + 14 + \cdots + 31 \\ &= (12 + 31) \times 20 \div 2 \\ &= 43 \times 10 \\ &= 430(\text{根}) \end{aligned}$$

答:这堆杉木共有430根。

挑战活题

1. 用简便方法计算

- (1) $439 + 128 + 72$
- (2) $846 + (673 + 136) + 227$
- (3) $3728 - 289 - 711$
- (4) $1348 - (348 - 237)$
- (5) $476 + (234 - 176)$
- (6) $13 + 14 + \cdots + 27$
- (7) $2193 - 998$
- (8) $369 - 299$
- (9) $323 - 408 + 277$
- (10) $2356 - (356 + 187)$
- (11) $990 + 992 + 994 + 996 + 998$

2. 有一串数,第1个数是5,以后每个数比前一个数大5,最后一个数是90。这串数连加,和是多少?

3. 计算

- (1) $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + 10 - 11 - 12 + \cdots + 1993 + 1994 - 1995 - 1996 + 1997 + 1998$
- (2) $(2000 - 1) + (1999 - 2) + (1998 - 3) + \cdots + (1002 - 999) + (1001 - 1000)$

4. 柏树适应性强,四海为家,定居于岩石山地,照常披绿叠翠。它既能忍受 40°C 的酷暑,又能承受 -31°C 的严寒,因此被称为“改造大自然的功臣”。一堆柏木共15层,第1层有8根,下面每层比上层多1根。这堆柏木共多少根?

话说题外

1. 几个数相加,利用加法的交换律和结合律,将加数中能凑成整十、整百、整千等的一些加数交换位置,先进行结合,然后再与其它的一些数相加,得出结果。
2. 从某数中连续减去几个数,等于从这个数中减去这几个减数的和,反之也成立。





3. 在加减混合运算中,注意添、去掉括号时运算符号“+”、“-”的变化。

4. 几个相近的数相加,可以用“基准数加累计差”的方法。



1. 略。

$$2. \quad 5 + 10 + 15 + 20 + \cdots + 90$$

$$= 50 \times 17$$

$$= 885$$

$$3. (1) \quad 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + 10 - 11 - 12 + \cdots + 1993 + 1994 - 1995 - 1996 + 1997 +$$

$$1998 = 1 + (2 - 3 - 4 + 5) + (6 - 7 - 8 + 9) + (10 - 11 - 12 + 13) + \cdots + (1990 - 1991 -$$

$$1992 + 1993) + (1994 - 1995 - 1996 + 1997) + 1998$$

$$= 1 + 0 + 0 + \cdots + 0 + 1998$$

$$= 1999$$

$$(2) \quad (2000 - 1) + (1999 - 2) + (1998 - 3) + \cdots + (1002 - 999) + (1001 - 1000)$$

$$= (2000 - 1000) + (1999 - 999) + (1998 - 998) + \cdots + (1002 - 2) + (1001 - 1)$$

$$= \underbrace{1000 + 1000 + \cdots + 1000}_{100 \text{ 个}}$$

100 个

$$= 1000 \times 100$$

$$= 100000$$

4. 225 根。



二、加减法数字谜

③ 关键点击

数字谜是一种有趣的数学问题。在加减法数字谜问题中,加减法算式的某些数字或符号未确定,要求我们根据数学运算的规则,通过判断和推理,把算式补充完整。

④ 活题带解

例1 下面的两道竖式,各有四张纸片盖住了题中的四个数字,被盖住的四个数字总和是多少?

$$\begin{array}{r} \square\square \\ + \square\square \\ \hline 159 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square\square \\ + \square\square \\ \hline 192 \end{array}$$

〔精析〕 (1)由于和的个位数字是9,两个加数的个位数字只能是1和8,2和7,3和6,4和5,0和9这五种情况,我们就把它作为解题的突破口。

由于加数个位数字之和没有进位,因此两个加数十位数字之和就是15。问题可解。

(2)和的最高两位数字是19,而任何两个个位数相加的和都不超过18,可见个位数字相加向十位进1,这是因为任意两个自然数相加的和最多只能进1。

〔精解〕

(1)个位两个自然数相加的和是9,十位两个自然数相加的和是15,那么被盖住的四个数字之和是: $9 + 16 = 25$ 。

(2)个位两个自然数相加的和是12,十位两个自然数相加的和是18,被盖住的四个数字之和是 $12 + 18 = 30$ 。

〔解后语〕 (1)、(2)两题虽然题型相同,但两题的“突破口”不同。(1)是从和的个位着手分析,(2)是从和的最高两位着手分析。

例2 小明用竖式做完一道题,被调皮的弟弟擦去了几个数字,成为一道不完整的竖式题,你知道被擦去的几个数字吗?请你试着把它补充完整?

$$\begin{array}{r} 34\square \\ + \square 27 \\ \hline \square 0\square 1 \end{array}$$

〔精析〕 根据加法的计算,从个位算起,和的个位是1,其中一个加数是7,所以另一个加数是4,并向十位进1,和的十位方框中的数是 $4 + 2 + 1 = 7$,和的百位是0,其中一个加数是3,另一个加数应是7,向千位进1,和的千位上方框里填1。

〔精解〕





$$\begin{array}{r} 34\boxed{4} \\ + \boxed{7}27 \\ \hline \boxed{1}07.1 \end{array}$$

例3 在下面的算式的空格内,填入一个合适的数字,使算式成立。

$$\begin{array}{r} (1) \quad \begin{array}{r} \boxed{7}2\boxed{5} \\ - 47\boxed{9} \\ \hline 799 \end{array} \quad (2) \quad \begin{array}{r} \boxed{9}\boxed{9}\boxed{9} \\ - \boxed{9}\boxed{9}\boxed{9} \\ \hline 1 \end{array}$$

【精析】(1)在已知差的情况下,我们把减法竖式转化为加法竖式

$$\begin{array}{r} 799 \\ + 47\boxed{9} \\ \hline \boxed{9}2\boxed{5} \end{array}$$

和的个位是 $5, 9 + \square = 15$, 方框里填 6, 向十位进 1, 十位: $9 + 7 + 1 = 17$, 和的十位方框中填 7 向百位进 1, 百位数字都是已知的, 所以和的千位是 1。

$$(2) \quad \begin{array}{r} \boxed{9}\boxed{9}\boxed{9} \\ + \boxed{9}\boxed{9}\boxed{9} \\ \hline \boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0} \end{array}$$

这是一个三位数与一位数 1 相加, 和是四位数。只有最大的三位数 999 和 1 才满足和是四位数。

【精解】

$$\begin{array}{r} (1) \quad \begin{array}{r} \boxed{1}2\boxed{7}5 \\ - 47\boxed{6} \\ \hline 799 \end{array} \quad (2) \quad \begin{array}{r} \boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0} \\ - \boxed{9}\boxed{9}\boxed{9} \\ \hline 1 \end{array}$$

【解后语】通过例 2、例 3 中几个简单数字谜的填空, 计算时注意: 减法计算转换成加法计算, 可能既直观又简便; 在加减法计算过程中要注意进位和退位。

例4 在下面竖式的空格中, 各填入合适的数字, 使这个加减混合运算的式子成立:

$$\begin{array}{r} \boxed{8}\boxed{8} \\ + 3\boxed{4}4 \\ \hline 4\boxed{1}1 \\ - \boxed{9}\boxed{9} \\ \hline \boxed{5} \end{array}$$

【精析】首先考虑算式的上半部分, 即加法部分。

和的个位是 1, 其中一个加数是 4, 所以另一个加数是 7, 向十位进 1; 再看百位, 和的百位是 4, 一个加数是 3, 另一个加数应该是 1, 百位的方框里填 1; 再看十位, 一个加数是 8, 十位相加又不能进位, 所以十位方框里的数是 0, 和的十位是 $8 + 0 + 1 = 9$ 。

这样算式变成下面的形式:

$$\begin{array}{r} 187 \\ + 304 \\ \hline 491 \\ - \boxed{9}\boxed{9} \\ \hline \boxed{5} \end{array}$$

第二步考虑算式的减法部分,

被减数的个位是 1, 差是 5, 所以减数的个位填 6; 再看十位, 被减数借走 1 剩 8, $18 - 9 = 9$, 所



以差的十位填9,再看百位,因为差是两位数,被减数借走1剩3,所以减数百位填3。

〔精解〕

$$\begin{array}{r} \boxed{1} \boxed{8} \boxed{7} \\ + 3 \boxed{0} \boxed{4} \\ \hline 4 \boxed{9} \boxed{1} \\ - \boxed{3} \boxed{9} \boxed{6} \\ \hline \boxed{9} \boxed{5} \end{array}$$

〔解后语〕 解答加减混合竖式这类数字谜题时要:看高位,找低位,中间莫忘进退位,顺推逆推结合用,找准“突破口”是关键。

例5 中国成功地申办了2008年奥运会。奥、林、匹、克与2008真是难舍难分,你能根据下面的竖式猜想出奥、林、匹、克代表哪些数字吗?

$$\begin{array}{r} \text{奥林匹克} \\ \text{林匹克} \\ \text{匹克} \\ + \text{克} \\ \hline 2008 \end{array}$$

〔精析〕 先看个位,克+克+克+克的个位是8,克只能是2或7。如果克代表2,因为十位上的“匹+匹+匹”的个位是0,找不到符合的数字,所以克只能代表7,向十位进2。

再看十位,匹+匹+匹的个位应是8,因此匹代表6,向百位进2。

看百位,林+林的个位应为8,所以林只能是4或9,如果林代表4,那么百位向千位进1,奥就代表1;如果林代表9,那么百位向千位进2,奥就代表0。所以林只能代表4。

〔精解〕

$$\begin{array}{r} 1 \ 4 \ 6 \ 7 \\ \quad 4 \ 6 \ 7 \\ \quad \quad 6 \ 7 \\ + \quad \quad \quad 7 \\ \hline 2 \ 0 \ 0 \ 8 \end{array}$$

例6 题中的每一个字母代表一个数字,不同的字母代表不同的数字,相同的字母代表相同的数字,当它们各代表什么数字时,竖式成立?

$$\begin{array}{r} B \ D \ C \ E \\ + B \ D \ A \ E \\ \hline A \ E \ C \ B \ E \end{array}$$

〔精析〕 突破口为万位上的A,任意两个自然数相加的和最多只能进1,所以A是1。再看个位: $E+E=E$,也就是两个相同的自然数相加,结果是它本身,E只能是0。再看千位: $B+B$ 的和应为偶数,所以百位相加不会向千位进一,那么B是5。再看十位:和的十位是5,其中一个加数是1,所以另一个加数C就是4。最后看百位: $D+D=4$,D就是2。

〔精解〕

$$\begin{array}{r} 5 \ 2 \ 4 \ 0 \\ + 5 \ 2 \ 1 \ 0 \\ \hline 1 \ 0 \ 4 \ 5 \ 0 \end{array}$$

〔解后语〕 例5、例6是汉字谜和字母谜。解答例5时,要把每个汉字所满足的数字都列举





出来,再根据其他数位的条件,利用排除法确定满足条件的数字;例6所有的数都是用字母表示的,解题要仔细审题找准突破口,还要充分利用奇+奇=偶、偶+偶=偶、奇+偶=奇的知识。

挑战活题

1. 下面的算式中,每个方框代表一个数字,问每个算式中所有方框中的数字总和是多少?

$$(1) \quad \begin{array}{r} \square\square \\ + \square\square \\ \hline 179 \end{array}$$

$$(2) \quad \begin{array}{r} \square\square\square \\ + \square\square\square \\ \hline 1992 \end{array}$$

2. 在□中填入合适的数,使下面的算式成立。

$$(1) \quad \begin{array}{r} 7\square9 \\ + \square3\square \\ \hline \square601 \end{array}$$

$$(2) \quad \begin{array}{r} 39\square \\ - \square\square7 \\ \hline \square74 \end{array}$$

$$(3) \quad \begin{array}{r} 6 \\ \square7 \\ + \square2\square \\ \hline \square\square15 \end{array}$$

$$(4) \quad \begin{array}{r} \square8\square \\ + 3\square4 \\ \hline 4\square1 \\ - \square\square\square \\ \hline \square5 \end{array}$$

$$(5) \quad \begin{array}{r} \square\square9\square \\ - \square\square9 \\ \hline 99 \\ + \square8\square3 \\ \hline \square42 \end{array}$$

$$(6) \quad \begin{array}{r} \square\square\square \\ + \square\square\square \\ \hline 1099 \end{array}$$

3. 下面算式中,每个字母代表一个数字,相同字母表示相同的数字,不同字母表示不同的数字,当它们代表什么数字时算式成立?

$$\begin{array}{r} A^1B^2C^3D^4 \\ + E^5B^6E^7D^8 \\ \hline E^9D^0C^1A^2D^3 \end{array}$$

(湖北省石首市竞赛试题)

4. 下面算式中,不同的文字表示不同的数字,那么,我+爱+数+学=($\frac{1}{2}$)。

$$\begin{array}{r} \text{我} \text{爱} 5 \\ + \text{数} \text{学} \\ \hline 9 \end{array}$$

(2003年长春市小学竞赛三年级试题)

5. 澳门自古是中国领土的一部分,16世纪被葡萄牙占领,1999年12月20日,澳门回到祖国母亲的怀抱,设特别行政区。澳门总面积16平方千米,人口约40万。澳门气候宜人,风光秀丽,交通便利。在下面的算式中,“盼”、“澳”、“门”、“归”四个汉字各代表一个不同的数字。“澳门”所代表的两位数是

$$\begin{array}{r} \text{澳门} \\ \text{澳门} \\ + \text{盼} \text{澳} \text{门} \text{归} \\ \hline 1999 \end{array}$$



话说题外

在破解数字谜这类题时,不要盲目下手,要按照一定的步骤进行思考、分析。

1. 审题,仔细分析算式的结构特征,找出算式中数字之间的关系。
2. 选择解题突破口。在审题的基础上,认真思考找出算式中容易填出的关键的空格,作为解题突破口,它常常出现在算式的个位、首位和某数位上只有一个空格需要确定的地方。
3. 确定各空格应填的数字。从突破口开始根据算式所给出的条件,逐步确定各个空格中应填的数字。答案有时是不惟一的。
4. 检查。空格全部填出来,再检查一遍,以保证所填数字的正确性。

参考答案

1. (1) $17 + 9 = 26$ (2) $19 + 9 + 2 = 30$

2. 略。

3. 先考虑十位, $D + D = D$, D 只能是 0。 E 只能是 1, A 可能是 8 或 9。 $B + B = C$, 所以 C 是双数。因为 $C + E = C + 1 = A$, 所以 A 是单数, 即 $A = 9$, 可求出 $C = 8$, $B = 4$ 。

$$\begin{array}{r} 9480 \\ + 1410 \\ \hline 10890 \end{array}$$

4. 学 = 6, 数 = 9, 爱 = 0, 我 = 1。 $1 + 0 + 9 + 6 = 16$

5. “澳门”所代表的两位数是 47。





三、数字问题

关键点击

研究数字的特殊结构、特殊关系,以及数字运算中的变换的问题称为数字问题。这类问题一般是已知一个多位数与它的各位数字之间的关系,求这个多位数。

活题精解

例1 一个两位数,十位数字是个位数字的9倍。如果这个数减去3,则两个数字就相同,求这个两位数。

【精析】 原来的个位数字比十位数字小,而减去3后反而变成相同,一定是退位相减。即从十位上借1当10,加在个位上再相减,“减去了”就是“十位数字减少1,而个位数字增加7”。这样,两个数字就相同了。原来的十位数字比个位数字大 $1+(10-3)$ 即8。

已知十位数字是个位的9倍,有了“差”与“倍”问题就迎刃而解了。

【精解】

个位数字是:

$$[1+(10-3)] \div (9-1) = 1$$

十位数字是 $1 \times 9 = 9$

这个两位数是 $10 \times 9 + 1 = 90 + 1 = 91$

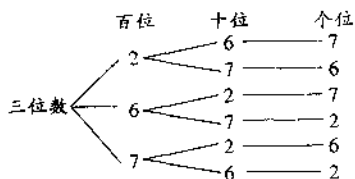
答。所求的两位数是91。

【解后语】 由例1可以看出,要求一个两位数,只要求出它的个位数字与十位数字即可。因此,解题的关键在于找出个位数字与十位数字之间的数量关系(如和、差或倍数关系),然后依据“和差问题”、“和倍问题”或“差倍问题”的计算方法,分别求出各个数字。

例2 用2、6、7三张数字卡片,可以排成几个不同的三位数?其中最小的三位数是多少?最大的三位数是多少?

【精析】 三位数由百位数字、十位数字和个位数字组成。百位数字有三种选择;百位数字确定后,十位数字就有两种选择了;同样的道理,个位数字只有一种选择。为正确定出其中最小的三位数和最大的三位数,确定各个数位上的数字时,注意从小到大的顺序。

【精解】





可见用 2、6、7 排成的三位数有 6 个, 267、276、627、672、726、762。其中最小的是 267, 最大的数是 762。

【解后语】 用不同的数字组成多位数, 要使组成的数最大, 应当用较大的数占较高的位; 要使组成的数最小, 应当用较小的数占较高的数位。

例 3 一个两位数, 其数字和是 7。如果此数减去 27, 则两个数字的位置交换。求原来的两位数。

【精析】

方法一: 从“此数减去 27, 则两个数字的位置交换”, 可知原数比数字位置交换后的数大 27, 且原数十位数字大于个位数字。根据“一个两位数与其数字位置交换后的数的差, 等于这个两位数的数字差的 9 倍”的规律, 可知两个数字差的 9 倍就是 27, 数字差可求, 问题也就可求。

方法二: 已知数字和是 7, 根据“一个两位数与其数字位置交换后的数的和, 等于这个两位数的数字和的 11 倍”的规律, 可知原数与数字位置交换后的数的和, 就等于 7 的 11 倍。

原数与数字位置交换后的数的差是 27。有了“和”与“差”, 运用“和差问题”便可直接求出原数。

【精解】

方法一:

十位数字是:

$$(7 + 27 \div 9) \div 2 = 5$$

个位数字是:

$$7 - 5 = 2$$

这个两位数是:

$$10 \times 5 + 2 = 52$$

方法二:

原数与数字位置交换后的数的和是:

$$7 \times 11 = 77$$

原数与数字位置交换后的数的差是 27, 并且原数大于数字位置交换后的数, 因此, 原数是:

$$(77 + 27) \div 2 = 52$$

答: 这个两位数是 52。

【解后语】 在数字问题中, 遇到需要交换数字位置的时候, 要注意两点: ①任何一个两位数 (不包括整十数) 与其数字位置交换后的数的和, 等于这个两位数的数字和的 11 倍; ②数字位置交换后的数的差, 等于这个两位数的数字差的 9 倍。

例 4 有 3 个不同的数字, 排列 3 次, 组成了 3 个三位数, 这 3 个三位数相加之和为 856, 又知运算中没有进位, 那么这 3 个数字连乘所得的积是多少?

【精析】 3 个不同的数字有 6 种不同的排列方法, 我们并不知道选的是哪 3 种排列方式, 所以直接列加法算推出了 3 个具体的数字有很大困难, 不妨先设法求出 3 个数字的和, 再猜三个数字是多少。

