

# 高等工程數學

(1988年第六版) 上 冊

E. 克雷塞格 著

曉園出版社  
世界圖書出版公司

# 高等工程數學

(1988年第六版) 上 冊

原著者 Erwin Kreyszig

譯著者 彭 源 昌

修訂者 龔宓琴 方世榮

曉 園 出 版 社

世 界 圖 書 公 司

北京·廣州·上海·西安

1992

## 内 容 简 介

本书主要介绍了一些近、现代的重要数学领域,并以有关的实用问题为讨论的重点。对于攻读工程、物理、数学及计算机科学等专业的学生和有关的工程技术人员,本书都是一本优秀的教材和参考书。

### 高等工程数学(上册)第6版

E 克雷塞格 著

彭源昌 译

晓园出版社出版

世界图书出版公司北京重印

北京朝阳门内大街137号

通州印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1992年10月第一版 开本:787×1245 1/20

1992年10月第一次印刷 印张:40.5

印数:0001-1450

ISBN:7-5062-1316-8/O·46

定价:30.00元(WB9201/14)

## 譯 序

近代科技發展神速，日新月異，然尖端科技之創新，必均有其數學理論之基礎。工程數學乃以數學之理論為經，以各種工程專業之範疇為緯，在嚴謹之要求下，輯成教材。授之學生，以奠定其理論基礎。

譯者從事工數教學十餘載，涉獵不同教材甚多。深感Kreyszig氏所著“Advanced Engineering Mathematics”一書由初版以至四版，每版除詳加修訂外，並將最新之有關文獻選入教材，洵屬經典之作。為佳惠學子，曉園出版社黃旭政先生情商迺譯本書，余乃慨然允諾。譯本分上下兩冊，凡百餘萬言。歷時兩載，得竟其功。

本書譯述，不求詞藻之華麗，但求能確實表達原意與平實之易懂。研讀工數者若能人手一冊，必可收事半功倍之效。

本書雖經數度校閱，但疏漏之處，仍所難免。尚祈讀者及各方賢達不吝批評指正，俾再版時更臻完善。是幸甚焉！

譯者 謹識

# 原 序

## 本書的目的

本書編寫係以攻讀工程、物理、數學及計算機科學等科系的學生為對象，主要在介紹一些依近代的重要數學範疇，並以有關的實用問題為討論的重點。

在實際應用上的數學之內容與特性，其演變與發展是很快的。例如，線性代數（特別是矩陣）及計算機所發展出來的數值方法，其重要性日益增加。至於統計學與圖形理論，其所扮演的角色亦益顯重要。此外，實變數分析（常微分方程式與偏微分方程式）及複變數解析，其重要性乃在於它們是數學演進的基礎，亦即其重要性亦不可抹利。本書的內容編排係據下列七個獨立的課題為順序，各章節的相關性則請參閱下面的示意圖：

- A 常微分方程式（第 1 - 5 章）
- B 線性代數，向量微積分（第 6 - 9 章）
- C 傅立葉級數與偏微分方程式（第 10, 11 章）
- D 複變分析（第 12 - 17 章）
- E 數值方法（第 18 - 20 章）
- F 最佳化，圖形理論（第 21, 22 章）
- G 機率與統計（第 23, 24 章）

內文之後，附有：

參考書籍（附錄 1）

習題解答（附錄 2）

<b>A 篇</b>	
第 1—5 章	
常微分 方程式	
第 1—3 章 基本的內容	
↓ 第 4 章 級數解 正交性	↓ 第 5 章 拉卜拉士 變換

<b>B 篇</b>	
第 6—9 章	
線性代數 向量微積分	
↓ 第 6 章 向 量	第 7 章 矩 陣
↓ 第 8 章 向量微分 與 積 分	
↓ 第 9 章 積分定理	

<b>C 篇</b>	
第 10, 11 章	
傅立葉分析 偏微分方程式	
↓ 第 10 章 傅立葉分析	
↓ 第 11 章 偏微分方程式	

<b>D 篇</b>	
第 12—17 章	
複變分析	
第 12—15 章 基本的內容	
↓ 第 16 章 保角映射	
↓ 第 17 章 位 論	

<b>E 篇</b>		
第 18—20 章		
數值方法		
↓ 第 18 章 一般 數值 方法	↓ 第 19 章 線性 代數 方法	↓ 第 20 章 微分 方程 方法

<b>F 篇</b>	
第 21, 22 章	
最佳化 圖形理論	
↓ 第 21 章 線性規劃	↓ 第 22 章 圖形理論 組合最佳化

<b>G 篇</b>	
第 23, 24 章	
機率統計	
↓ 第 23 章 機率理論	
↓ 第 24 章 數學統計	

本書之主題與各相關的章節

補充教材（附錄 3 與封面內頁）

函數表（附錄 4）

本書的內容可說是相當完備，不論是目前的發展亦或近代觀念之未來的趨勢，在本書中皆有完整的交待，因此適合上述各學科學生的研讀。此外，本書著重在觀念的介紹，期能奠定學生未來深入研究的基礎。近代由於計算機科學的進步，許多與計算機相關的觀念逐漸受到重視。於是由此所發展出來的方法與觀念，逐漸取代原來的內容。針對此一趨勢，本書對於新觀念的介紹不遺餘力。這些新觀念，諸如穩定性，演算法的誤差估計與結構問題等，在本書中有特別討論。總括言之，本書係配合潮流趨勢的發展與需要而編寫的：在發展方面，包括一些更具威力的新數學技巧與計算方法，以及龐大的計算機容量；而在需要方面，包括由於更多複雜的系統與生產流程、更尖端的科技（如太空發展）、特殊材料的性質（原子塑膠、合金、超導體等）、以及屬於計算機科技的產品（如機器人）等各種領域的發展，促使對求解日益複雜且龐大的實用問題，產生迫切的需要。

數學對工程科學愈來愈重要，而且很顯然這種趨勢在未來仍將繼續下去。因此，研讀工程科系的學生，必須對一些基本的原理、方法與結果有深厚的基礎，此外，對於整個工程數學的範圍要有清晰的認知，此即數學在求解工程問題的應用上，主要包括下列三個階段：

- 模式化：將所予的物理或其他領域的資訊與資料，轉換為數學形式及數學模式（微分方程式、聯立方程組或其他的數學表示式）。
- 解題：選取並應用適切的數學方法，求得所予問題的解，而最好能將大多數的數字計算工作交由計算機處理。
- 解釋：瞭解原來的物理問題之數學解的意義與內涵。

要求學生對一些繁雜瑣碎且不常用到的理論或方法去鑽研，這是很沒有意義的。相反的，重要的是學生應該熟習於數學思考的方式，認清應用數學方法求解工程問題的必要，瞭解數學基本上是建立於少

數基本概念上而含有效力的統一原則之一門有系統性的科學，並進而體會到理論、計算與實驗之間的相互關係。

基於前述的工程與數學發展趨勢仍持續進行著，因此敦促本書的改版與修訂之迫切需要，本版與前面幾版有許多實質上的差異。

### 本版書之改進與一些新的特色

本書乃經過重新改寫，內容更為精簡並配合發展的趨勢，改寫時對於前版書的許多章節以更仔細且審慎的態度進行，並特強調應用、演算法與範例的說明。

首先，我們對整本書中一些主要的修訂及新增內容作一說明，然後再就各章作更細部的說明。

- 習題已有些修改，並擴充至包含 6000 題以上的精選題目，其內容包括更多的應用題目及平常練習的題目。
- 增加了每章的複習題，好讓學生在實際解題時，可就該章所介紹的各種方法彈性地選擇其中一種方法作答。
- 說明的範例增至 600 題以上，有助於解題技巧的訓練並增進對本文的瞭解。
- 重要的公式皆以方形匡起來。
- 增加了各章摘要，幫助學生迅速地複習該章的重點。

至於各章節內容與編排的修改，說明如下：

### 各章節之修訂與新的特色

- 常微分方程式（第 1 - 4 章）：更有系統的積分因子之處理方法（第 1.6 節），加入更簡單且更符合邏輯的線性微分方程式（第 2 章）之類型。此外，對於福羅貝紐士法（第 4.4 節）大幅度地簡化。
- 拉卜拉士變換（第 5 章）新增部分：位移的資料問題，脈衝動力，狄雷克得爾他，一般公式的表列（變換公式的表列）。



- 矩陣（第 7 章）：更多的應用（馬可夫過程、雷斯等矩陣等），更多有關固有值與對角化的論述。此外，並增加了近代的數值方法（參見下述）。
- 向量微分與積分（第 8，9 章）：刪除一些較不重要的課題，有的將之列為選讀的章節。有關梯度、散度、旋度的符號，皆改以  $f$  表示；另增加其在曲度坐標的形式。此外，我們特別強調在第 9 章的積分定理中需用到的特殊類型的積分。
- 傅立葉變換、傅立葉正弦與餘弦變換（第 10.10–10.12，新增），以及其在偏微分方程式上的應用（第 11.14 節）。
- 複變分析（第 12–17 章）：重新編排，使其更具可讀性。包括：
  - 1 第 12 章新增了初等函數的映射（第 12.9 節）。
  - 2 將保角映射部分移至第 16 章，使之與第 17 章位理論之應用部分保持連貫，後者亦推廣至穩定熱流的問題等。
  - 3 原本佔很大篇幅的級數部分，現在已濃縮成兩節，並列在冪級數、泰勒級數與勞勒級數之討論的前面。
  - 4 更多有關以複數積分法來做實變數積分的計算。
- 數值方法（第 18–20 章）：補充了最新的資料，例如，新增加更詳細的演算法以及更多的說明範例之討論，這些與計算機相關的課題，包括：運算次數的計數、概轉、數值穩定性、捨入誤差等；此外，對下列的一些課題亦加以推廣：牛頓內插法、 $LU$ -因式分解。最後，我們亦加入一些新的教材；諸如矩陣模、條件數、矩陣降階法與之角化、 $QR$ 、光譜位移，等等。
- 圖形理論：這是新增的獨立章節（第 22 章），主要在討論圖形、有向圖以及它們在組合最佳化（推銷員旅行問題與其他的最短路徑問題、最短展延樹、網路分析、匹配，等等）上的應用。
- 機率與統計（第 23，24 章）：重新編排，例如將抽樣一節移至第 24 章。
- 參考資料（附錄 1）：已更新並加以擴充，特別是在數值方法

與最佳化的內容方面。

- 新增補充教材：偏導數的複習（附錄3.2），實數級數（附錄3.3），微分與積分公式及轉換表的編列、希臘字母（皆附在本書封面的內頁）。

### 課程講授的建議：四學期的課程

教材可以按下列順序編排，如此則可以適用於每週3—5小時，四學期課程之講授：

第一學期：常微分方程式（第1—5章）

第二學期：線性代數與向量分析（第6—9章）

第三學期：複變分析（第12—17章）

第四學期：數值方法（第18—20章）

對於其餘的章節，參見下述。當然上述的編排亦可按照實際的需要作變動，例如，數值方法可先於複變分析講授。

### 課程講授的建議：單獨一學期之課程

本書亦適用於每週3小時的各種單獨一學期之課程；例如：

常微分方程式之簡介（第1, 2章）

拉卜拉士變換（第5章）

向量代數與微積分（第6, 8章）

矩陣與線性聯立方程組（第7章）

傅立葉級數與偏微分方程式（第10, 11章；第20.4—20.7節）

複變分析之簡介（第12—15章）

數值分析（第18, 20章）

數值線性代數（複習第7章；第19章）

最佳化（第21, 22章）

圖形理論與組合最佳化（第22章）

機率與統計（第23, 24章）

## 本版的一般特色

在教材的選擇、安排與說明，皆已根據過去與目前在教學、研究與擔任顧問期間所獲得的實際經驗，謹慎地進行。本書的一些主要特色包括：

本書的內容堪稱**十分完備**，當然一些理論的證明明顯地超出本書範圍，我們並未納入內文中，但是我們提示了一些參考資料可供有興趣的學生便於探尋。基本上，一些艱澀隱晦以及過度簡化的事情，對學生並沒有實質上的幫助。

在陳述主題時，儘可能地作**詳細的介紹**，避免一些初學者忙於在其他書籍中找參考資料。

本書的例子亦力求**簡單**，因為我們所秉持的信念是，簡單的例子既可達到教學與研讀效果，又爲什麼要去搞一些複雜的例子呢？

本書所用的符號皆是**最新且標準的**，這可便於學生在閱讀其他研究論文及近代相關的數學書籍，更有助於學生瞭解數學的發展趨勢。

本書各章皆有相當程度的**獨立性**，方便課程講授的彈性取捨（見上述）。

證明末尾以符號  $\square$  表明。這一符號，也用在某些定義的末尾，以及繼續還有進一步題目時之例題末尾。

ERWIN KREYSZIG

# 目 錄

## 第一篇 常微分方程式 1

### 第一章 一階微分方程式 3

- 1.1 基本概念與觀念 4
- 1.2 可分離方程式 15
- 1.3 模式化：可分離方程式 20
- 1.4 可化為可分離型之方程式 31
- 1.5 恰當微分方程式 35
- 1.6 積分因子 40
- 1.7 線性微分方程式 44
- 1.8 模式化：電路 52
- 1.9 曲線族，正交軌線 60
- 1.10 近似解：方向場，迭代法 67
- 1.11 解之存在性與唯一性 73

#### 第一章 複習題 80

#### 第一章 一階微分方程：摘要 83

### 第二章 線性微分方程式 87

- 2.1 二階齊次線性方程式 89
- 2.2 常數係數齊次方程式 94
- 2.3 通解，基底，初值問題 97
- 2.4 特性方程式之實根，複根以及重根 105
- 2.5 微分算子 114
- 2.6 模式化：自由振動 117
- 2.7 尤拉-柯西方程式 130

2.8	解之存在性與唯一性	135
2.9	任意 $n$ 階齊次線性方程式	141
2.10	任一 $n$ 階之常數係數方程式	146
2.11	非齊次方程式	152
2.12	非齊次方程式：以未定係數法求解	156
2.13	模式化：強迫振動（或振盪），諧振（共振）	161
2.14	電路的模式化	169
2.15	求特解之複數法	175
2.16	非齊次方程式：以參數變化法求解	179
第二章	中定理之更深入的證明	182
第二章	複習題	185
第二章	線性微分方程式：摘要	187
<b>第三章</b>	<b>微分方程組，相平面，穩定性</b>	<b>191</b>
3.1	微分方程組	192
3.2	相平面	202
3.3	臨界點，穩定性	208
第三章	複習題	219
第三章	微分方程組，相平面，穩定性：摘要	221
<b>第四章</b>	<b>微分方程式之冪級數解，正交函數</b>	<b>223</b>
4.1	冪級數解法	225
4.2	冪級數法之理論基礎	229
4.3	勒讓得方程式，勒讓得多項式 $P_n(X)$	237
4.4	推廣的冪級數法，指標方程式	243
4.5	貝色方程式，第一類貝色函數	255
4.6	第二類貝色函數	264
4.7	正交函數集合	270
4.8	司徒木-呂維耳問題	279
4.9	勒讓得多項式與貝色函數之正交性	285
第四章	進一步的證明	292

第四章 複習題 296

第四章 微分方程式的級數解·正交函數：摘要 297

## 第五章 拉卜拉士變換法 301

5.1 拉卜拉士變換，反變換，線性 303

5.2 導數與積分之拉卜拉士變換 310

5.3  $s$ -軸上之移換， $t$ -軸上之移換，單位階梯函數 319

5.4 進一步的應用，笛拉克得爾他函數 327

5.5 變換之微分與積分 334

5.6 褶積（褶合式），積分方程式 338

5.7 部分分式 346

5.8 週期函數，更進一步的應用 358

5.9 拉卜拉士變換之基本的一般公式 369

5.10 拉卜拉士變換之表列 371

第五章 複習題 373

第五章 拉卜拉士變換：摘要 376

## 第二篇 線性代數，向量微積分 379

### 第六章 向量 381

6.1 純量與向量 382

6.2 向量之分量 384

6.3 向量加法，向量與純量的乘法 388

6.4 向量空間 392

6.5 內積（點積） 401

6.6 內積空間 409

6.7 向量積（叉積） 412

6.8 用分量表示的向量積 416

6.9 純量三重積，其他連乘積 421

第六章 進一步證明 426

第六章 複習題 428

第六章 向量：摘要 430

第七章 矩陣與行列式 433

- 7.1 基本概念 435
- 7.2 矩陣的加法，純量（數）與矩陣的乘法 438
- 7.3 矩陣乘法 444
- 7.4 一矩陣的轉置矩陣 457
- 7.5 線性方程組，高斯消去法 462
- 7.6 矩陣之秩 474
- 7.7 線性方程組：解的一般性質 479
- 7.8 反矩陣 483
- 7.9 二階及三階之行列式 490
- 7.10 任意階的行列式 498
- 7.11 用行列式所表示之秩，克萊默法則 507
- 7.12 固有值，固有向量 514
- 7.13 厄米特矩陣，反厄米特矩陣與單元矩陣 526
- 7.14 厄米特，反厄米特與單元矩陣之固有值 532
- 7.15 固有向量的性質，對角化 538
- 7.16 線性微分方程組 547
- 第七章 進一步的證明 557
- 第七章 複習題 559
- 第七章 矩陣與行列式：摘要 564

第八章 向量微分學 567

- 8.1 純量場與向量場 568
- 8.2 向量微積分 571
- 8.3 曲線 575
- 8.4 切線，弧長 580
- 8.5 速度與加速度 586
- 8.6 曲線的曲率與扭率（選讀） 591
- 8.7 多變數函數的鏈鎖法則與均值定理 595
- 8.8 方向導數，純量場之梯度 601

MSB-14 14

8.9	向量場之散度	610
8.10	向量場之旋度	614
8.11	曲線坐標上的梯度，散度，旋度（選讀）	617
第八章	進一步的證明	625
第八章	複習題	629
第八章	向量微分學：摘要	631
<b>第九章</b>	<b>線與面積分，積分定理</b>	<b>635</b>
9.1	線積分	636
9.2	雙重積分	644
9.3	變換雙重積分為線積分（平面上的格林定理）	654
9.4	面積分的曲面	661
9.5	曲面積分	668
9.6	三重積分，高斯散度定理	681
9.7	散度定理之進一步應用	688
9.8	史托克定理	695
9.9	與路徑無關之線積分	702
第九章	複習題	714
第九章	線與曲面積分，積分定理：摘要	716
<b>附錄1</b>	<b>參考資料</b>	<b>1</b>
<b>附錄2</b>	<b>奇數題的解答</b>	<b>1</b>
<b>附錄3</b>	<b>補充教材</b>	<b>1</b>
<b>附錄4</b>	<b>表</b>	<b>1</b>
<b>索 引</b>		<b>1</b>



# 第一篇

## 常微分方程式

- 第一章 一階微分方程式
- 第二章 線性微分方程式
- 第三章 微分方程組、相平面、穩定性
- 第四章 微分方程式之冪級數解，正交函數
- 第五章 拉卜拉士變換法

微分方程式在工程數學中有其基本重要性，因為許多物理定律與關係，在數學上常以微分方程式的形式出現。本篇共計5章，將討論各種運用微分方程式解題的物理與幾何問題，並將說明求解這些方程式的最重要標準方法。

我們將特別著重於有關由所予物理情況如何導出微分方程式的說明。從物理問題到對應“數學模式”的轉換，稱為模化式(modeling)。這對於工程師與物理學家具有實用上之重要性，其過程將用典型的例子加以說明。

微分方程式在現代電腦上作計算尤其方便；在第20章中，我們將介紹求取一階常微分方程式近似解的數值法(numerical methods)，此與E篇中其他章節所介紹的數值方法是各自獨立的。