配上海二期课改新教材

XINJIAOCAI SHUXUE TONGBU FENCENG DAOXUE

主编 叶声扬

新教材数学同步分层导学

高中三年级用

上海科学技术出版社

新教材

数学

同步分层导学

高中三年级用

主编 叶声扬

上海科学技术出版社

内 容 提 要

新教材数学同步分层导学是与二期课改教材内容紧密配合的学生同步辅导读物，旨在同步地对课堂内容进行补充，并为学生提供训练机会.本书是其中的一本.

本书按章编写，并将每一章的内容分成若干单元，在每一单元提出综合导学，然后进行例题剖析并配有分层达标.除个别章节外，分层达标分为基础型和提高型两类.本书因为是高中三年级用书，所以还设有对高中内容的专题复习以及高考模拟试卷.本书附有全部题目的参考答案.

图书在版编目(C I P)数据

新教材数学同步分层导学.高中三年级用/叶声扬主编.-上海:上海科学技术出版社,2006.8

ISBN 7-5323-8385-7

Ⅰ.新… Ⅱ.叶… Ⅲ.数学课-高中-教学参考资料 Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第014684号

责任编辑 周玉刚 朱先锋

新教材数学同步分层导学

高中三年级用

主编 叶声扬

上海世纪出版股份有限公司
上 海 科 学 技 术 出 版 社 出版、发行

(上海钦州南路71号 邮政编码:200235)

新华书店上海发行所经销 太仓市印刷厂有限公司印刷

开本 787×1092 1/16 印张 15 字数 353 000

2006年8月第1版 2006年8月第1次印刷

印数:1—6 000

ISBN 7-5323-8385-7/G·1823

定价:17.50元

出版说明

这套同步分层导学是以上海市二期课改新教材为依据的学生同步辅导读物，内容紧密配合教材. 本书按每学期一册编写，旨在同步地对课堂内容进行辅导，为学生提供训练机会，并成为课堂教学的有益的参考辅导读物.

本书将每章内容按单元进行划分，每一单元由[综合导学]、[分层达标]栏目组成，每章末还有[本章分层达标测试]栏目. 整本书中附有[高考模拟试卷]三份及[参考答案]等.

[综合导学]是对这一单元的知识要点、例题剖析、思维误区、方法指导等进行剖析.

[分层达标]是对本单元的有关知识以试卷形式让学生进行训练，分为基础型、提高型两组题目.

[本章分层达标测试]是对这一章的有关知识，以试卷形式让学生进行训练，分为基础型和提高型两组题目.

[高考模拟试卷]安排三份高考模拟试卷.

[参考答案]给出了[分层达标]、[本章分层达标测试]、[高考模拟试卷]的答案，对有难度的题目，进行详细解答.

本书主编为叶声扬，参加本书编写的有：丁伟强、朱文达、李景祥、吴运、胡军、郑芝英、王继宏等. 本书由叶声扬统稿.

目录

目录

目录

第一章 集合与函数

第一单元　集合、命题及函数性质

综合导学

知识要点

1. 集合的表示方法

列举法、描述法、图示法；特殊集合的字母表示：空集$\varnothing$、实数集 **R**、有理数集 **Q**、整数集 **Z**、自然数集 **N**、正整数集 $\mathbf{N}^*$、正实数集 $\mathbf{R}^+$ 等. 对于描述法给出的集合$\{x \mid x \in P(x)\}$，要紧紧扣住竖线左边的代表元素 x 以及它所具有的性质 $P(x)$.

2. 元素与集合的关系

包括属于($\in$)和不属于($\notin$)，反映了个体和整体之间的从属关系. 集合的元素有如下性质：互异性、无序性、确定性.

3. 集合与集合的关系

包括包含关系($\subseteq$)，真包含关系($\subsetneqq$)，相等关系($=$).

4. 集合的运算

包括集合 A 与集合 B 的交集($A \cap B$)、集合 A 与集合 B 的并集($A \cup B$)、全集(U)、集合 A 的补集($\complement_U A$). 要注意集合 A 的补集只有在明确全集 U 的前提下才有意义.

5. 四种命题形式

原命题、逆命题、否命题、逆否命题. 四种命题之间的关系如图 1-1 所示.

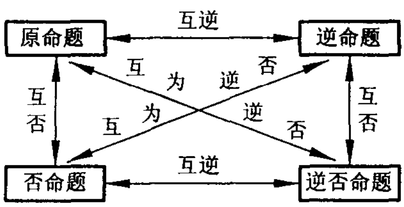


图　1-1

原命题和逆否命题是等价命题；逆命题和否命题是等价命题. 即互为逆否命题的两个命题同真同假. 当证明(判断)某个命题有困难时，可以转化证明(判断)其等价命题.

6. 充分条件、必要条件

如果 $\alpha \Rightarrow \beta$，那么 α 叫做 β 的充分条件，同时 β 叫做 α 的必要条件. 也就是说，为使 β 成立，

具备条件 α 就足够了. 由于“$\alpha \Rightarrow \beta$”的逆否命题是“$\bar{\beta} \Rightarrow \bar{\alpha}$”，即事件 β 不成立，推出事件 α 也不成立. 因此要 α 成立，必须要有 β 成立，也就是说，β 成立是 α 成立所必须具备的条件.

如果既有 $\alpha \Rightarrow \beta$，又有 $\beta \Rightarrow \alpha$，即 $\alpha \Leftrightarrow \beta$，那么 α 是 β 的充分且必要条件，简称充要条件. “α 是 β 的充要条件”的等价说法：“当且仅当 α 成立时，β 成立.”此时，也说 β 是 α 的充要条件. 数学概念的定义都可以看成是充要条件，既是概念的判断依据，又是概念所具有的性质.

7. 函数概念

构成一个函数有三部分，即对应法则、定义域和值域，称为函数的三要素. 如果两个函数的三要素都一样，那么它们就是同一个函数. 实际上，对于两个函数，如果它们的定义域相同，对应法则也完全一致，从而它们的值域也相同，那么这两个函数就是同一个函数.

函数的定义域是构成函数的重要要素之一，一切函数问题的研究都离不开函数的定义域. 当一个函数可以用解析式表示时，函数的定义域就是使其解析式有意义的自变量的集合，称为自然定义域；在实际问题中，要结合具体问题的实际意义来确定函数的定义域，称为实际问题定义域；根据所研究问题的需要，有时函数的定义域可以是人为规定的，称为人为定义域.

函数的对应法则是函数的核心. 在函数记号 $y=f(x)$ 中，f 即代表对应法则，等式 $y=f(x)$ 表明对于定义域中的任意实数 x，在对应法则 f 的作用下，即可得到 y. 因此，f 是使 y 与 x 的“对应”得以实现的方法和途径. 在大部分情形下，对应法则 f 可以用一个解析式来表示；但在有些问题中，对应法则 f 也可能不便或不能用一个解析式来表示，这时可以采用其他方式表示，如列表法、图象法，或分段函数.

函数 $y=f(x)$，$x \in D$ 的图象是“有序实数对”集 $G=\{(x,y) \mid y=f(x), x \in D\}$ 在直角坐标平面内对应的点集构成的图形，函数图象一般可以用描点作图法画出来. 函数的图象能够直观地反映出函数的一些性质，务必熟练掌握一些常见函数的图象特征，注意函数图象的三种基本变换：平移变换、对称变换和伸缩变换.

8. 函数性质

函数性质包括奇偶性、单调性、周期性、最大值与最小值等，它们都与函数的定义域有关.

函数的定义域关于原点对称是这个函数具有奇偶性的必要条件. 函数奇偶性的实质是式子 $f(-x)=\pm f(x)$ 的判定. 偶函数的图象关于 y 轴成轴对称图形，奇函数的图象关于原点成中心对称图形；反之亦然.

讨论函数单调性的基本方法是作差比较法. 也可以通过函数的图象来判断.

例题剖析

例 1　若集合 $A=\{x \mid x^2-5x+6=0\}$，$B=\{x \mid mx+1=0\}$，且 $A \cup B=A$，则实数 m 组成的集合是________.

分析　本题涉及并集、集合与集合之间的关系等集合知识. 由集合知识我们知道，$A \cup B=A \Leftrightarrow B \subseteq A$，这是解决本题的关键. 由于 $B=\varnothing$ 时，显然有 $B \subseteq A$，所以，要对 $B=\varnothing$ 和 $B \neq \varnothing$ 进行分类讨论.

解　$\because$　$A \cup B=A$，　$\therefore$　$B \subseteq A$.

若 $B \neq \varnothing$，则　$m \neq 0$.

$$\therefore \quad x=-\frac{1}{m}.$$

$\therefore\quad -\dfrac{1}{m}\in A.$

$\therefore\quad \left(-\dfrac{1}{m}\right)^2-5\left(-\dfrac{1}{m}\right)+6=0.$

解方程，得　$m=-\dfrac{1}{2}$或$m=-\dfrac{1}{3}$.

若$B=\varnothing$，则$m=0$. 这时$\varnothing\subseteq A$.

所以m的值组成的集合是$\left\{0,-\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{3}\right\}$.

说明　根据题意，我们还可以进一步推知$A\neq B$，故$B\subset A$. 因此本题还可以有如下解法：因为A的真子集为$\varnothing$，$\{2\}$，$\{3\}$，所以B可以是这三个真子集中的一个. 于是可求得$m=0,-\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{3}$. 故$m$的取值组成的集合是$\left\{0,-\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{3}\right\}$.

例 2　已知函数$f(x)=(a^2-1)x^2+(a-1)x+2$，分别写出"$f(x)>0(x\in\mathbf{R})$"的一个充分非必要条件及充要条件.

分析　当$a^2-1\neq0$即$a\neq\pm1$时，$f(x)$为二次函数；当$a=-1$时，$f(x)=-2x+2$是一次函数；当$a=1$时，$f(x)=2$是常数函数. 因此使$f(x)>0(x\in\mathbf{R})$的条件因a的取值不同而不同.

解　"$\begin{cases}a^2-1>0,\\ \Delta=(a-1)^2-4\times2(a^2-1)<0\end{cases}$"即"$a<-\dfrac{9}{7}$或$a>1$"是"$f(x)>0(x\in\mathbf{R})$"的一个充分非必要条件. 这是因为"$\begin{cases}a^2-1>0,\\ \Delta<0\end{cases}$"表示$f(x)$的图象是开口向上且在$x$轴上方的抛物线，故$f(x)>0(x\in\mathbf{R})$. 但当$a=1$时，也有$f(x)=2>0(x\in\mathbf{R})$.

由上述讨论，得"$\begin{cases}a^2-1>0,\\ \Delta=(a-1)^2-4\times2(a^2-1)<0\end{cases}$或$a=1$"即"$a<-\dfrac{9}{7}$或$a\geqslant1$"是"$f(x)>0(x\in\mathbf{R})$"的充要条件.

说明　"$f(x)>0(x\in\mathbf{R})$"的充分非必要条件不是唯一的. 如"$a=1$"也是"$f(x)>0(x\in\mathbf{R})$"的一个充分非必要条件. 同样，在某些问题中，必要非充分条件也不一定唯一.

例 3　已知函数$f(x)=x^2+bx+c$为偶函数，如果点(x,y)在函数$f(x)$的图象上，则点(x,y^2+1)在函数$g(x)=f[f(x)]$的图象上，设$F(x)=g(x)-\lambda f(x)$，问：是否存在实数λ，使$F(x)$在$\left(-\infty,-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$上为减函数，且在$\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2},0\right]$上为增函数？说明理由.

分析　由条件求出$F(x)$的表达式，再由增、减函数的定义，通过对每个因式符号的讨论来确定λ的值.

解　$\because$　$f(x)$是偶函数，$\therefore$　$b=0$.

$\because$　点(x,y)在$f(x)$的图象上，

$\therefore$　$y=x^2+c$.　①

又　$\because$　$g(x)=f[f(x)]=(x^2+c)^2+c$，且点(x,y^2+1)在$g(x)$的图象上，

$\therefore$　$y^2+1=(x^2+c)^2+c$.　②

由①、②，得

$$y^2+1=y^2+c.$$

$\therefore \quad c=1.$

$\therefore \quad f(x)=x^2+1.$

于是 $\quad F(x)=(x^2+1)^2+1-\lambda(x^2+1)$
$\quad\quad =x^4+(2-\lambda)x^2+2-\lambda.$

要使 $F(x)$ 在 $\left(-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ 上为减函数，则当 $x_1<x_2\leqslant-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，不等式 $F(x_2)-F(x_1)=x_2^4-x_1^4+(2-\lambda)(x_2^2-x_1^2)=(x_2^2-x_1^2)(x_2^2+x_1^2+2-\lambda)<0$ 成立即可.

$$\because \quad x_1<x_2\leqslant-\frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \quad |x_1|>|x_2|\geqslant\frac{\sqrt{2}}{2},\ x_1^2>x_2^2\geqslant\frac{1}{2}.$$

$$\therefore \quad x_2^2-x_1^2<0.$$

由于 $x_2^2+x_1^2>\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$，

$\therefore$ 只要 $1\geqslant\lambda-2$.

$\therefore \quad \lambda\leqslant3.$

故 $\lambda\leqslant3$ 时，$F(x)$ 在 $\left(-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ 上为减函数.

同理，得当 $\lambda\geqslant3$ 时，$F(x)$ 在 $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right]$ 上为增函数. 因此，同时使 $F(x)$ 在 $\left(-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ 为减函数，在 $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right]$ 上为增函数的 $\lambda=3$.

例 4 设 a 为实数，函数 $f(x)=x^2+|x-a|+1$，$x\in\mathbf{R}$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的奇偶性；

(2) 求 $f(x)$ 的最小值.

分析 函数 $f(x)$ 的解析式中含有参数 a 及绝对值，a 的取值不同将影响函数 $f(x)$ 的奇偶性及最小值，因此，要对 a 的取值进行分类讨论，要去掉绝对值，必须对 x 的取值进行分类讨论.

解 (1) 当 $a=0$ 时，函数 $f(-x)=(-x)^2+|-x|+1=x^2+|x|+1=f(x)$.

此时，$f(x)$ 为偶函数.

当 $a\neq0$ 时，$f(a)=a^2+1$，$f(-a)=a^2+2|a|+1$.

$f(-a)\neq f(a)$，$f(-a)\neq-f(a)$.

此时，函数 $f(x)$ 既不是奇函数，也不是偶函数.

(2) ① 当 $x\leqslant a$ 时，函数

$$f(x)=x^2-x+a+1=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+a+\frac{3}{4}.$$

若 $a\leqslant\frac{1}{2}$，则函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,a]$ 上单调递减，从而函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,a]$ 上的最小值为

$$f(a)=a^2+1;$$

若 $a>\frac{1}{2}$，则函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,a]$ 上的最小值为

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}+a, 且 f\left(\frac{1}{2}\right)\leqslant f(a).$$

② 当 $x\geqslant a$ 时，函数

$$f(x)=x^2+x-a+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-a+\frac{3}{4};$$

若 $a\leqslant-\frac{1}{2}$，则函数 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 上的最小值为

$$f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}-a, 且 f\left(-\frac{1}{2}\right)\leqslant f(a).$$

若 $a>-\frac{1}{2}$，则函数 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 上单调递增，从而，函数 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 上的最小值为

$$f(a)=a^2+1.$$

综上，当 $a\leqslant-\frac{1}{2}$ 时，函数 $f(x)$ 的最小值是 $\frac{3}{4}-a$；当 $-\frac{1}{2}<a\leqslant\frac{1}{2}$ 时，函数 $f(x)$ 的最小值是 a^2+1；当 $a>\frac{1}{2}$ 时，函数 $f(x)$ 的最小值是 $a+\frac{3}{4}$.

说明 本例主要是讨论含字母参数的二次函数的最值，由于字母参数不同的取值范围影响函数的最值，因此要对字母参数的取值进行分类讨论，分类的标准按抛物线的对称轴通过定义区间及不通过定义区间而定. 再借助于函数图象的直观性，求得函数的最值. 这里既体现了分类讨论的思想，又体现了数形结合的思想（有时也可利用区间的端点和顶点处的函数值来研究）.

解分类讨论题，最后的小结是必要的，这主要是为了归纳解题过程中分散得到的结论，同时也有利于检查解题过程中对字母参数进行的分类是否重复或遗漏.

思维误区

例 5 设集合 $A=\{x\mid x^2+(p+2)x+1=0, x\in\mathbf{R}\}$，且 $A\cap\mathbf{R}^+=\varnothing$，求实数 p 的取值范围.

错解 由 $A\cap\mathbf{R}^+=\varnothing$ 知 $x\leqslant0$，则

$$\begin{cases}\Delta=(p+2)^2-4\geqslant0,\\ x_1+x_2=-(p+2)\leqslant0,\\ x_1x_2=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}p\geqslant0 \text{ 或 } p\leqslant-4,\\ p\geqslant-2\end{cases}$$

$$\Rightarrow p\geqslant0. \qquad ①$$

分析 当 $A\neq\varnothing$，$A\cap\mathbf{R}^+=\varnothing$ 时，若 $x\in A$，则 $x\leqslant0$；当 $A=\varnothing$ 时，$\varnothing\cap\mathbf{R}^+=\varnothing$，所以错解正是丢掉了 $A=\varnothing$ 时的情况.

正解 (1) 当 $A\neq\varnothing$ 时，由①，得　$p\geqslant0$；

(2) 当 $A=\varnothing$ 时，即方程 $x^2+(p+2)x+1=0$ 无实数根，所以

$$\Delta=(p+2)^2-4<0.$$

解不等式，得　$-4<p<0$. ②

综合①、②，得 p 的取值范围是 $p>-4$.

例 6 求函数 $y=x-\sqrt{1-2x}$ 的值域.

错解 移项、两边平方，化为关于 x 的一元二次方程

$$x^2+2(1-y)x+y^2-1=0. \quad ①$$

当方程①有实数解时，

$$\Delta=[2(1-y)]^2-4(y^2-1)\geqslant 0\Rightarrow y\leqslant 1.$$

故 $y\in(-\infty,1]$.

分析 首先考查 $y=1$ 时，对应的自变量 x 的值是否存在. 这时由①得 $x=0$，这就是说函数 $y=x-\sqrt{1-2x}$中，自变量 $x=0$ 时，对应的函数值 $y=1$. 然而事实上，当 $x=0$ 时，$y=-1$，而非 $y=1$.

错误产生的原因是

(1) 变换过程中施行的“两边平方”(去掉根号)不是同解变换，扩大了自变量 x 的取值范围，从而扩大了函数 y 的取值范围；

(2) 函数 $y=x-\sqrt{1-2x}$的定义域是$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$，而用 $\Delta\geqslant 0$ 仅能判别方程①在$(-\infty,+\infty)$内有解，并不能确定在区间$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$内一定有解，即方程①的解 x 有可能不在函数的定义域$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$内，此时，函数的值域被扩大了. 因此，用“判别式法”求函数的值域并非都是有效的. 读者不妨试一试，对于函数 $y=x+\sqrt{1-2x}$，用“判别式法”可求得函数的值域是 $y\in(-\infty,1]$，这个结果又是正确的(可用下面的正解一之方法验证).

正解一 设 $t=\sqrt{1-2x}$，则 $t\geqslant 0$ 且 $x=\frac{1-t^2}{2}$，于是

$$y=-\frac{t^2}{2}-t+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}(t+1)^2+1.$$

在$[0,+\infty)$上单调递减. 所以，当 $t=0$ 时，$y_{\max}=\frac{1}{2}$.

故 $y\in\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$.

正解二 在函数定义域$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$内，$y_1=x$ 是增函数，$y_2=\sqrt{1-2x}$是减函数.

所以 $y=y_1-y_2=x-\sqrt{1-2x}$是增函数，

当 $x=\frac{1}{2}$时，$y_{\max}=\frac{1}{2}$，即 $y\in\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$.

方法指导

本单元的重点是集合的概念及其运算；充分条件、必要条件；函数的奇偶性、单调性、最大值与最小值. 难点是命题的证明、充分条件与必要条件的判别、求函数的最大值与最小值.

函数图象形象直观地描述了两个变量之间的变化运动关系，是研究函数性质的重要工具，也是利用数形结合的思想解决数学问题的必要条件. 因此，要善于将函数的解析式以及函数的性质与函数的图象作综合研究，增强数形转化能力. 熟记一些常用函数的图象，掌握函数作图的基本方法，对加深理解函数概念及性质，增强知识的归纳与记忆，提高解题能力与应用能力都是十分重要的.

例 7 已知集合 $A=\{(x,y)\mid y^2=x+1,x、y\in\mathbf{R}\}$，$B=\{(x,y)\mid 4x^2-x-2y+5=0,x、y\in\mathbf{R}\}$，$C=\{(x,y)\mid y=kx+b,x、y\in\mathbf{R}\}$，是否存在正整数 k 和 b，使得$(A\cup B)\cap C=\varnothing$？若存在，求出 k 和 b 的值；若不存在，请说明理由.

分析 要使$(A\cup B)\cap C=\varnothing$，须有 $A\cap C=\varnothing$，且 $B\cap C=\varnothing$，由集合 A、B、C 的元素特征知，直线

$y=kx+b$与抛物线$y^2=x+1$、$4x^2-x-2y+5=0$均无公共点.因此,考虑采用数形结合的方法求解.

解 画出$y^2=x+1$,$4x^2-x-2y+5=0$和$y=kx+b$的图象,如图1-2所示.两抛物线与y轴正半轴的交点分别是$(0,1)$和$\left(0,\frac{5}{2}\right)$.

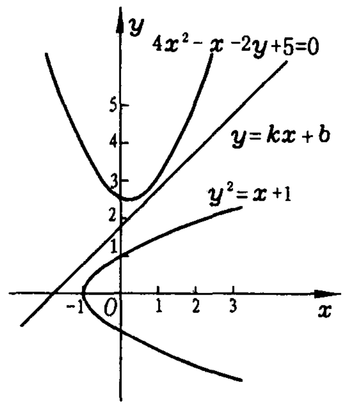


图 1-2

要使$(A\cup B)\cap C=\varnothing$,就是要使直线$y=kx+b$与两抛物线均无交点.

这时b必须满足$b\in\left(1,\frac{5}{2}\right)$. ∵ $b\in\mathbf{N}$, ∴ $b=2$.

而且方程组(1) $\begin{cases}y=kx+2, & ①\\ y^2=x+1. & ②\end{cases}$

(2) $\begin{cases}y=kx+2, & ③\\ 4x^2-x-2y+5=0. & ④\end{cases}$均无实数解.

把①代入②,得 $k^2x^2+(4k-1)x+3=0$.

令 $\Delta_1=(4k-1)^2-12k^2<0$.

解不等式,得 $1-\frac{\sqrt{3}}{2}<k<1+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

把③代入④,得 $4x^2-(2k+1)x+1=0$.

令 $\Delta_2=(2k+1)^2-16<0$.

解不等式,得 $-\frac{5}{2}<k<\frac{3}{2}$.

已知$k\in\mathbf{N}$, ∴ $k=1$.

因此存在正整数$k=1$,$b=2$满足$(A\cup B)\cap C=\varnothing$.

说明 利用数形结合,可收事半功倍之效.

“数形结合”思想促进了抽象思维与形象思维的密切结合,把代数式的精确刻画与几何图形的直观描述有机结合在一起,可发挥“形”的直观作用和“数”的思路规范优势.由数思形,以形定数,以数解形,数形渗透,互相作用,从而使几何问题代数化,代数问题几何化,复杂问题简单化,隐蔽问题明朗化,抽象问题直观化,提高了分析问题、解决问题的能力.

分层达标

基础型

一、填空题

1. 已知集合$A=\{y\mid y=-x^2+2,x\in\mathbf{R}\}$,$B=\{y\mid y=|x|-1,x\in\mathbf{R}\}$,则$A\cap B=$________.

2. 设全集$U=\{3,5,a^2\}$,集合$A=\{5,a+1\}$,$\complement_UA=\{4\}$,则$a=$________.

3. 函数$y=ax^2+bx+c$为偶函数的充要条件是________.

4. 函数$y=\frac{\sqrt{6+5x-x^2}}{\sqrt{x-1}-2}$的定义域是________.

5. 函数$y=-2x^2+4x-1$当$x\in[0,3]$时的最大值$M=$________,最小值$m=$________.

6. 写出一个定义域为$\mathbf{R}$的函数,使它在$\mathbf{R}$上是奇函数又是减函数,用解析式表示这个函数是________.

二、选择题*

7. 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 有一个正根和一个负根的充要条件是(　　).

(A) $\frac{b}{a}>0$　　(B) $\frac{b}{a}<0$　　(C) $\frac{c}{a}>0$　　(D) $\frac{c}{a}<0$

8. 已知集合 $A=\{(x,y)\mid x+y=4\}$，$B=\{(x,y)\mid x-y=2\}$，则集合 $A\cap B$ 是(　　).

(A) $x=3,y=1$　　(B) $(3,1)$　　(C) $\{(3,1)\}$　　(D) $\{3,1\}$

9. 若 $f(x)=\frac{x-1}{x}$，则方程 $f(4x)=x$ 的根是(　　).

(A) -2　　(B) 2　　(C) $-\frac{1}{2}$　　(D) $\frac{1}{2}$

10. 函数 $f(x)=\frac{1}{1-x(1-x)}$ 的最大值是(　　).

(A) $\frac{4}{5}$　　(B) $\frac{5}{4}$　　(C) $\frac{3}{4}$　　(D) $\frac{4}{3}$

三、解答题

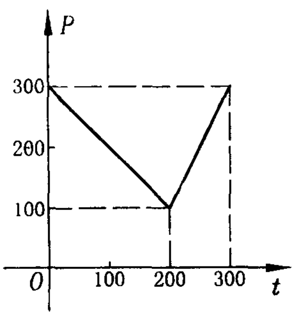
11. 设集合 $A=\{m\mid$ 二次方程 $mx^2-2x+1=0$ 无实根，$m\in\mathbf{R}\}$，$B=\{m\mid$ 二次方程 $x^2-2\sqrt{3}x+m=0$ 有实根，$m\in\mathbf{R}\}$.

求 $A\cap B$ 和 $A\cup B$.

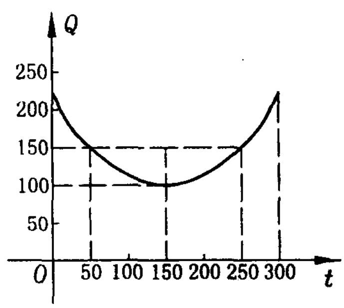
12. 函数 $f(x)=ax^2-(4a-1)x+4$ 在 $[1,+\infty)$ 上是增函数，求实数 a 的取值范围.

13. 设 $x\in[a,a+1]$，$a\in\mathbf{R}$，求函数 $y=x^2-2x+1$ 的最大值和最小值.

14. 某蔬菜基地种植西红柿，由历年市场行情得知，从 2 月 1 日起的 300 天内，西红柿市场售价与上市时间的关系用图(1)的一条折线表示；西红柿的种植成本与上市时间的关系用图(2)的抛物线段表示.



(1)



(2)

(第 4 题)

(1) 写出图(1)表示的市场售价与时间的函数关系式 $P=f(t)$；

写出图(2)表示的种植成本与时间的函数关系式 $Q=g(t)$.

(2) 认定市场售价减去种植成本为纯收益，问何时上市的西红柿纯收益最大?

(注：市场售价和种植成本的单位：元/10^2kg，时间单位：天)

---

* 本书中的选择题，每个小题都给出了代号为 A、B、C、D 的四个结论，其中只有一个结论是正确的. 把你认为正确结论的代号写在题后的括号内. 下同.

提高型

一、填空题

1. 设集合 $A=\{(x,y)\mid y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{(x,y)\mid y=-2x^2+2,x\in\mathbf{R}\}$，则 $A\cap B$ $=$________.

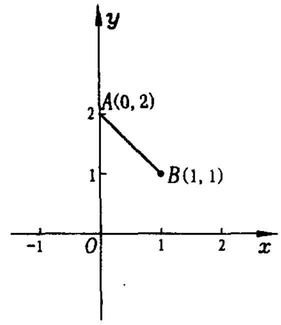
2. 集合 $A=\{-3,a+1,a^2\}$，$B=\{a-3,2a-1,a^2+1\}$，且 $A\cap B=\{-3\}$，则 $a=$________.

3. 设 A 是 B 的充分非必要条件，B 是 C 的充要条件，C 是 D 的充分非必要条件，则 D 是 A 的________条件.

4. 已知 $f(x)$的定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，$g(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，且 $f(x)-g(x)=x^3-x^2+1$，则 $g(x)=$________.

5. 如果函数 $f(x)$满足 $f(x)-2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=x+1$，则 $f(x)=$ ________.

6. 设函数 $y=f(x)$是最小正周期为 2 的偶函数，它在区间$[0,1]$上的图象为如图所示的线段 AB，则在区间$[1,2]$上，$f(x)=$ ________.



（第 6 题）

二、选择题

7. 已知全集 $U=\mathbf{N}$，集合 $A=\{x\mid x=2n,n\in\mathbf{N}\}$，$B=\{x\mid x=4n,n\in\mathbf{N}\}$，则（　　）.
(A) $U=A\cup B$　　(B) $U=\complement_U A\cup B$　　(C) $U=A\cup\complement_U B$　　(D) $U=\complement_U A\cup\complement_U B$

8. 函数 $f(x)$和 $g(x)$的定义域均为 $\mathbf{R}$，“$f(x)$、$g(x)$都是奇函数”是“$f(x)$与 $g(x)$的积是偶函数”的（　　）.
(A) 充分非必要条件　　(B) 必要非充分条件
(C) 充分必要条件　　(D) 既非充分也非必要条件

9. 如果函数 $f(x)=x^2+bx+c$ 对任意实数 t 都有 $f(2+t)=f(2-t)$，那么（　　）.
(A) $f(2)<f(1)<f(4)$　　(B) $f(1)<f(2)<f(4)$
(C) $f(2)<f(4)<f(1)$　　(D) $f(4)<f(2)<f(1)$

10. 已知函数 $f(x)$满足 $f(x^2+1)=x^4+x^2-6$，则 $f(x)$在其定义域内的最小值是（　　）.
(A) $f(0)$　　(B) $f(1)$　　(C) $f(1)-\dfrac{1}{4}$　　(D) $f(1)+\dfrac{1}{4}$

三、解答题

11. 设集合 $A=\{x\mid x^2+(2m-3)x-3m=0\}$，$B=\{x\mid x^2+(m-3)x+m^2-3m=0\}$，若 $A\neq B$，$A\cap B\neq\varnothing$，试用列举法表示集合 $A\cup B$.

12. 设定义在$[-2,2]$上的偶函数 $f(x)$在区间$[0,2]$上单调递减，若 $f(1-m)<f(m)$，求 m 的取值范围.

13. 已知：$\dfrac{1}{3}\leqslant a\leqslant 1$，若 $f(x)=ax^2-2x+1$ 在$[1,3]$上的最大值为 $M(a)$，最小值为 $m(a)$，$g(a)=M(a)-m(a)$.
(1) 求 $g(a)$的解析表达式；
(2) 讨论 $g(a)$的单调性，并求出 $g(a)$的最大值和最小值.

第二单元　幂、指数、对数函数及函数的应用

综 合 导 学

知识要点

1. 幂函数

幂函数的一般形式是 $y=x^{\alpha}$（α 是常数，$\alpha\neq 0$，$\alpha\in\mathbf{Q}$），主要掌握 $\alpha=-2,-1,-\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{2},1,2,3$ 八种情况下的图象和性质.

2. 指数函数与对数函数

$y=a^{x}(a>0,a\neq 1)$ 叫做指数函数，$y=\log_a x(a>0,a\neq 1)$ 叫做对数函数，它们互为反函数，要熟练掌握它们的图象和性质.

掌握指数式与对数式的相互转化：$a^{b}=N\Leftrightarrow \log_a N=b(a>0,a\neq 1,N>0)$.

掌握对数恒等式：$a^{\log_a N}=N$，换底公式：$\log_a N=\dfrac{\log_b N}{\log_b a}(a>0,a\neq 1,b>0,b\neq 1,N>0)$.

掌握对数的运算性质：

(1) $\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N(M、N>0,a>0,a\neq 1)$；

(2) $\log_a\dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N(M、N>0,a>0,a\neq 1)$；

(3) $\log_a M^{\alpha}=\alpha\log_a M(M>0,a>0,a\neq 1,\alpha\in\mathbf{R})$；

(4) $\log_a\sqrt[n]{M}=\dfrac{1}{n}\log_a M(M>0,a>0,a\neq 1,n\in\mathbf{N}^{*})$.

3. 指数方程与对数方程的常用变形方法

(1) 化为同底　$a^{f(x)}=a^{g(x)}$，$\log_a f(x)=\log_a g(x)\Rightarrow f(x)=g(x)$；

(2) 指对变形　$\log_a f(x)=b\Leftrightarrow f(x)=a^{b}$，

$a^{f(x)}=b^{g(x)}\Leftrightarrow f(x)\log_c a=g(x)\log_c b$；

(3) 换元　$f(a^{x})=0\Rightarrow f(t)=0$（令 $t=a^{x}$），

$f(\log_a x)\Rightarrow f(t)=0$（令 $t=\log_a x$）.

注意　解对数方程一定要验根，因为去对数符号时，有可能使未知数的取值范围扩大.

4. 反函数

(1) 函数 $y=f(x)$ 的定义域恰好是它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的值域；函数 $y=f(x)$ 的值域恰好是它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的定义域；

(2) 在同一直角坐标系中，函数 $y=f(x)$ 的图象与它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称.点 (a,b) 在 $y=f(x)$ 的图象上 $\Leftrightarrow$ 点 (b,a) 在 $y=f^{-1}(x)$ 的图象上；

(3) 函数 $y=f(x)$ 与它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的单调性相同.

例题剖析

例 1　已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(\log_2 x)=x+\dfrac{a}{x}$，$a$ 为常数.