根据2007年广东、山东、海南、宁夏四省区高考方案编写

中学第二教材

选修课程

● 丛书主编/薛金星

高考总复习·数学

文科(1-1 1-2)

配套人民教育出版社实验教科书

超越梦想

引领未来

坚信你能成功

延边大学出版社

B版

责任编辑：金春玉
封面设计：魏　晋

中学第二教材

ZHONGXUEDIERJIAOCAI

立足课本链接高考
师生互动教学相长

高中（选修）

学生用书

- 高中语文(江苏教育版)
- 高中语文(人教实验版)
- 高中语文(广东教育版)
- 高中语文(山东人民版)
- 高中语文(语文实验版)
- 高中数学(江苏教育版)
- 高中数学(人教实验版)(A版)
- 高中数学(人教实验版)(B版)
- 高中数学(北京师大版)
- 高中数学(湖南教育版)
- 高中英语(外语教研版)
- 高中英语(人教实验版)
- 高中英语(北京实验版)
- 高中英语(河北教育版)
- 高中英语(重庆大学版)
- 高中英语(北京师大版)
- 高中英语(译林牛津版)
- 高中物理(北京实验版)

学生用书

- 高中物理(广东教育版)
- 高中物理(山东科技版)
- 高中物理(人教实验版)
- 高中物理(上海科教版)
- 高中化学(山东科技版)
- 高中化学(江苏教育版)
- 高中化学(人教实验版)
- 高中生物(人教实验版)
- 高中生物(中国地图版)
- 高中生物(江苏教育版)
- 高中政治(人教实验版)
- 高中历史(人教实验版)
- 高中历史(岳麓实验版)
- 高中历史(人民实验版)
- 高中地理(湖南教育版)
- 高中地理(山东教育版)
- 高中地理(人教实验版)
- 高中地理(中国地图版)

教师用书

- 高中语文(江苏教育版)
- 高中语文(人教实验版)
- 高中语文(广东教育版)
- 高中语文(山东人民版)
- 高中语文(语文实验版)
- 高中数学(江苏教育版)
- 高中数学(人教实验版)(A版)
- 高中数学(人教实验版)(B版)
- 高中数学(北京师大版)
- 高中数学(湖南教育版)
- 高中英语(外语教研版)
- 高中英语(人教实验版)
- 高中英语(北京实验版)
- 高中英语(河北教育版)
- 高中英语(重庆大学版)
- 高中英语(北京师大版)
- 高中英语(译林牛津版)
- 高中物理(北京实验版)

教师用书

- 高中物理(广东教育版)
- 高中物理(山东科技版)
- 高中物理(人教实验版)
- 高中物理(上海科教版)
- 高中化学(山东科技版)
- 高中化学(江苏教育版)
- 高中化学(人教实验版)
- 高中生物(人教实验版)
- 高中生物(中国地图版)
- 高中生物(江苏教育版)
- 高中政治(人教实验版)
- 高中历史(人教实验版)
- 高中历史(岳麓实验版)
- 高中历史(人民实验版)
- 高中地理(湖南教育版)
- 高中地理(山东教育版)
- 高中地理(人教实验版)
- 高中地理(中国地图版)

15.80

ISBN 7-5634-2111-4
9 787563 421114

ISBN 7-5634-2111-4
G·597　总定价：218.00元

中学 第二教材

丛书主编　薛金星

选修课程

高考总复习·数学

文科(1-1　1-2)

配套人民教育出版社实验教科书B版

本书主编　侯元夕　王欣刚

延边大学出版社

出版说明

当前，新一轮的教育、教学、教材、考试改革正在教学领域内深入进行着。“新课程标准”“新教材”“3+X方案”“综合能力测试”等热点话题，一直牵动着全国广大师生和学生家长的心。为了适应这一新形势，我们特邀请了部分一线特高级教师、教研员、教育考试专家，经过深入细致的研究新课标教材，根据2007年新课标省区的最新高考方案编写了这套与新高考最接近、也最适合学生应对新高考的《中学第二教材·高考总复习》。其特点如下：

1.创新性 本丛书根据教育部最新颁布的高中各年级新课程标准编写，体现了新课标的新理念、“3+X”高考模式改革和研究性学习新思路，突出新课标、新教材中知识、能力、素质“三元合一”的教学模式和方法、实践、创新“三维一体”的教学内容，侧重教法、学法指导。减少陈题，不选偏题，精选活题，首创新题，启迪思维方法。

2.前瞻性 本丛书既突出素质教育的要求，又侧重对学生“应试”能力的培养，强调培养创新精神和实践能力，强调智能的开发和非智力因素的锻炼，使学生思维能力和应用能力不断发展，最终培养出一大批适应新时代的优秀人才。

3.实用性 本丛书内容与各种版本的新课标教材同步配套，既有教师鞭辟入里的教材分析和独到新颖的教法学法建议，又有剖析“活题”思维障碍的解题思维技巧。习题设计立足一个“精”字，抓住一个“活”字，突出一个“新”字，强调一个“实”字，所选的每一道习题都符合中学教学实际，切合学生能力要求，具有很强的实用性。

4.科学性 本丛书体例设计特色鲜明、科学合理，有利于教师指导学生的认知规律，培养学生的思维能力，有利于学生的思维敏捷性、科学性和发散性的形成。

总之，《中学第二教材·高考总复习》以一种全新的理念、全新的模式去诠释当今教材与高考的关系，诠释素质教育与应试教育的关系。它认定的观点是：高素质的人才在应试中必然拿高分，而高分的取得关键在于平时的训练！愿《中学第二教材·高考总复习》带你走向成功。

本丛书成立答疑解惑工作委员会，如有疑难问题可通过以下方式与我们联系：

企业网站： http://www.bjjxsy.com

产品网站： http://www.swtnet.net

服务电话： 010-61743009

电子邮箱： book@swtnet.net

通信地址： 北京市天通苑6503号信箱

邮政编码： 102218

编　者

目　录

学习札记

选修 1-1

第一章 常用逻辑用语

第 1 课时 四种命题与充要条件

要点扫描

1. 四种命题

用 p 和 q 分别表示原命题的条件和结论，用$\neg p$ 和$\neg q$ 分别表示 p 和 q 的否定，则四种命题的形式可分别表示为：

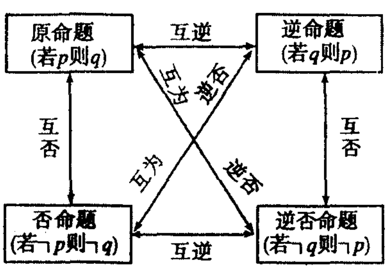
原命题 ________；

逆命题 ________；

否命题 ________；

逆否命题 ________.

2. 四种命题的关系



________与逆否命题，________与否命题的真假是等价的.

注意：(1) 判断一个命题真假的方法：当一个命题的真假性不好判断时，可考虑其逆否命题.

(2)“否命题”与“命题的否定”掌握极易出现错误，解题过程中一定要看清楚.

(3) 充分条件：如果 $p\Rightarrow q$，则 p 叫 q 的________条件，原命题(或逆否命题)成立，命题中的条件是充分的，也可称 q 是 p 的________条件.

(4) 必要条件：如果 $q\Rightarrow p$，则 p 叫 q 的________条件，逆命题(或否命题)成立，命题中的条件为必要的，也可称 q 是 p 的________条件.

(5) 充要条件：如果既有________，又有________，记作 $p\Leftrightarrow q$，则 p 叫做 q 的充分必要条件，简称充要条件，原命题和逆命题(或逆否命题和否命题)都成立，命题中的条件是充要的.

特别警示：1. 学习四种命题关键在于了解命题的结构，掌握四种命题的组成及互为逆否命题的等价性.

2. 判定充分条件、必要条件时，可以与命题的四种关系结合起来.

(1) 如果原命题成立，但它的逆命题不成立，就说原命题的条件对结论的成立是充分但不必要的.

(2) 如果原命题不成立而逆命题成立，就说原命题的条件对结论的成立是必要但不充分的.

(3) 如果原命题成立，它的逆命题也成立，就说原命题的条件对其结论的成立是充要的.

学习时，要从分清命题中的条件和结论入手，分析条件和结论之间的关系，从而得出正确的结论.

3. 命题叙述的两种形式要分清：

一种形式是 A 是 B 成立的××条件，则 A 是前提(条件)，B 是结论.

另一种形式是 A 成立的××条件是 B，则 A 是结论，B 是条件.

考点解读

考点 1 四种命题的构成

命题 $p\to q$ 是由条件 p 及结论 q 组成的，对 q 进行“换位”和“换质”后，可构成四种不同形式的命题.

(1) 原命题：$p\to q$；

(2) 条件和结论“换位”得 $q\to p$，此为原命题的逆命题；

(3) 条件和结论“换质”(分别否定)得$(\neg p)\to(\neg q)$，此为原命题的否命题；

(4) 条件和结论“换位”又“换质”得$(\neg q)\to(\neg p)$，此为原命题的逆否命题.

说明：在学习过程中，要注意条件 p、q 的位置变化.

考点 2 四种命题的关系

由于原命题和它的逆否命题是等价的，所以当一个命题真假不易判断时，往往可以转而判断它的逆否命题的真假；有的命题不易直接证明时，就可以改证它的逆否命题成立，所以反证法的实质就是证明“原命题的逆否命题成

立".所以教材在阐述了四种命题后安排了用反证法证明的例题,可以加深对命题等价性的理解.

说明:否命题与命题的否定是不同的,如果原命题是"若 p 则 q",那么这个原命题的否命题是"若非 p,则非 q",而这个命题的否定是"若 p 则非 q",可见:否命题既否定条件又否定结论,而命题的否定只否定结论.例如,原命题"若 $\angle A=\angle B$,则 $a=b$"的命题的否定是"若 $\angle A\neq\angle B$,则 $a\neq b$",而否命题是"若 $\angle A=\angle B$,则 $a\neq b$".

考点3　充分必要条件的判断

(1)直接用定义判断;

(2)从命题来看:原命题正确,则条件是充分的;逆命题正确,则条件是必要的;原命题与逆命题都正确,则条件是充要的;原命题与逆命题都不正确,则条件既不充分也不必要,所以有时也可以转化判断它的逆否命题.

(3)还可以以集合的包含关系来判断条件与结论之间的逻辑关系:设 p 包含的对象组成集合 A,q 包含的对象组成集合 B,若 $A\subseteq B$,则 p 是 q 的充分条件,若 $A\supseteq B$,则 p 是 q 的必要条件;若 $A=B$,则 p 是 q 的充要条件;若 $A\not\subseteq B$ 且 $A\not\supseteq B$,则 p 是 q 的不充分,不必要条件.

典例精析

题型一　四种命题的关系

本题型主要考查四种命题的写法,以及四种命题之间的关系,常常紧扣定义,注意原命题与逆否命题之间的等价关系.

例1　有下列四个命题:

①"若 $x+y=0$,则 x,y 互为相反数"的否命题;

②"若 $a>b$,则 $a^2>b^2$"的逆否命题;

③"若 $x\leqslant-3$,则 $x^2-x-6>0$"的否命题;

④"对顶角相等"的逆命题.

其中真命题的个数是(　　)

A.0　　B.1　　C.2　　D.3

思路分析:各种基本知识的理解及掌握程度是本题的解决关键.

答案:B

解析:①"若 $x+y\neq0$,则 x,y 不是相反数"是真命题;

②"若 $a^2\leqslant b^2$,则 $a\leqslant b$",取 $a=0$,$b=-1$,则 $a^2=0$,$b^2=1$,$a^2\leqslant b^2$,但 $a>b$,故是假命题.

③"若 $x>-3$,则 $x^2-x-6\leqslant0$",解不等式 $x^2-x-6\leqslant0$,可得 $-2\leqslant x\leqslant3$,而 $x=4>-3$,不是不等式的解,故是假命题.

④"相等的角是对顶角"是假命题.故选B.

评注:本题的解法中运用了举反例的办法,如②、③的解法.举一反例说明一个命题不正确是以后经常用到的方法.

举一反三:判断下列命题的真假,并写出它们的逆命题、否命题、逆否命题并判断其真假.

(1)若 $a>b$,则 $ac^2>bc^2$;

(2)若四边形的对角互补,则该四边形是圆的内接四边形;

(3)若在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中,$b^2-4ac<0$,则该函数图象与 x 轴有交点.

例2　已知函数 $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的增函数,a,$b\in\mathbf{R}$,对命题"若 $a+b\geqslant0$,则 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$".

(1)写出逆命题,判断其真假,并证明你的结论;

(2)写出其逆否命题,并证明你的结论.

思路分析:根据四种命题之间的关系写逆命题、逆否命题,利用特例、反证法,证互为逆否的命题,从而证明结论.

解:(1)逆命题是:若 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$,则 $a+b\geqslant0$,它是成立的,可用反证法证明它.

假设 $a+b<0$,则 $a<-b$,$b<-a$.因为 $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的增函数,则 $f(a)<f(-b)$,$f(b)<f(-a)$,所以 $f(a)+f(b)<f(-a)+f(-b)$,与条件矛盾,所以逆命题为真.

(2)逆否命题是:若 $f(a)+f(b)<f(-a)+f(-b)$,则 $a+b<0$.它为真,可证明原命题为真来证明它.

因为 $a+b\geqslant0$,所以 $a\geqslant-b$,$b\geqslant-a$.因为 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数,所以 $f(a)\geqslant f(-b)$,$f(b)\geqslant f(-a)$,所以 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$,所以逆否命题为真.

误区警示:命题的否定形式与命题的否命题不同,前者是只否定原命题的结论,而后者是同时否定条件和结论.

评注:(1)当证明一个命题的真假发生困难时,通常转化为判断它的逆否命题的真假.(2)利用反证法证题要注意其步骤.

举一反三:若 $m\leqslant0$ 或 $n\leqslant0$,则 $m+n\leqslant0$.写出其逆命题、否命题、逆否命题,并判断真假.

题型二　充要条件的判断

本题型主要考查充分条件、必要条件、充要条件的判断方法，常常与方程、三角、不等式、函数等知识相结合，考查综合运用知识的能力.

例 3　在下列四个结论中，正确的有(　　)

(1)$x^2>4$ 是 $x^3<-8$ 的必要不充分条件；

(2)在$\triangle ABC$中，"$AB^2+AC^2=BC^2$"是"$\triangle ABC$为直角三角形"的充要条件；

(3)若 $a,b\in\mathbf{R}$，则"$a^2+b^2\neq0$"是"a,b 全不为 0"的充要条件；

(4)若 $a,b\in\mathbf{R}$，则"$a^2+b^2\neq0$"是"a,b 不全为 0"的充要条件.

A.(1)(2)　　B.(3)(4)　　C.(1)(4)　　D.(2)(3)

思路分析：我们应根据选择题的特点，对以上的四个结论有选择地进行判断.例如若判定(1)正确，则不必对(3)进行判定了.因为由(1)正确可知应淘汰 B、D，进而只要对 A、C 作进一步的选择.而选择 A，还是选择 C，只需对(2)或(4)中的一个作出判定就可，我们还可从(2)、(4)中选择容易判定的进行判断.

答案：C

解析：对于结论(1)，由 $x^3<-8\Rightarrow x<-2\Rightarrow x^2>4$，但是 $x^2>4\Rightarrow x<-2$ 或 $x>2$，不一定有 $x^3<-8$，故(1)正确；对于结论(4)，由 $a^2+b^2\neq0\Rightarrow a,b$ 不全为 0，反之，由 a,b 不全为 $0\Rightarrow a^2+b^2\neq0$，故(4)正确.

于是我们根据选择题的特点就知应选择 C.

评注：结论(2)为什么不对呢？其原因是在"$\triangle ABC$为直角三角形"中没有明确哪个顶点为直角顶点，因此就不一定有"$AB^2+AC^2=BC^2$"成立.故"$AB^2+AC^2=BC^2$"是"$\triangle ABC$为直角三角形"的充分不必要条件.

举一反三：给出下列四组命题：

(1)p：$x-2=0$；q：$(x-2)(x-3)=0$.

(2)p：两个三角形相似；q：两个三角形全等.

(3)p：$m<-2$；q：方程 $x^2-x-m=0$ 无实根.

(4)p：一个四边形是矩形；q：四边形的对角线相等.

试分别指出 p 是 q 的什么条件.

方法技巧

1.四种命题.

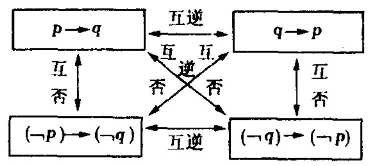
(1)原命题：它是相对其他三种命题而言人为指定的命题，不是固定不变的，可以把任意一个命题看成原命题，进而研究它的其他形式.

(2)逆命题：把原命题的条件作为结论，而原命题的结论作为条件，得到的命题称为原命题的逆命题.

(3)否命题：将原命题中的条件和结论同时加以否定后得到的命题称为原命题的否命题.

(4)逆否命题：将原命题的条件加以否定，作为结论，而原命题的结论加以否定作为条件得到的新命题称为原命题的逆否命题.

2.四种命题之间的关系.



解释：互否："若 p 则 q"是"若$\neg p$ 则$\neg q$"的否命题.

"若$\neg p$ 则$\neg q$"是"若 p 则 q"的否命题.

其他情况可类推.

3.真假命题判断的两个重要结论.

(1)原命题与逆否命题同真假.

(2)否命题与逆命题同真假.

4.充要条件的定义.

(1)充分条件.

若 $A\Rightarrow B$，则称 A 是 B 的充分条件，即由 A 成立可得出 B 成立，则 A 是 B 成立的充分条件.

(2)必要条件.

若 $A\Rightarrow B$，则称 B 为 A 的必要条件，也可理解为：

若$\neg B$，则$\neg A$，即：如 B 不成立，则 A 一定不成立.

(3)充分必要条件.

若 $A\Leftrightarrow B$，则称 A 是 B 的充分且必要条件，简称为充要条件，同理也称 B 是 A 的充要条件.

5.命题 A 和 B(有时也称题设 A 和 B)的条件关系通常有四类.

(1)充分不必要条件：若 $A\Rightarrow B$ 且 $B\nRightarrow A$，则称 A 为 B 的充分不必要条件.

(2)必要不充分条件：若 $A\nRightarrow B$ 且 $B\Rightarrow A$，则称 A 是 B 的必要而不充分条件，即常说的"有它不一定行，而没它肯定不行".

(3)充要条件：$A\Rightarrow B$ 且 $B\Rightarrow A$，则称 A 为 B 的充分必要条件.同时，B 也是 A 的充要条件.

(4)既不充分也不必要条件：$A\nRightarrow B$ 且 $B\nRightarrow A$，则 A 既不是 B 的充分条件也不是 B 的必要条件.

注意：通常要说明的条件关系一般是指这四种，但有时可能出现只填"充分条件"或"必要条件".

五·三经典

[五年高考]

1.**(2005·广东)**给出下列关于互不相同的直线 m,l,n 和平面 α,β 的四个命题：

①若 $m\subsetneq\alpha$，$l\cap\alpha=A$，点 $A\notin m$，则 l 与 m 不共面；

②若 m,l 是异面直线，$l\parallel\alpha$，$m\parallel\alpha$，且 $n\perp l$，$n\perp m$，则 $n\perp\alpha$；

③若 $l\parallel\alpha$，$m\parallel\beta$，$\alpha\parallel\beta$，则 $l\parallel m$；

④若 $l\subsetneq\alpha$，$m\subsetneq\alpha$，$l\cap m=A$，$l\parallel\beta$，$m\parallel\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$.

其中为假命题的是(　　)

A.①　　B.②　　C.③　　D.④

答案：C

解析：逐一验证

①由异面直线的判定定理得 l 与 m 为异面直线，故

①正确.

②由线面垂直的判定定理知②正确.

③l 可能与 m 相交或异面,故③错误.

④由线面垂直的判定定理得 $\alpha /\!/ \beta$,故④正确.故选 C.

2.**(2005·江西)**"$a=b$"是"直线 $y=x+2$ 与圆 $(x-a)^2+(y-b)^2=2$ 相切"的(　　)

A.充分不必要条件

B.必要不充分条件

C.充分必要条件

D.既不充分也不必要条件

答案:A

解析:圆心 (a,b),半径 $r=\sqrt{2}$,若 $a=b$,有圆心 (a,b) 到直线 $y=x+2$ 的距离 $d=r$.∴ 相切.

∴ 若直线与圆相切有 $\frac{|a-b+2|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.此时有 $a=b$ 或 $a-b=-4$.

∴ 是充分不必要条件.∴ 选 A.

3.**(2005·北京)**"$m=\frac{1}{2}$"是"直线 $(m+2)x+3my+1=0$ 与直线 $(m-2)x+(m+2)y-3=0$ 相互垂直"的(　　)

A.充分必要条件

B.充分而不必要条件

C.必要而不充分条件

D.既不充分也不必要条件

答案:B

解析:直线 $(m+2)x+3my+1=0$ 与直线 $(m-2)x+(m+2)y-3=0$ 相互垂直的充要条件是:

$(m+2)(m-2)+3m(m+2)=0$,

解得 $m=\frac{1}{2}$ 或 $m=-2$,选 B.

4.**(2005·福建)**把下面不完整的命题补充完整,并使之成为真命题.

若函数 $f(x)=3+\log_2 x$ 的图象与 $g(x)$ 的图象关于________对称,则函数 $g(x)=$________.

(注:填上你认为可以成为真命题的一种情形即可,不必考虑所有可能的情形).

答案:x 轴　$-3-\log_2 x$

(或 y 轴,$3+\log_2(-x)$;或原点,$-3-\log_2(-x)$;或直线 $y=x$,2^{x-3} 等)

解析:∵ $P(x_0,y_0)$ 关于 x 轴对称的点为 $P'(x_0,-y_0)$,

∴ $f(x)=3+\log_2 x$ 关于 x 轴对称的函数 $g(x)=-3-\log_2 x$.

5.**(2005·山东)**已知 m、n 是不同的直线,α、β 是不重合的平面,给出下列命题:

①$\alpha /\!/ \beta$,$m\subsetneqq\alpha$,$n\subsetneqq\beta$,则 $m /\!/ n$;

②若 $m,n\subsetneqq\alpha$,$m /\!/ \beta$,$n /\!/ \beta$,则 $\alpha /\!/ \beta$;

③若 $m\perp\alpha$,$n\perp\beta$,$m /\!/ n$,则 $\alpha /\!/ \beta$;

④m,n 是两条异面直线,若 $m /\!/ \alpha$,$m /\!/ \beta$,$n /\!/ \alpha$,$n /\!/ \beta$,则 $\alpha /\!/ \beta$.上面命题中,真命题的序号是________(写出所有真命题的序号).

答案:③④

解析:因两平行平面内任两条直线不一定平行,故①不对;而 m、$n\subsetneqq\alpha$,$m /\!/ \beta$,$n /\!/ \beta$ 时,α 与 β 可以相交,故②不对;∵ $m /\!/ n$,$m\perp\alpha$,∴ $n\perp\alpha$.又∵ $n\perp\beta$,∴ $\alpha /\!/ \beta$,③正确;过 m、n 分别作平面 M、N 分别交 α,β 于 m_1,m_2,n_1,n_2,由线面平行的性质定理知 $m_1 /\!/ m_2$,$n_1 /\!/ n_2$ 且 m_1 与 n_1 相交,∴ $\alpha /\!/ \beta$,故④对.

[三年模拟]

6.**(2005·浙江)**设 α、β 为两个不同的平面,l、m 为两条不同的直线,且 $l\subsetneqq\alpha$,$m\subsetneqq\beta$.有如下两个命题:①若 $\alpha /\!/ \beta$,则 $l /\!/ m$;②若 $l\perp m$,则 $\alpha\perp\beta$.那么(　　)

A.①是真命题,②是假命题

B.①是假命题,②是真命题

C.①②都是真命题

D.①②都是假命题

答案:D

解析:①若 $\alpha /\!/ \beta$,直线 l 和 m 可以平行,也可以异面.②若 $l\perp m$,可以异面垂直,此时平面 α 可以与平面 β 平行.故选 D.

7.**(2001·全国)**如图 1,小圆圈表示网络的结点,结点之间的边线表示它们有网线相联.连线标注的数字表示该段网线单位时间内可以通过的最大信息量.

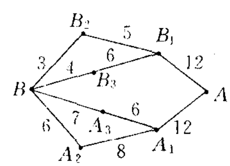


图 1

现从结点 A 向结点 B 传递信息,信息可以分开沿不同的路线同时传递,则单位时间内传递的最大信息量是(　　)

A.26　　B.24　　C.20　　D.19

答案:D

解析:如图 2 所示,由 $A\longrightarrow B$ 有 4 条路线,每条路线单位时间内传递的最大信息量是:

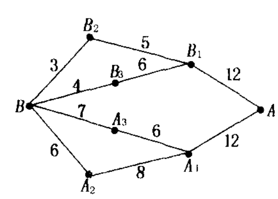


图 2

(1)$A\longrightarrow B_1\longrightarrow B_2\longrightarrow B$:　3

(2)$A\longrightarrow B_1\longrightarrow B_3\longrightarrow B$:　4

(3)$A\longrightarrow A_1\longrightarrow A_2\longrightarrow B$:　6

(4)$A\longrightarrow A_1\longrightarrow A_3\longrightarrow B$:　6

故 4 条线路在单位时间内传递的最大信息量总共是 $3+4+6+6=19$.故选 D.

8.**(2003·上海)**给出问题:F_1、F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{20}=1$ 的焦点,点 P 在双曲线上.若点 P 到焦点 F_1 的距离等于 9,求点 P 到焦点 F_2 的距离.某学生的解答如下:双曲线的实轴长为 8,由 $||PF_1|-|PF_2||$

$=8$,即$|9-|PF_2||=8$,得$|PF_2|=1$ 或 17.

该学生的解答思路是否正确？若正确,请将他的解题依据填在下面空格内;若不正确,将正确结果填在下面空格内.

________________________.

答案:$|PF_2|=17$

9.**(2001·天津)**在空间中,①若四点不共面,则这四点中任何三点都不共线;

②若两条直线没有公共点,则这两条直线是异面直线;以上两个命题中,逆命题为真命题的是________.(把符合要求的命题序号都填上)

答案:②

解析:①中的逆命题是:若四点中任何三点都不共线,则这四点不共面.

我们用正方体 AC_1 做模型来观察:上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 中任何三点都不共线,但 $A_1B_1C_1D_1$ 四点共面.所以①中逆命题不真.

②中的逆命题是:若两条直线是异面直线,则这两条直线没有公共点.

由异面直线的定义可知,成异面直线的这两条直线不会有公共点.

所以②中逆命题是真命题.

优化训练

[基础高效闯关]

1.已知 a、b 为两条不同的直线,α、β 为两个不同的平面,且 $a\perp\alpha$,$b\perp\beta$,则下列命题中的假命题是(　　)

A.若 $a//b$,则 $\alpha//\beta$

B.若 $\alpha\perp\beta$,则 $a\perp b$

C.若 a、b 相交,则 α,β 相交

D.若 α,β 相交,则 a,b 相交

2.已知 α、β 是不同的两个平面,直线 $a\subsetneq\alpha$,直线 $b\subsetneq\beta$.命题 p:a 与 b 无公共点;命题 q:$\alpha//\beta$.则 p 是 q 的(　　)

A.充分而不必要条件

B.必要而不充分条件

C.充要条件

D.既不充分也不必要条件

3.设 A、B 为两个集合,下列四个命题:

①$A\not\subseteq B\Leftrightarrow$对任意 $x\in A$,$x\notin B$;

②$A\not\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=\varnothing$;

③$A\not\subseteq B\Leftrightarrow A\not\supseteq B$;

④$A\not\subseteq B\Leftrightarrow$存在 $x\in A$,使得 $x\notin B$.其中真命题的序号是________.(把符合要求的命题序号都填上)

4.如图 3 所示的电路图由电池、开关和灯泡 L 组成,假定所有零件均能正常工作,则电路中"开关 K_1 闭合"是"灯泡 L 亮"的(　　)

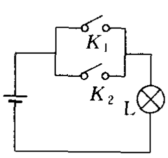


图 3

A.充分非必要条件

B.必要非充分条件

C.充要条件

D.既非充分又非必要条件

5.函数 $y=x^2+bx+c(x\in[0,+\infty))$是单调函数的充要条件是(　　)

A.$b\geqslant0$　　B.$b\leqslant0$　　C.$b>0$　　D.$b<0$

6.设命题甲:"直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,平面 ACB_1 与对角面 BB_1D_1D 垂直";命题乙:"直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是正方体".那么,甲是乙的(　　)

A.充要条件

B.充分非必要条件

C.必要非充分条件

D.既非充分又非必要条件

7.设 α、β、γ 为平面,m、n、l 为直线,则 $m\perp\beta$ 的一个充分条件是(　　)

A.$\alpha\perp\beta,\alpha\cap\beta=l,m\perp l$

B.$\alpha\cap\gamma=m,\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma$

C.$\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma,m\perp\alpha$

D.$n\perp\alpha,n\perp\beta,m\perp\alpha$

8.$a=3$ 是直线 $ax+2y+3a=0$ 和直线 $3x+(a-1)y=a-7$ 平行且不重合的(　　)

A.充分非必要条件

B.必要非充分条件

C.充要条件

D.既非充分也非必要条件

[综合应用创新]

9.已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 为在同一平面内的非零向量.甲:$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$,乙:$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$,则(　　)

A.甲是乙的充分条件但不是必要条件

B.甲是乙的必要条件但不是充分条件

C.甲是乙的充要条件

D.甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

10.已知 α、β 均为锐角,若 p:$\sin\alpha<\sin(\alpha+\beta)$,$q$:$\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}$,则 p 是 q 的(　　)

A.充分而不必要条件

B.必要而不充分条件

C.充要条件

D.即不充分也不必要条件

11.对任意实数 a,b,c 给出下列命题:

①"$a=b$"是"$ac=bc$"的充要条件;

②"$a+5$ 是无理数"是"a 是无理数"的充要条件;

③"$a>b$"是"$a^2>b^2$"的充分条件;

④"$a<5$"是"$a<3$"的必要条件.

其中真命题的个数是(　　)

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

12.设集合 A、B 是全集 U 的两个子集,则 $A\subsetneq B$ 是 $(\complement_U A)\cup B=U$ 的(　　)

A.充分不必要条件

B.必要不充分条件

C.充要条件

D.即不充分也不必要条件

13.设命题 p:$|4x-3|\leqslant1$;命题 q:$x^2-(2a+1)x+a(a+1)\leqslant0$.若$\neg p$是$\neg q$的必要而不充分条件,则

实数 a 的取值范围是________.

第2课时:逻辑联结词与量词

要点扫描

1. 可以判断________的语句叫命题.

2. 全称量词与全称命题.

短语"________"在陈述句中表示数量,逻辑中通常叫做________并用符号"________"表示,含有全称量词的命题,叫做________.

______就是陈述某集合所有元素都具有或都不具有某种性质的命题.

一般地设 $p(x)$ 是某集合 M 的所有元素都具有或都不具有的性质,那么全称命题就是形如"对 M 中的所有 x,$p(x)$"的命题,用符号简记为:________.

3. 存在量词与存在性命题.

短语"________"或"________"或"__________"在陈述句中也表示数量,逻辑中通常叫做________,并用符号"$\exists$"表示,含有存在量词的命题,叫做__________.

__________就是陈述在某集合中有些元素 x 具有或不具有的某种性质.那么存在性命题就是形如"存在集合 M 中的元素 x,$q(x)$"的命题,用符号简记为:________.

4. 复合命题.

由简单命题与逻辑联结词______、______、______构成的命题,叫复合命题.(另外,"若 p 则 q"组成的命题也叫复合命题,p、q 是简单命题.)如 p、q 是简单命题,则 p 或 q,记作________;p 且 q,记作__________;非 p,记作________;均是复合命题.

特别警示:1. 同一个全称命题,存在性命题,由于自然语言的不同,可以有不同的表述方法.

2. 在判断三种形式的复合命题的真假时,要熟练运用"至少""最多""同时"以及"至少有一个是(不是)""最多有一个是(不是)""都是(不是)""不都是"这些词语.

3. 要注意命题的否定与否命题的不同.

考点解读

考点1 命题的概念

(1)命题的概念是数学中的基础概念,学习时应结合具体实例理解它的含义.可以判断真假是命题的特征.

(2)一个命题要么是真的,要么是假的,但不能同时既真又假,也不能模棱两可,无法判断其真假.

考点2 全称命题与存在性命题

全称命题,存在性命题就是含有全称量词,存在性量词的命题,学会自然语言与符号语言的转化.

(1)全称命题中常用的全称量词有"所有"、"任意一个"、"一切"、"每一个"、"任给"等.要判定全称命题"$\forall x\in M,p(x)$"是真命题,需要对集合 M 中每个元素 x,证明 $p(x)$ 成立;如果在集合 M 中找到一个元素 x_0,使得 $p(x_0)$ 不成立,那么这个全称命题就是假命题.

(2)存在性命题中的存在量词有"存在一个"、"至少有一个"、"有些"、"有一个"、"对某个"、"有的"等;要判断存在性命题"$\exists x\in M,p(x)$"是真命题,只需在集合 M 中找到一个元素 x_0,使 $p(x_0)$ 成立即可;如果在集合 M 中,使 $p(x)$ 成立的元素 x 不存在,那么这个存在性命题是假命题.

说明:同一个全称命题、存在性命题,由于自然语言的不同,可以有不同的表述方法.现列表总结于下,在实际应用中可以灵活地选择.

命题	全称命题"$\forall x\in A,p(x)$"	存在性命题"$\exists x\in A,p(x)$"
表述方法	①所有的 $x\in A$,$p(x)$ 成立	①存在 $x\in A$,使 $p(x)$ 成立
	②对一切 $x\in A$,$p(x)$ 成立	②至少有一个 $x\in A$,使 $p(x)$ 成立
	③对每一个 $x\in A$,$p(x)$ 成立	③对有些 $x\in A$,使 $p(x)$ 成立
	④任选一个 $x\in A$,使 $p(x)$ 成立	④对某个 $x\in A$,使 $p(x)$ 成立
	⑤凡 $x\in A$,都有 $p(x)$ 成立	⑤有一个 $x\in A$,使 $p(x)$ 成立

考点3 基本逻辑联结词

基本逻辑联结词有"且""或""非"三种,复合命题就是由三种逻辑联结词与简单命题构成的.

(1)真值表是根据简单命题的真假,判断由这些简单命题构成的复合命题的真假,要掌握以下规律:

①"$\neg p$"形式的复合命题的真假与命题"p"的真假相反;

②"$p\vee q$"形式的复合命题只有当命题"p"与命题"q"同时为假时才为假,否则为真;

③"$p\wedge q$"形式的复合命题只有当命题"p"与"q"同时为真时才为真,否则为假.

说明:复合命题真值表:

p	q	非 p	p 或 q	p 且 q
真	真	假	真	真
真	假	假	真	假
假	真	真	真	假
假	假	真	假	假

(2)写出一个命题的否定,往往需要对正面词语进行否定,要熟悉常用的正面叙述词语及它的否定形式.

(3)含有一个量词的全称命题与存在性命题的否定要熟悉.

存在性命题 p:$\exists x\in A,p(x)$.

它的否定是 $\neg p$:$\forall x\in A,\neg p(x)$.

全称命题 q:$\forall x\in A,q(x)$.

它的否定是 $\neg q$:$\exists x\in A,\neg q(x)$.

说明:(1)判断一个命题是简单命题还是复合命题时,不能只从字面上看有没有"或"、"且"、"非",如"等腰三角形的顶角平分线、底边上中线、底边上的高线互相重合",

此命题字面上无“且”，但可改成“等腰三角形的顶角平分线既是底边上的中线又是底边上的高线”，所以它是复合命题，又例如“5 的倍数的末位数字不是 0 就是 5”，此命题字面上无“或”，但它也是复合命题．

(2)判断复合命题真假的基本程序是：①确定复合命题的构成形式(先找出逻辑联结词，后确定被联结的简单命题)；②判断各个简单命题的真假；③结合真值表推断复合命题的真假．

典例精析

题型一　复合命题的真假

本题型主要考查复合命题的判断，对“或”“且”“非”逻辑联结词的理解，重点是真值表的理解与应用．

例 1　指出下列命题的真假．

(1)命题：“不等式$|x+2|\leqslant 0$没有实数解”；

(2)命题：“-1 是偶数或奇数”；

(3)命题：$\sqrt{2}$属于集合 $\mathbf{Q}$，也属于集合 $\mathbf{R}$；

(4)命题：“$A \not\subseteq (A\cup B)$”．

思路分析：本题是命题构成形式的进一步应用，逻辑联结词是基础．

解：(1)此命题为“非 p”的形式，其中 p：不等式$|x+2|\leqslant 0$有实数解．因为 $x=-2$ 是该不等式的一个解，所以 p 是真命题，即非 p 为假命题，所以原命题为假命题；

(2)此命题为“p 或 q”的形式，其中 p：“-1 是偶数”，q：“-1 是奇数”．因为 p 为假命题，q 为真命题，所以“p 或 q”为真命题，故原命题为真命题；

(3)此命题为“p 且 q”的形式，其中 p：$\sqrt{2}$属于 $\mathbf{Q}$，q：$\sqrt{2}$属于 $\mathbf{R}$．因为 p 为假命题，q 为真命题，所以 p 且 q 为假命题，故原命题为假命题；

(4)此命题为“非 p”的形式，其中 p：$A\subseteq (A\cup B)$．因为 p 为真命题，所以“非 p”为假命题，故原命题为假命题．

误区警示：本例在判断命题的真假时，要准确理解复合命题的构成，如命题(3)是“$p\wedge q$”形式，防止判断有误．

评注：为了正确判断复合命题的真假，首先要确定复合命题的构成形式，然后指出其中简单命题的真假，再根据真值表判断这个复合命题的真假．

举一反三：分别指出下列复合命题的形式及构成的简单命题．

(1)小李是老师，小赵也是老师．

(2)1 是合数或质数．

(3)他是运动员兼教练员．

(4)不仅这些文学作品艺术上有缺点，而且在政治上也有错误．

题型二　命题与量词

本题型主要考查全称量词、存在量词的理解及对全称命题、存在性命题的判断．

例 2　判断下列命题的真假：

(1)每个指数函数都是单调函数；

(2)任何实数都有算术平方根；

(3)$\forall x\in\{x|x$ 是无理数$\}$，x^2 是无理数．

(4)$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^3\leqslant 0$；

(5)至少有一个整数，它既不是合数，也不是奇数；

(6)$\exists x\in\{x|x$ 是无理数$\}$，x^2 是无理数．

思路分析：逻辑中通常把短语“所有”、“任意一个”、“每一个”、“一切”、“任给”等叫做全称量词，用符号“$\forall$”表示含有全称量词的命题叫全称命题．

逻辑中通常把短语“有一个”或“有些”或“至少有一个”等叫做存在量词，用符号“$\exists$”表示，含有存在量词的命题叫做存在性命题．

解：(1)指数函数的形式为 $y=a^x$(其中 $a>0$ 且 $a\neq 1$)，定义域$\{x|x\in\mathbf{R}\}$，对每一个符合题意的 a，函数 $y=a^x$ 都是单调的，当 $a>1$ 时，函数 $y=a^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数．当 $0<a<1$ 时，函数 $y=a^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上为减函数，所以，全称命题“每个指数函数都是单调函数”是真命题．

(2)-1 是实数，但 $x^2=-1$ 无解，也就是 $\sqrt{-1}$无意义，所以，全称命题“任何实数都有算术平方根”是假命题．

(3)$\sqrt{3}$是无理数，但$(\sqrt{3})^2=3$ 是有理数，所以全称命题“$\forall x\in\{x|x$ 是无理数$\}$，x^2 是无理数”是假命题．

(4)由于$-1\in\mathbf{R}$，当 $x=-1$ 时，$x^3\leqslant 0$，所以，存在性命题“$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^3\leqslant 0$”是真命题．

(5)2 是整数，它是素数且不是奇数，所以存在性命题“至少有一个整数，它既不是合数，也不是奇数”是真命题．

(6)由于$\sqrt[3]{2}$是无理数，当 $x=\sqrt[3]{2}$时，$x^2=\sqrt[3]{4}$是无理数，所以命题“$\exists x\in\{x|x$ 是无理数$\}$，x^2 是无理数”是真命题．

评注：(1)要判定全称命题是真命题，必须对限定集合 M 中的每个元素 x 验证 $p(x)$成立；但要判定全称命题是假命题，却只要能举出集合 M 中一个 $x=x_0$，使得 $p(x_0)$不成立即可(举一反例)．

(2)要判定一个存在性命题是真命题，只要在限定集合 M 中，能找到一个 $x=x_0$，使 $p(x_0)$成立即可；如果在集合 M 中，使 $p(x)$成立的元素不存在，那么这个存在性命题是假命题．

举一反三：判断命题的真假．

(1)每个函数都有反函数．

(2)存在一个 $x\in\mathbf{Z}$，使 $2x+4=6$．

题型三　含有一个量词的命题的否定

本题型是新课程中新增内容，主要考查全称量词与存在性量词的否定形式．

例 3　写出下列命题的“否定”，并判断其真假：

(1)p:$\forall x\in \mathbf{R}, x^2-x+\frac{1}{4}\geqslant 0$;

(2)q:所有的正方形都是矩形;

(3)r:$\exists x\in \mathbf{R}, x^2+2x+2\leqslant 0$;

(4)s:至少有一个实数 x,使 $x^3+1=0$.

思路分析:这四个命题中,p、q 是全称命题.r、s 是存在性命题.要判断"非"命题的真假,可以直接判断,也可以判断 p 命题的真假,因为 p 与$\neg p$"真假相对".

解:(1)$\neg p$:$\exists x\in \mathbf{R}, x^2-x+\frac{1}{4}<0$.这是假命题,因为由 $\forall x\in \mathbf{R}, x^2-x+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2\geqslant 0$,恒成立.

(2)$\neg q$:至少存在一个正方形不是矩形.(假)

(3)$\neg r$:$\forall x\in \mathbf{R}, x^2+2x+2>0$(真),这是由于 $\forall x\in \mathbf{R}, x^2+2x+2=(x+1)^2+1\geqslant 1>0$ 成立.

(4)$\neg s$:$\forall x\in \mathbf{R}, x^3+1\neq 0$(假),这是由于 $x=-1$ 时,$x^3+1=0$.

误区警示:要先判断命题是存在性命题还是全称命题,注意防止判断错误而导致否定出错,要特别注意命题的否定不等同于否命题.

评注:一般地含有一个量词的命题的否定,首先要确定这个命题是全称命题还是存在性命题,也就是要找出语句中的全称量词,存在性量词,写命题的否定,往往需要对这些量词进行否定.

举一反三:写出下列命题的否定.

(1)每个函数都有反函数.

(2)存在 $x\in \mathbf{Z}$,使 $2x+4=6$.

方法技巧

1.把简单命题写成复合命题,或把复合命题写成简单命题并判断真假是本节的基本要求,关键在于理解逻辑联结词的意义,逻辑联结词中的"或"、"且"、"非"与日常用语中的"或"、"且"、"非"的意义是不尽相同的,熟悉有关复合命题的真值表可以加快这类题的解题速度和提高准确性.

2.判断一个语句是否为命题只能根据定义看这一语句是否能判断真假.能判断真假的语句是命题,有些语句目前不能判断真假.随着时间的推移与科学技术的发展,总能确定它们的真假,这样的猜想也是命题.

3.要判定一个全称命题是真命题,必须对限定集合 M 中的每个元素 x 验证 $p(x)$ 成立;但要判定全称命题是假命题,却只要能举出集合 M 中的一个 $x=x_0$ 使得 $p(x_0)$ 不成立即可.

要判定一个存在性命题是真命题,只要在限定集合 M 中,至少能找到一个 $x=x_0$ 使 $p(x_0)$成立即可;否则,这一存在性命题就是假命题.

4.判断"$p\wedge q$"、"$p\vee q$"命题的真假可借助真值表:当 p 与 q 都为真时,"$p\wedge q$"形式的命题才为真,其他情形都为假;当 p 与 q 都为假时,"$p\vee q$"形式的命题才为假,其他情形都为真.

5."$\neg p$"形式的命题与 p 的真假相反.

$\neg(p$ 或 $q)=(\neg p)$且$(\neg q)$;

$\neg(p$ 且 $q)=(\neg p)$或$(\neg q)$.

6.全称命题的否定形式是存在性命题,存在性命题的否定形式是全称命题.

7.在写"非 p"形式时,常用以下表格中否定词语:

正面词语	大于(>)	是	都是	所有的…	任意一个…	至少一个…	…
反面词语	不大于(≤)	不是	不都是	至少一个不…	某个不…	一个也没有…	…

五·三经典

[五年高考]

1.**(2004·重庆)**已知 p 是 r 的充分不必要条件,s 是 r 的必要条件,q 是 s 的必要条件,那么 p 是 q 成立的(　　)

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

答案:A

思路分析:根据充分条件、必要条件的定义进行判断.

解:由已知 $p\Rightarrow r, r\nRightarrow p, r\Rightarrow s, s\nRightarrow r, s\Rightarrow q, q\nRightarrow s$.可知 $p\Rightarrow q, q\nRightarrow p$.

$\therefore$ p 是q 的充分不必要条件,故选 A.

2.**(2004·湖南)**设集合 $U=\{(x,y)|x\in \mathbf{R}, y\in \mathbf{R}\}$,$A=\{(x,y)|2x-y+m>0\}$,$B=\{(x,y)|x+y-n\leqslant 0\}$,那么点 $P(2,3)\in A\cap(\complement_U B)$的充要条件是(　　)

A.$m>-1, n<5$　　B.$m<-1, n<5$

C.$m>-1, n>5$　　D.$m<-1, n>5$

答案:A

思路分析:将点 $P(2,3)$代入 A 与 $\complement_U B$,同时成立即可.

解:将 $P(2,3)$代入 $2x-y+m>0$,得 $m>-1$,代入 $x+y-n>0$,得 $n<5$.故选 A.

3.**(2005·福建)**已知 p:$|2x-3|<1$,q:$x(x-3)<0$,则 p 是q 的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

答案:A

解析:p:$|2x-3|<1$,$\therefore$ $1<x<2$.

q:$x(x-3)<0$,$\therefore$ $0<x<3$. $\therefore$ $p\Rightarrow q$.

4.**(2004·福建)**命题 p:若 a、$b\in \mathbf{R}$,则$|a|+|b|>1$ 是$|a+b|>1$ 的充分而不必要条件.命题 q:函数 $y=\sqrt{|x-1|-2}$的定义域是$(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$,则(　　)

A."p 或 q"为假　　B."p 且 q"为真

C. p 真 q 假　　D. p 假 q 真

答案:D

思路分析:根据条件确定每个命题的真假,再根据逻辑关系判断.

解:由绝对值不等式知 $|a|+|b|\geqslant|a+b|$,$|a+b|>1\Rightarrow|a|+|b|>1$,反之不一定成立.即 $|a|+|b|>1$ 是 $|a+b|>1$ 的必要而不充分条件,故命题 p 为假命题.

又由 $|x-1|-2\geqslant0$,得 $x\leqslant-1$ 或 $x\geqslant3$,即函数 $\sqrt{|x-1|-2}$ 的定义域是 $(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$,所以命题 q 为真命题,故选 D.

5. **(2005·江苏)**命题"若 $a>b$,则 $2^a>2^b-1$"的否命题为____________.

答案:若 $a\leqslant b$,则 $2^a\leqslant2^b-1$

解析:"$a>b$"的否命题是"$a\leqslant b$","$2^a>2^b-1$"的否命题是"$2^a\leqslant2^b-1$".

∴ 原命题的否命题是"若 $a\leqslant b$,则 $2^a\leqslant2^b-1$".

[三年模拟]

6. **(2004·南开中学检测)**今有命题 p、q,若命题 m 为"p 且 q",则"$\neg p$ 或 $\neg q$"是"$\neg m$"的(　　)

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

答案:C

解析:∵ "$p\wedge q$"的否定为"$\neg p\vee\neg q$",

∴ "$\neg p\vee\neg q$"是"$\neg m$"的充要条件.

7. **(2005·山东检测)**已知命题"非空集合 M 的元素都是集合 P 的元素"是假命题,那么在命题:

①M 的元素都不是 P 的元素;

②M 中有不属于 P 的元素;

③M 中有 P 的元素;

④M 中元素不都是 P 的元素

中,真命题的个数为(　　)

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

答案:B

解析:若命题 p 错误,则 $\neg p$ 正确,命题②④正确,故选 B.

8. **(2003·南通第一次调研)**下列各组命题中,满足"p 或 q"为真,"p 且 q"为假,"非 p"为真的是(　　)

A. p:$0=\varnothing$;q:$0\in\varnothing$

B. p:在△ABC 中,若 $\cos 2A=\cos 2B$,则 $A=B$;q:$y=\sin x$ 在第一象限是增函数

C. p:$a+b\geqslant2\sqrt{ab}$(a、$b\in\mathbf{R}$);q:不等式 $|x|>x$ 的解集为 $(-\infty,0)$

D. p:圆 $(x-1)^2+(y-2)^2=1$ 的面积被直线 $x=1$ 平分;q:椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的一条准线方程是 $x=4$

答案:C

解析:由真值表:若"$p\vee q$"为真,"$p\wedge q$"为假.

则 p 真 q 假或者 p 假 q 真.

若 $\neg p$ 为真,则 p 为假.

所以由已知得"p 假 q 真".

分析各选项得 C.

9. **(2005·合肥抽样一)**给出命题:p:$3\geqslant3$;q:函数 $f(x)=\begin{cases}1 & (x\geqslant0),\\ -1 & (x<0)\end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上是连续函数,则在下列三个复合命题:"p 且 q";"p 或 q";"非 p"中,真命题的个数为(　　)

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

答案:B

解析:显然,p 真,q 假,

∴ 只有"$p\vee q$"为真,故选 B.

优化训练

[基础高效闯关]

1. 已知直线 $l\perp$ 平面 α,直线 $m\subsetneqq$ 平面 β,有下面四个命题:

①$\alpha/\!/\beta\Rightarrow l\perp m$;②$\alpha\perp\beta\Rightarrow l/\!/m$;

③$l/\!/m\Rightarrow\alpha\perp\beta$;④$l\perp m\Rightarrow\alpha\perp\beta$.

其中正确的两个命题的序号是(　　)

A. ①与②　　B. ③与④　　C. ②与④　　D. ①与③

2. 设有两个命题:①关于 x 的不等式 $x^2+2ax+4>0$ 对一切 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立;②函数 $f(x)=-(5-2a)^x$ 是减函数,若命题有且只有一个是真命题,则实数 a 的取值范围是(　　)

A. $(-\infty,-2]$　　B. $(-\infty,2]$

C. $(-2,2)$　　D. $\left(2,\dfrac{5}{2}\right)$

3. 设 l_1、l_2 表示两条直线,α 表示平面.若有:①$l_1\perp l_2$;②$l_1\perp\alpha$;③$l_2\subsetneqq\alpha$,则以其中两个为条件,另一个为结论,可以构造的所有命题中,正确命题的个数为(　　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

4. 已知 A 表示点,a、b、c 表示直线,M、N 表示平面,给出下列命题:

①$a\perp M$,$b\not\subseteq M$,若 $b/\!/M$,则 $b\perp a$;

②$a\perp M$,若 $a\perp N$,则 $M/\!/N$;

③$a\subsetneqq M$,$b\cap M=A$,c 为 b 在 M 上的射影,若 $a\perp c$,则 $a\perp b$;

④$a\perp M$，若 $b\parallel M$，$c\parallel a$，则 $a\perp b$，$c\perp b$.

其中逆命题正确的是(　　)

A. ①与④　　B. ③与④

C. ①、②、③　　D. ①、②、③、④

5. 设 l、m、n 表示三条直线，α、β、γ 表示三个平面，则下列命题中不成立的是(　　)

A. 若 $l\perp\alpha$，$m\perp\alpha$，则 $l\parallel m$

B. 若 $m\subsetneq\beta$，n 是 l 在 β 内的射影，$m\perp l$，则 $m\perp n$

C. 若 $m\subsetneq\alpha$，$n\not\subseteq\alpha$，$m\parallel n$，则 $n\parallel\alpha$

D. 若 $\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则 $\alpha\parallel\beta$

6. 同住一间寝室的四名女生，她们当中有一人在修指甲，一人在看书，一人在梳头发，另一人在听音乐.

①A 不在修指甲，也不在看书；②B 不在听音乐，也不在修指甲；③如果 A 不在听音乐，那么 C 不在修指甲；④D 既不在看书，也不在修指甲；⑤C 不在看书，也不在听音乐.

若上面的命题都是真命题，问她们各在做什么？

A 在____；B 在____；C 在____；D 在____.

7. 关于双曲线 $xy=1$ 有下面 4 个命题：

(1)它的渐近线方程为 $x=0$ 和 $y=0$；

(2)它的实轴长为 $2\sqrt{2}$；

(3)它的离心率为$\sqrt{2}$；

(4)正三角形的三个顶点 $P(x_1,y_1)$、$Q(x_2,y_2)$、$R(x_3,y_3)$ 在双曲线 $xy=1$ 上，则 x_1、x_2、x_3 不可能同号.

以上正确命题的序号为______(注：把所有正确命题的序号都写上).

8. 设 P：关于 x 的不等式 $a^x>1$ 的解集是 $\{x|x<0\}$，Q：函数 $y=\lg(ax^2-x+a)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，如果 P 和 Q 有且仅有一个正确，求 a 的取值范围.

[综合应用创新]

9. 判断下列命题是否为全称或存在性命题，并判断真假.

(1)有一个实数 α，$\tan\alpha$ 无意义；

(2)任何一条直线都有斜率；

(3)所有圆的圆心到其切线的距离等于半径；

(4)凡圆内接四边形，其对角互补.

10. 设 $p(x)$：$\sin x>\cos x$. 试问：

(1)当 $x=\frac{\pi}{3}$ 时，$p\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 是真命题吗？

(2)$p\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 是真命题吗？

(3)x 取哪些值时，$p(x)$ 是真命题？

11. 写出下列命题的否定：

(1)3 是 9 的约数或 18 的约数；

(2)菱形的对角线相等且互相垂直；

(3)方程 $x^2+x-1=0$ 有两实根符号相同或绝对值相等；

(4)$a>0$，或 $b\leqslant 0$.

12. 判断下列命题的真假，并写出这些命题的否定.

(1)$\forall x\in\mathbf{N}$，$x^3>x^2$；

(2)所有可以被 5 整除的整数，末位数字都是 0；

(3)$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2-x+1\leqslant 0$；

(4)存在一个四边形，它的对角线互相垂直且平分.

13. 已知函数 $f(x)=x|x|+px+q(x\in\mathbf{R})$，给出下列四个命题：

①$f(x)$ 为奇函数的充要条件是 $q=0$；

②$f(x)$ 的图象关于点 $(0,q)$ 对称；

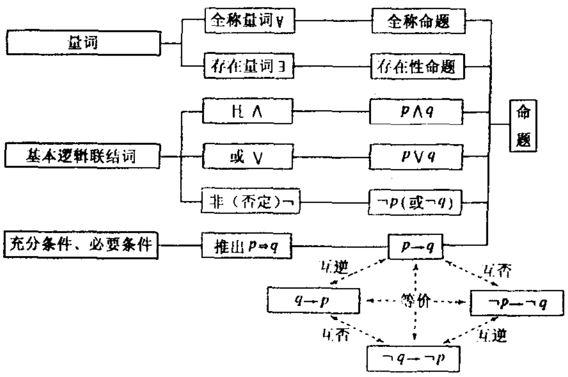
③当 $p=0$ 时，方程 $f(x)=0$ 的解集一定非空；

④方程 $f(x)=0$ 的解的个数一定不超过两个.

其中所有正确命题的序号是______.

章末总结

知识结构框图



学科专题归纳

专题一　命题真假的判断

命题真假的判断是本章的主要内容，也会逐渐成为高考命题的重点，此类问题主要是学会对复合命题进行分解，并依据真值表进行判断，下面举例说明.

例 1　判断下列命题的真假.

(1)对于$\forall x$，若$x-3=0$，则$x-3\leqslant 0$；

(2)若$x=3$，或$x=5$，则$(x-3)(x-6)=0$.

思路分析：(1)"$\leqslant$"中只要使其中的一个成立，即"$<$"成立，或"$=$"成立，都可以认为"$\leqslant$"成立.

(2)$x=3$，$x=5$时，都使得$(x-3)(x-6)=0$成立，才是真命题.

解：(1)$\because$ $x-3=0\Rightarrow x-3\leqslant 0$，$\therefore$ 命题为真.

(2)当$x=5$时，$(x-3)(x-6)\neq 0$，$\therefore$ 命题为假.

评注：(1)实际上是"$p\vee q$"命题的真假.

(2)中实质上是$x\in\{3,5\}$时，有$(x-3)(x-6)=0$，显然是错误的.

例 2　分别指出由下列各组命题构成的"$p\vee q$"、"$p\wedge q$"、"$\neg p$"形式的复合命题的真假.

(1)p：正多边形有一个内切圆；q：正多边形有一个外接圆.

(2)p：角平分线上的点到角两边距离不相等；q：线段中垂线上的点到线段的两端点距离相等.

(3)p：$2\in\{2,3,4\}$；q：{矩形}$\cap${菱形}={正方形}.

(4)p：正六边形的对角线都相等；q：凡是偶数都是4的倍数.

解：(1)$\because$ p真、q真，

$\therefore$ $p\vee q$真；$p\wedge q$真；$\neg p$假.

(2)$\because$ p假、q真，

$\therefore$ $p\vee q$真；$p\wedge q$假；$\neg p$真.

(3)$\because$ p真、q真，

$\therefore$ $p\vee q$真；$p\wedge q$真；$\neg p$假.

(4)$\because$ p假、q假，

$\therefore$ $p\vee q$假；$p\wedge q$假；$\neg p$真.

例 3　写出下列命题的否定并判断真假.

(1)对所有的正实数p，$\sqrt{p}$为正数，且$\sqrt{p}<p$；

(2)不存在实数x，使$x<4$，且$x^2+5x=24$；

(3)对实数x，若$x^2-6x-7=0$，则$x^2-6x-7\geqslant 0$.

解：(1)存在实数p，$\sqrt{p}$不是正数，或$\sqrt{p}\geqslant p$，真命题.

(2)存在实数x，使$x\geqslant 4$，或$x^2+5x\neq 24$，真命题.

(3)对实数x，若$x^2-6x-7=0$，则$x^2-6x-7<0$，假命题.

评注：原命题与原命题的否定真假相反.

例 4　命题：已知a、b为实数，若$x^2+ax+b\leqslant 0$有非空解集，则$a^2-4b\geqslant 0$，写出该命题的逆命题、否命题、逆否命题，并判断这些命题的真假.

解：逆命题：已知a、b为实数，若$a^2-4b\geqslant 0$，则$x^2+ax+b\leqslant 0$有非空解集.

否命题：已知a、b为实数，若$x^2+ax+b\leqslant 0$没有非空解集，则$a^2-4b<0$.

逆否命题：已知a、b为实数，若$a^2-4b<0$，则$x^2+ax+b\leqslant 0$没有非空解集.

原命题、逆命题、否命题、逆否命题均为真命题.

专题二　反证法

反证法的理论基础是互为逆否命题的等价性，从逻辑角度看，命题："若p则q"的否定是"若p则$\neg q$"，由此进行推理，如果发生矛看，那么就说明"若p则$\neg q$"为假，从而可以导出"若p则q"为真，从而达到证明的目的. 反证法是高中数学的一种基本方法，在前面学习的不等式和立体几何的证明中已用到，在高考题中也经常出现，它所反映出的"正难则反"的解决问题的思想方法更为重要，下面举例说明.

例 5　**(2002·西安市模拟)**用反证法证明：已知a、b均为有理数，且$\sqrt{a}$和$\sqrt{b}$都是无理数，求证：$\sqrt{a}+\sqrt{b}$是无理数.

思路分析：(反证法)可设$\sqrt{a}+\sqrt{b}$为有理数，利用实数运算法则得出矛盾.

证明：假设$\sqrt{a}+\sqrt{b}$为有理数，则$(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=a-b$.

由$a>0$，$b>0$得$\sqrt{a}+\sqrt{b}>0$.

$\therefore$ $\sqrt{a}-\sqrt{b}=\dfrac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

$\because$ a、b为有理数，且$\sqrt{a}+\sqrt{b}$为有理数，

$\therefore$ $\dfrac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$为有理数，即$\sqrt{a}-\sqrt{b}$为有理数，

$\therefore$ $(\sqrt{a}+\sqrt{b})+(\sqrt{a}-\sqrt{b})$为有理数，

即$2\sqrt{a}$为有理数，

从而$\sqrt{a}$也应为有理数，这与已知$\sqrt{a}$为无理数矛盾.

∴ $\sqrt{a}+\sqrt{b}$一定为无理数.

评注:本例推出的是与已知矛盾,反证法导出结果的几种情况:

(1)导出$\neg p$为真,即与原命题的条件矛盾.

(2)导出q为真,即与假设"$\neg q$为真"矛盾.

(3)导出一个恒假命题,即与定义、公理、定理矛盾.

(4)导出自相矛盾的命题.

例6 若a、b、c均为实数,且$a=x^2-2y+\frac{\pi}{2}$,$b=y^2-2z+\frac{\pi}{3}$,$c=z^2-2x+\frac{\pi}{6}$,求证:a、b、c中至少有一个大于0.

思路分析:如果直接从条件推证,方向不明,过程不可推测,较难,可以使用反证法.

解:设a、b、c都不大于0,即$a\leqslant 0$,$b\leqslant 0$,$c\leqslant 0$,

∴ $a+b+c\leqslant 0$.

而$a+b+c=\left(x^2-2y+\frac{\pi}{2}\right)+\left(y^2-2z+\frac{\pi}{3}\right)+\left(z^2-2x+\frac{\pi}{6}\right)$

$=(x^2-2x)+(y^2-2y)+(z^2-2z)+\pi$

$=(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2+\pi-3$.

∴ $a+b+c>0$,这与$a+b+c\leqslant 0$矛盾.

故a、b、c中至少有一个大于0.

评注:(1)这是自相矛盾的题目类型.

(2)注意"至少有一个"、"至多有一个"、"都是"的否定形式分别为"一个也没有"、"至少有二个"、"不都是".

例7 用反证法证明:钝角三角形最大边上的中线小于该边长的一半.

已知:如图1,在$\triangle ABC$中,$\angle A>90°$,D是BC中点,求证:$AD<\frac{1}{2}BC$.

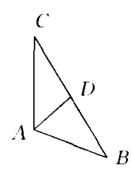


图1

思路分析:依据题意,写出已知、求证,再用反证法,即否定结论,把假设和已知条件结合起来去推出矛盾.

证明:假设$AD\geqslant\frac{1}{2}BC$.

(1)若$AD=\frac{1}{2}BC$,由平面几何中定理"若三角形一边上的中线等于该边长的一半,那么,这条边所对的角为直角"知,$\angle A=90°$,与题设矛盾.

所以$AD\neq\frac{1}{2}BC$.

(2)若$AD>\frac{1}{2}BC$,因为$BD=DC=\frac{1}{2}BC$,所以,在$\triangle ABD$中,$AD>BD$,从而$\angle B>\angle BAD$;同理$\angle C>\angle CAD$.

所以$\angle B+\angle C>\angle BAD+\angle CAD$,

即$\angle B+\angle C>\angle A$.

因为$\angle B+\angle C=180°-\angle A$,所以$180°-\angle A>\angle A$,则$\angle A<90°$,与题设矛盾.

由(1)、(2)知$AD<\frac{1}{2}BC$.

评注:使用反证法证题时,要对所证结论全面否定,不能遗漏.如本题假设AD不大于$\frac{1}{2}BC$应是$AD\leqslant\frac{1}{2}BC$,而不是$AD<\frac{1}{2}BC$.

例8 已知下列三个方程:$x^2+4ax-4a+3=0$,$x^2+(a-1)x+a^2=0$,$x^2+2ax-2a=0$,若至少有一个方程有实数根,求实数a的取值范围.

思路分析:本题从正面解决难以入手,故要采用反证法.假设三个方程都无实数根,以此为条件推出无实根的结论,再取其补集即可.

解:假设三个方程均无实根,则

$$有\begin{cases}(4a)^2-4\times(-4a+3)<0, & ①\\(a-1)^2-4a^2<0, & ②\\(2a)^2-4\times(-2a)<0, & ③\end{cases}$$

由①得$4a^2+4a-3<0$,即$-\frac{3}{2}<a<\frac{1}{2}$;

由②得$3a^2+2a-1>0$,即$a>\frac{1}{3}$,或$a<-1$;

由③得$a(a+2)<0$,即$-2<a<0$.

∴ a的取值范围为$-\frac{3}{2}<a<-1$.

因而使三个方程中至少有一个方程有实根的实数a的取值范围为$\left\{a\left|a\leqslant-\frac{3}{2},或a\geqslant-1\right.\right\}$.

专题三 充要条件的应用

充要条件的应用贯穿于高中教材的始终,也是高考每年必考的内容之一,充要条件与方程、不等式联系密切,下面举例说明.

例9 证明关于x的一元二次不等式$x^2+px+q\leqslant 0$的解集只含有一个元素的充要条件是$p^2=4q$.

思路分析:证明充要条件问题,必须分清条件与结论,由"条件"⇒"结论",是证命题的充分性;由"结论"⇒"条件",是证命题的必要性.

证明:命题中的条件为$p^2=4q$.

必要性:解不等式$x^2+px+q\leqslant 0$.

若$\Delta=p^2-4q>0$,则

不等式的解集为$\left\{x\left|\frac{-p-\sqrt{\Delta}}{2}\leqslant x\leqslant\frac{-p+\sqrt{\Delta}}{2}\right.\right\}$,不合题意.

若$\Delta<0$,则x^2+px+q恒大于0,

原不等式的解集为空集,不合题意.

所以,不等式$x^2+px+q\leqslant 0$的解集中只含有一个元素时,$\Delta=p^2-4q=0$,即$p^2=4q$.

充分性:∵ $p^2=4q$,