

陆培炎

科技著作及论文选集

陆培炎 著

陆培炎科技著作及论文选集

陆培炎 著



科学出版社

北京

内 容 简 介

广东水利水电科学研究所总工程师陆培炎教授生前从事岩土力学与工程的研究、教学与设计共40余年，研究成果丰硕，在国际岩土学术界享有盛誉。他理论基础扎实，治学严谨，锐意进取，在岩土力学理论研究和工程应用上都有较深的造诣。他十分重视理论联系实际，曾成功地解决了广东省及国内许多高难度的岩土及基础工程问题。陆培炎教授多年的研究成果，不但是他对科学技术和工程建设事业做出的卓越贡献，也是我们科技界和工程界的宝贵财富。因此，本书按时间顺序（1977～2001）选编他主要的六十篇著作和论文重新出版，供科技人员参阅和学习，期望他的理论研究成果和丰富的实践经验能够为促进岩土工程学科的发展做出更大的贡献。

本书可供建筑结构设计、工程地质勘测、工程结构及地下建筑等专业大专院校师生以及从事与岩土工程有关工作的科研人员阅读。

图书在版编目(CIP)数据

陆培炎科技著作及论文选集/陆培炎著. —北京:科学出版社, 2006

ISBN 7-03-017781-9

I. 陆… II. 陆… III. ①陆培炎-文集②岩土力学-文集③岩土工程-文集 IV. TU4-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 090061 号

责任编辑:王志欣 / 责任校对:李奕萱

责任印制:安春生 / 封面设计:陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006 年 8 月第 一 版 开本:A4(890×1240)

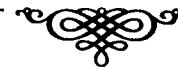
2006 年 8 月第一次印刷 印张:42 1/4 插页:15

印数:1—3 200 字数:1 350 000

定价: 100.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换(科印))

谨以此书献给



从事及热爱岩土工程工作的同行

暨

《岩土工程学报》

《岩石力学与工程学报》

《岩土力学》

广东省岩石（土）力学与工程学会

陆培炎，广东新兴人，中共党员。

1956年毕业于华南工学院土木系建筑结构专业，教授，高级工程师。原任广东省水利水电科学研究所总工程师，广东陆仕岩土工程有限公司经理、总工程师，兼任中山大学、华南理工大学、华南农业大学、解放军后勤工程学院兼职教授，香港大学研究员，中科院武汉岩土力学研究所和中科院广州地球化学研究所研究员，任硕士生、博士生导师；中国力学学会理事兼岩土力学专业委员会副主任，中国岩石力学与工程学会常务理事，中国《岩土工程学报》、《岩石力学与工程学报》编委，中国《岩土力学》学报顾问编委，广东省科

学技术协会常务委员，广东省国际文化交流中心理事，广东省岩石力学与工程学会理事长，广州市建委科技委专家、深基坑开挖专家组组长、施工抢险专家组副组长，第八届全国人大代表。

陆培炎从事岩土力学与工程的理论研究和工程实践46年。

主要理论成果有：地基的弹塑性强度理论，土力学两个广义变分原理及双三次样条双曲面岩土数值模拟方法，土体集中力弹簧模型变形计算理论，土、桩、上部结构共同作用理论，侧向荷载作用下土、桩共同作用的简化法，桩基设计方法，软土力学与工程，高边坡开挖引起的变形工程分析法，基础加固的基本理论，验算土体管涌公式，地铁矿山法开挖土体稳定与变形工程分析法，地铁盾构法开挖桩的变形与强度工程分析法。1978年出版《地基的强度与变形的计算》一书。此外，作为第一届国际软土工程会议（1993）副主席，第二届中国（包括香港、台湾和澳门的学者）岩土工程发展热点问题研讨会（1997）会议主席，以及国内、省内召开的学术会议主席而主编8本公开出版的论文集，多次应邀在国际会议上作主旨报告，发表论文80多篇。

主要工程实践有：应用上述理论于工程中，参加三峡二期围堰（高90m）防渗墙应力应变分析研究与三峡永久船闸高160m边坡岩体变形咨询；对安徽凤台大桥和铜陵长江大桥桥基咨询；广东重大岩土工程咨询，如虎门大桥东锚碇、江南大桥、斗门大桥、太平大桥、九江大桥、新会虎坑大桥、肇庆大桥、三水金马大桥、容奇大桥、广韶高速北江大桥等20多座桥基咨询处理；佛开高速、广深高速D段、广肇高速公路软基处理咨询；105国道、107国道、广韶高速边坡处理咨询；高层建筑基础及基坑开挖咨询；土上不用桩基建高层（16~30层）20多幢；软土工程处理；广东北江大堤防管涌研究；广州市地铁穿越桥梁、高层建筑、火车站等桩基的分析咨询；完成技术咨询报告400多份。

曾获得水利部和广东省科技进步三等奖，广东省突出贡献专家，1992年起享受国务院特殊津贴，是全国人防建设先进工作者，全国水利建设先进工作者，在第一届全国发明展览会上，土上不用桩基建高层获金奖和特别奖（澳门基金颁发）。



陆培炎教授 (1934.03-2002.02)

序

本书搜集了我国著名岩土力学与工程专家,广东省水利水电科学研究院原总工程师陆培炎教授生前的著作和部分论文以及科研成果共 60 篇,内容广泛涉及岩土工程领域的各个方面,包括地基强度及变形、桩基工程、边坡工程、深基坑工程、软土力学与工程、基础加固及纠偏、路基工程、水利工程和隧道工程等,是陆培炎教授毕生的研究心得和工程实践经验的精华。

陆培炎教授是我国岩土工程界一生致力于理论与实践相结合的典范。我与他交往多年,相知甚深,无论是私交还是同行,他都是我的稔友。他在工程实践上有着非常丰富的经验,同时理论功底也十分扎实,在学术研究上一贯重视理论联系实际,也极善于以理论为指导解决工程实际问题。在长江三峡工程二期围堰和三峡永久船闸高边坡设计施工问题上,他都参与解决并提出过宝贵的意见和建议。在广东省的许多重大水利工程、交通工程和建筑工程方面,更是到处留下了他的身影以及解决工程关键和众多疑难问题的优秀业绩。这些成果对解决省内外各种各样的岩土工程疑难杂症,都起到了十分重要的作用。

陆培炎教授非常热衷于为岩土工程的同行服务,他多次组织或参与组织了国际性的和全国性的岩土工程学术与技术会议,这些贡献得到了业界同行的赞扬。他多次被选聘为中国岩石力学与工程学会的常务理事,也多次当选广东省岩石力学与工程学会理事长、副理事长、秘书长等,还经常被邀请到国内外进行学术交流和举行学术报告。鉴于他的学术成就,他生前先后被中山大学、华南理工大学、华南农业大学、香港大学及中国科学院武汉岩土力学研究所等单位邀聘为兼职教授或客座研究员。

陆培炎教授为人耿直、热情,生活上处处为他人着想,一生热爱岩土工程事业并执着追求。他工作勤奋、孜孜不倦,数十年如一日。他治学严谨,总是能针对工程上的主要问题进行深入地研究分析并提出切实可行的解决方法。在解决实际问题的过程中,他既注重现场调查,也善于根据调查结果提炼出工程中的关键问题,精于运用简单、可行的定量分析方法,对问题进行归纳分析和计算,最终找出既安全可靠又合理可行的解决方案。他的这种学风和解决问题的思路,对岩土工程是非常合适的。他通过言传身教,培养了一批又一批的岩土工程技术人才和年轻学者。他培养的后辈现在都已成长为各个部门的业务骨干,有的还担任了许多技术岗位的专业领导,这可说是对他最好的告慰。

令人痛心的是,陆培炎教授由于长期辛劳过度而身罹绝症。即便如此,他在与病魔做斗争的过程中,仍然坚持工作,直至最终离开我们。他的不幸谢世,是我国岩土工程界的一大损失。为了让陆培炎教授多年来的研究成果及宝贵的工程实践经验能够留存并继续发扬光大,给业界同行及后人以启迪和指导,他的学生倪光乐博士发起出版他的文集。我觉得非常好、很有意义。

我深信,本书的出版对从事岩土力学与工程研究和实践的同行们将会有很好的参考借鉴作用,也有很好的指导意义。希望岩土工程界的年轻同志们,能学习陆培炎教授对工作认真执着而又极度热爱的精神,在岩土工程发展的道路上,为我国的建设事业作出更好的成绩和贡献!

写了以上一点文字,作为祝贺本书的付梓问世,也是对陆培炎先生的一份纪念吧。是为序。

孙钧

2006 年 7 月 22 日

孙钧先生,同济大学终生教授、校务委员、地下建筑工程系名誉系主任,中国科学院院士,前国际岩石力学学会副主席暨中国国家小组主席,中国岩石力学与工程学会名誉理事长(前理事长),中国土木工程学会顾问、名誉理事(前副理事长)。

目 录

序

地基强度与变形的计算.....	陆培炎 徐振华(1)
下卧软土地基强度的计算	陆培炎(52)
三次及双三次样条函数应用于土的非线性分析	陆培炎 熊丽珍 陈韶永 陈名卿(57)
水垫坝冲填土弹塑性本构方程	陆培炎 陈韶永 熊丽珍 陈名卿(70)
土力学中的弹塑性问题	陆培炎(82)
水垫坝含水量分布的计算	熊丽珍 陆培炎 陈韶永 陈名卿(92)
土力学中的两个广义变分原理	陆培炎(96)
土、桩、结构共同作用的简化计算法.....	陆培炎(102)
硬质与软质岩石上桩的性状.....	陆培炎(111)
软土上一个土堤的试验分析.....	陆培炎 熊丽珍 陈韶永 陈名卿 等(121)
Consolidation Analysis of Soils by Elasto-plastic Constitutive Models	Y. K. Cheung Y. Tsui P. Y. Lu(144)
结合工程开展岩土力学研究.....	陆培炎(152)
A Method to Reinforce an Existing Piled Foundation by Statically Jacked-in Piles	P Y Lu S S Jiang(154)
关于动测法测桩的承载力问题.....	陆培炎(159)
软土力学与工程.....	陆培炎(170)
高层建筑和桥梁桩基工程中的软弱下卧层问题.....	陆培炎 杨光华 赖琼华 倪光乐 等(184)
高层建筑深基坑开挖中的土、桩(墙)共同作用的分析计算	陆培炎 熊丽珍 杨光华 陈海新(188)
广州珠江水下隧道沉管段内力分析.....	陆培炎 陈晓文 杨光华(197)
横向荷载下土、桩共同作用的简化法	陆培炎(205)
基础加固与顶升纠偏.....	陆培炎(213)
广州地区各岩土层的力学计算参数.....	陆培炎 熊丽珍(219)
The Column Intercepting-jack Lifting Rectification Technique for the Tilted Building	Lu Peiyan Lai Qionghua Xie Yingen(225)
The Accident Analysis for the Foundation Settlement of a Building in Jiangmen City	Lu Pei-yan Yang Guang-hua Lia Qiong-hua Pan Gu-ning et al(229)
Analysis and Treatment of Slide of the Gulao Stone Embankment	Lu Peiyan Chen Xiaowen(236)
Stability Analysis on the Bridge Pier of Hukeng Bridge in Xinhui City	Y. K. Cheung Lu Pei-Yan Li Si-Ping(242)
The Analysis of the Causes for Cracks in the Piles of Zhong Bridge in Xinhui City	Lu Peiyan Ni Guangle Xiong Lizhen Yang Guanghua(246)
东深供水三期工程东江抽水站基础计算分析.....	陆培炎 赖琼华 倪光乐(252)

Analysis for the Piles of an Airport Waiting Building under the Action of the Lateral Pressure in Soft Soil	Lu Peiyan Yang Guanghua Xiong Lizhen Ni Guangle et al(259)
深基坑开挖中多撑或多锚式地下连续墙的增量计算法.....	杨光华 陆培炎(265)
桩基设计方法.....	陆培炎(270)
虎门大桥东锚碇区边坡开挖工程咨询报告.....	陆培炎 等(280)
虎门大桥东锚碇区边坡开挖及文物保护监测.....	谢应恩(299)
广东亚洲国际大酒店基坑开挖锚杆支护结构的计算分析.....	陆培炎 杨光华 李思平(306)
某大厦软土地基中基坑支护失败的原因分析及处理方案.....	陆培炎 杨光华 熊丽珍(313)
新会某大楼基坑开挖稳定性及开挖对工程桩的影响分析.....	陆培炎 陈晓文 曹洪(318)
三峡工程二期围堰应力应变的有限元计算.....	陆培炎 杨光华 熊丽珍 曹洪 等(326)
Soft Soil Subgrade Treatment in the Guangzhou Section of the Guangzhou-shenzhen Expressway	Lu Peiyan Xiong Lizhen Yang Guanghua Cao Hong et al(352)
广深高速公路广州段软土地基处理.....	陆培炎 熊丽珍 杨光华 曹洪 等(363)
Case Studies of Deep Excavation in Guangdong Province	Lu Peiyan Cao Hong Yang Guanghua Li Siping et al(367)
广东深基坑开挖工程实例.....	陆培炎 曹洪 杨光华 李思平 等(375)
Analysis of Two Deep Excavation Failures in Guangdong Province	Lu Peiyan Lai Qionghua Li Siping(379)
广东地区基坑开挖工程事故案例分析.....	陆培炎 赖琼华 李思平(388)
The Analysis and Reinforcing Method for Pile Foundation of Several Buildings with Settlement Accidents Caused by Negative Skin Force	Lu Peiyan Xiong Lizhen Ni Guangle Chen Xiaowen et al(391)
三峡永久船闸陡高边坡直墙顶的水平位移估计及意见.....	陆培炎(401)
桩基下卧软弱夹层的分析计算.....	熊丽珍 陆培炎(409)
天然地基上刚性板基础沉降的计算及程序.....	陈晓文 陆培炎 曹洪(415)
关于我国地基设计规范设计原则问题.....	陆培炎(420)
评当前岩土工程实践中的保守倾向.....	沈珠江 陆培炎(424)
Problems on Soft Soil Engineering in Guangdong Province	P Y Lu(428)
土上不用桩基建高层.....	陆培炎 倪光乐 赖琼华 熊丽珍 等(439)
岩土工程计算中的几个基本问题.....	陆培炎(446)
深基坑开挖工程中设计与施工的若干问题.....	陆培炎(459)
中环及湾仔东泵站设计采用交叉连接钻孔桩会引起什么问题.....	陆培炎(473)
单侧开挖对地铁车站的影响分析.....	沈建华 杨文卫 倪光乐 陆培炎(492)
Deep Excavation Engineering in Guangdong Province	Lu Peiyan(498)
Deep Excavation Engineering in Soft Soil	P Y Lu(516)
北江大堤石角渗流场特性及其对策.....	陆培炎(528)
应用测压管实测值及地质资料分析石角堤段的管涌状况.....	陆培炎(571)
评定渗流管涌公式.....	陆培炎(608)
广州地铁开挖引起桩的应力应变分析.....	陆培炎 史海欧(618)
后记.....	(637)

地基强度与变形的计算

陆培炎 徐振华

内容提要 本书研究了地基在垂直荷载作用下弹塑性阶段的地基强度及地基变形计算问题。得到了以危险度 λ 表示的地基强度计算公式及相应的计算表格，论述了以弹性应力代入塑性条件的 $p_{\frac{1}{4}}$ 公式有原则性缺陷；研究了地基变形的一般规律性，并提出了弹塑性阶段基础沉降计算公式及相应的计算表格，说明如何进行地基设计才能充分利用地基的承载能力。书中列举了一些计算实例。

本书可供建筑结构设计、工程地质勘测、工程结构及地下建筑专业大专院校师生及从事土力学地基基础科研人员参考。

前 言

目前，国内外一些地基设计规范是应用线性变形理论去计算地基的变形，并规定作用于地基上的压力必须保证地基在线性变形阶段。但是，实践证明，地基处于弹-塑性阶段仍然可以承受荷载；特别是对于中等压缩性和低压缩性地基，即使基础面积很小，压力用得比较大，超过了线性变形阶段，而基础的沉降仍然小于建筑物沉降容许值。我们是否有理由使作用于地基上的压力用到弹-塑性阶段，从而充分利用地基的承载能力，以减小基础尺寸，达到经济效果呢？

伟大领袖和导师毛主席指出：“在生产斗争和科学实验范围内，人类总是不断发展的，自然界也总是不断发展的，永远不会停止在一个水平上。因此，人类总得不断地总结经验，有所发现，有所发明，有所创造，有所前进。”

由于生产实践要求我们去研究弹-塑性阶段的地基强度计算与地基变形计算，所以应用弹-塑性理论的混合课题以及根据地基变形的一般规律性去研究它，就可能比较符合客观实际。

本书是用近似方法研究地基非线性问题的一个尝试，若能引起人们对这个问题的兴趣，进一步开展这方面的研究工作，逐步完善地基设计规范的内容，为我国蓬勃发展的社会主义建设事业节约资金和材料，那么，本书的目的就算是达到了。

第一章简短地说明基础沉降的特征，提出了研究弹-塑性阶段地基强度与变形的意义、方法。

第二章是弹-塑性压力计算的理论。首先证明用叠加的近似方法是可行的；分别研究了临塑压力及其塑性开展、极限平衡与弹-塑性阶段的压力及其塑性范围；最后提出危险度 λ 的概念，得出地基强度 p_{λ} 的计算公式以及相应的计算表格。

第三章是试图证明当研究弹-塑性压力时，不能应用线性变形时的应力，而必须用弹-塑性理论的混合课题解的理由，并对现行规范公式 $p_{\frac{1}{4}}$ 或类似 $p_{\frac{1}{4}}$ 公式在理论上的缺陷作了详细分析，本章根据在工业与民用建筑中应用弹-塑性压力的实践，初步提出危险度 λ 应如何选择。

第四章是在作者及其他作者所作的试验观测结果的基础上初步总结了地基变形的一般规律性，并将地基强度的计算与地基变形的特征联系起来，提出了分层总和法计算弹塑性阶段基础沉降的公式，并列出相应的计算表格。

第五章是试验例和实践例，阐述为了充分利用地基的承载能力，地基设计要进行的两项计算，这个计算方法也是本书的结论。

本书初稿完成于 1964 年，经过以后几年的实践，又对初稿进行了修改与补充。这里应特别感谢中国科学院地球物理研究所陈宗基教授、华南工学院蔡益铣教授、冶金工业部建筑研究院谷元之总工程师、重庆建

建筑工程学院夏正中工程师、北京工业大学叶子政工程师等同志，他们给予作者很多有益的指教，对于出版社、省科委和省人防办的支持亦表谢意。

第一章 问题的提出

大量的室内小压板以及现场小压板和大型压板的天然地基上逐级加荷的静载试验，其压板底面平均压力 p 与压板沉降 S 的关系见图 1a 与 b。一般来说，图 a 系浅埋砂土地基，图 b 系粘性土地基以及深埋砂土地基。图 a 有很明显的变形三阶段，因而可容易确定出两个压力，即临塑压力 p_{kp} ，以及极限平衡压力（或称塑性压力） p_{np} 。图 b 无明显的变形三阶段，要确定临塑压力及极限平衡压力很困难，根据作者的试验提出确定 p_{kp} 及 p_{np} 的方法见第五章试验例。因此，我们就可概括地把地基变形的特征分为三个阶段，第一，线性变形阶段，第二，弹-塑性阶段，第三，极限阶段。从第一阶段过渡到第二阶段的作用于地基表面上的压力称为临塑压力，以 p_{kp} 表示；第二阶段过渡到第三阶段的压力或丧失稳定性时的压力称为极限平衡压力，以 p_{np} 表示；第二阶段的压力称为弹-塑性压力，以 p_{y-n} 表示。

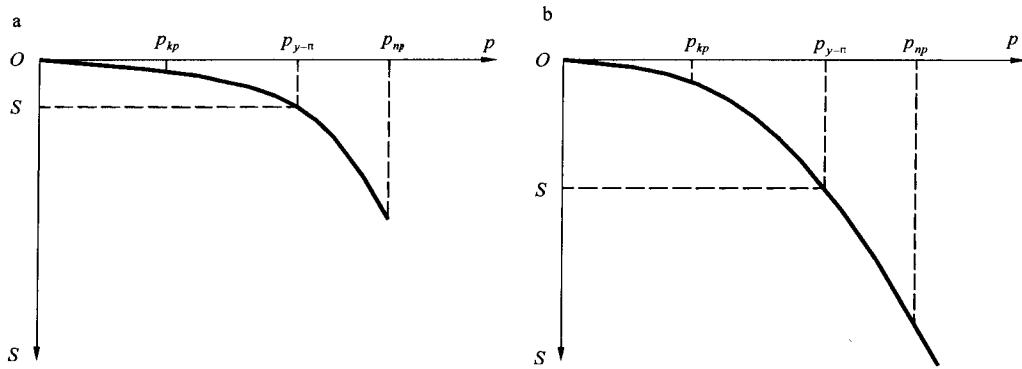


图 1

计算临塑压力 p_{kp} 是以弹性应力代入极限平衡条件（又称塑性条件）中求得的；计算极限平衡压力 p_{np} 是按塑性理论进行计算求得的。这些公式及相应的表格，在各种土力学的教科书及松散介质静力学的专著中已有了不少，而 p_{np} 公式都是近似解或数值解，至于弹-塑性压力 p_{y-n} ，应该按弹-塑性混合课题来求解，现仅有平面问题（半无限荷载）无体积力的解，就是这样的解，也很难在实践中加以利用，可以说，仍没有一个比较完整的公式及相应的计算表格。

至于用弹性应力代入塑性条件而求得的一定塑性范围的压力，例如目前应用塑性深度为基础宽度的 $\frac{1}{4}$ 时的压力 $p_{\frac{1}{4}}$ 或所谓出现局部塑性变形时的地基土的承载力公式，这种公式由于应用弹性应力状态而不是弹-塑性应力状态，因此，从力学理论讲就不是严格的，再加上它并不反映客观实际，这种方法就是不恰当的了。

目前，一些外国的及我国的地基设计规范是用线性变形理论计算地基的变形，为了保证变形计算的准确性，要求作用于地基上的压力不超过一定的数值，准确地讲，不应超过临塑压力 p_{kp} ，有些规范认为不超过用弹性应力代入塑性条件的 $p_{\frac{1}{4}}$ 或所谓局部塑性变形的压力 R ，仍然可以用线性变形理论，或者认为，这个压力就是地基土的承载力，不能超过它。

显然，作了这种限制，使地基设计方法并不能充分利用地基的承载能力。

生产实践要求有一个用弹-塑性混合课题解的弹-塑性压力 p_{y-n} ，因为：

第一，当 $p = R$ （ p ——作用于地基上的压力， R ——计算的地基强度或承载力），而 S 远小于 S_{np} 时（ S ——地基广义变形，如沉降、倾斜、沉降差、弯曲等的计算值 S_{np} ——建筑物广义变形的容许值），能否将基础尺寸减小，使 $p > R$, $S \leq S_{np}$ ，从而达到经济效果，这种情况对于碎石土、砂土、老粘性土以及孔隙比较小的一般粘性土其经济效果更为显著。

第二，为了调整相邻基础的沉降，特别是荷载差异很大的相邻柱基，能否提高小基础底面下的压力 p 使

$p > R$, 从而增大沉降^[1]。

根据按极限状态设计地基的原则, 当地基不丧失稳定性的破坏时, 只需符合 $S \leq S_{np}$, 这样, 地基设计是最经济的。

因此, 研究作用于地基上的压力 p 与塑性范围开展的关系, 即研究弹-塑性压力 p_{y-n} (它的下限为 p_{kp} , 它的上限为 p_{np}) 以及此时的 S 又如何计算的问题, 这在生产上就很有意义, 本书就是用近似的方法研究这两个问题。

第二章 弹-塑性压力的计算

我们研究平面变形问题, 假定基础作用于地基上的压力 p 在基础宽度 $2a$ 内为均布, 基础底面以上埋深 h 的土重用 $q = \gamma_0 h$ 表示, 地基为具有容重 γ 的粘性土(内摩擦角 $\varphi \neq 0$, 粘聚力 $c \neq 0$)。

为了找出弹-塑性压力的解, 首先要得到临塑压力(下限)和极限平衡压力(上限)的解, 以及了解塑性范围先从什么地方开始和极限平衡时的塑性范围。在这个基础上, 来求弹-塑性压力的解, 以及弹-塑性范围。

这里, 是用近似方法, 将有埋深, 其压力为 $q = \gamma_0 h$, 有容重 γ 的粘性土($q \neq 0, \gamma \neq 0, \varphi \neq 0, c \neq 0$)分为两种情况, 然后进行叠加。

(一) 这个问题的解可用两个情况 0° 与 1° 的解之和代替

其中: $0^\circ: q \neq 0, \gamma = 0, \varphi \neq 0, c \neq 0$ (有埋深无容重的粘性土);

$1^\circ: q = 0, \gamma \neq 0, \varphi \neq 0, c = 0$ (无埋深有容重的理想松散土)。

将问题的解分为 0° 和 1° , 其物理意义是清楚的: 0° 情况就是把内聚力 c 所产生的粘结压力 $c \cdot \cot\varphi$ (见图2)看作与 q 相似的表面压力, 该情况相当于($q' \neq 0, \gamma = 0, \varphi \neq 0$)的地基; 1° 情况具有体积力, 相当于($q' = 0, \gamma \neq 0, \varphi \neq 0$)的地基(这里的 $q' + c \cdot \cot\varphi$)^{*}。当求 p_{kp} 、 p_{y-n} 或 p_{np} 时, 有表面力的地基求得为 $p(0^\circ)$, 有体积力的地基求得为 $p(1^\circ)$, 将它们叠加, 即 $p(0^\circ) + p(1^\circ)$, 就是这个问题的 p_{kp} 、 p_{y-n} 或 p_{np} 的解。

现要证明临塑、极限平衡以及弹-塑性时这种叠加是可能的。

(1) 当 $p \leq p_{kp}$ 时, 地基处于弹性状态, 此时的应力为 σ_x ; σ_y 和 τ_{xy} 。

0° : 地基的应力状态为 σ_{x0} ; σ_{y0} 和 τ_{xy0} ;

1° : 地基的应力状态为 σ_{x1} ; σ_{y1} 和 τ_{xy1} ;

由于地基处于线性变形状态, 0° 和 1° 应满足平衡方程和以应力表示的连续性方程。如:

0° 的平衡方程:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_{x0}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy0}}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy0}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{y0}}{\partial y} = 0 \end{array} \right.$$

1° 的平衡方程:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_{x1}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy1}}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy1}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{y1}}{\partial y} = 0 \end{array} \right.$$

则($0^\circ + 1^\circ$)的应力状态为: $\sigma_x = \sigma_{x0} + \sigma_{x1}$; $\sigma_y = \sigma_{y0} + \sigma_{y1}$; $\tau_{xy} = \tau_{xy0} + \tau_{xy1}$, 此时, 可以证明满足平衡方程:

* 这可看作 $\varphi \neq 0$ 的地基两种力的叠加。 0° 情况中的粘结压力 $c \cdot \cot\varphi$ 各向相同, 即 $\sigma_1^{(0)} = c \cdot \cot\varphi$, 字母(c)是指由内聚力 c 引起的。将它代入 $\varphi \neq 0, c = 0$ 的塑性条件 $\sigma_1 - \sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_2) \sin\varphi$ 中可变成于 $\varphi \neq 0, c \neq 0$ 的塑性条件 $\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \sin\varphi = \sin\varphi$ 。此外, $c \cdot \cot\varphi$ 与 $q = \gamma_0 h$ 相似, 是因在 q 的作用下假定侧压力系数: $\xi_0 = \frac{q_0}{1 - \mu_0} = 1$, 故可写成: $q' = q + c \cdot \cot\varphi$ 。因此 $q' \neq 0, \gamma = 0, \varphi \neq 0$ 的情况亦是 $q \neq 0, \gamma = 0, \varphi \neq 0, c \neq 0$ 的情况。

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (2-1)$$

同理,亦可证明满足连续性方程:

$$(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2})(\sigma_x + \sigma_y) = 0 \quad (2-2)$$

由此, $q \neq 0, \gamma \neq 0, \varphi \neq 0, c \neq 0$ 的地基可用两个情况 0° 与 1° 的解之和代替。我们不证明亦知道, 线性状态, 力是可以叠加的。

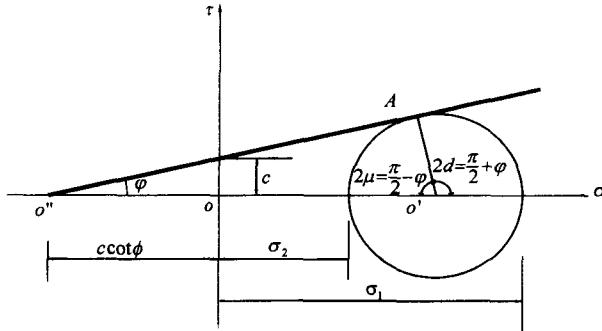


图 2

(2) 当 $p = p_{np}$ 时, 地基处于极限平衡(塑状)状态, 可以证明, 平衡方程(2-1)是符合的。至于塑性条件, 则需要证明。

地基处于极限平衡时, 假定剪应力与剪应变符合理想刚-塑性体, 并应用莫尔(Mohr)塑性条件, 对于 $\varphi \neq 0, c \neq 0$ 的土, 由图 2 可得:

$$\sin\varphi = \frac{O'A}{O'O} = \frac{\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)}{\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + c \cdot \cot\varphi}$$

则得塑性条件:

$$\frac{1}{\cos\varphi} \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{2} - \tan\varphi \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)}{2} = c \quad (2-3)$$

由于

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{array} \right\} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

所以(2-3)式可改写为:

$$\sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{1}{2}\sin\varphi(\sigma_x + \sigma_y + 2\sigma_c) \quad (2-3)a$$

式中 $\sigma_c = c \cdot \cot\varphi$

因此 0° 情况的塑性条件为:

$$\sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_{x0} - \sigma_{y0})^2 + \tau_{xy0}^2} = \frac{1}{2}\sin\varphi(\sigma_{x0} + \sigma_{y0} + 2\sigma_c) \quad (a)$$

对于 $c=0, \varphi \neq 0$ 的土, 即对于 1° 情况的塑性条件显然为:

$$\sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_{x1} - \sigma_{y1})^2 + \tau_{xy1}^2} = \frac{1}{2}\sin\varphi(\sigma_{x1} + \sigma_{y1} + 2\sigma_c) \quad (b)$$

将(a)、(b)式两边分别相加得:

$$\sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_{x0} - \sigma_{y0})^2 + \tau_{xy0}^2} + \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_{x1} - \sigma_{y1})^2 + \tau_{xy1}^2}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \sin\varphi [(\sigma_{x0} + \sigma_{x1}) + (\sigma_{y0} + \sigma_{y1}) + 2\sigma_c] \\
 &= \frac{1}{2} \sin\varphi (\sigma_x + \sigma_y + 2\sigma_c)
 \end{aligned} \tag{c}$$

由于有显然的不等式：

$$\sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_{x0} - \sigma_{y0})^2 + \tau_{xy0}^2} + \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_{x1} - \sigma_{y1})^2 + \tau_{xy1}^2} \geq \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} \tag{d}$$

(d)式的证明只要两边两次平方并化简成 $[(\sigma_{x0} - \sigma_{y0})\tau_{xy1} - (\sigma_{x1} - \sigma_{y1})\tau_{xy0}]^2 \geq 0$ 就可得到。

由(c)、(d)两式可知：

$$\sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} = \nu \frac{\sin\varphi}{2} (\sigma_x + \sigma_y + 2\sigma_c) \tag{2-4}$$

式中 $\nu \leq 1$ 。

B. B. 索科洛夫斯基(СОКОЛОВСКИЙ)认为^[2],这可以看作新的缩小的内摩擦系数和内聚力,并作为未知的安全系数。

可以证明,当 0° 与 1° 某一点的滑裂线在 xy 平面上均相同,或最大主应力方向相同,则 $\nu = 1$ 。证明如下:要 $\nu = 1$,则只要证明

$$\sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_{x0} - \sigma_{y0})^2 + \tau_{xy0}^2} + \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_{x1} - \sigma_{y1})^2 + \tau_{xy1}^2} = \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} \tag{e}$$

就可得到塑性条件(2-3)a。

为此,将式(e)进行两次平方并化简得:

$$4\tau_{xy0}^2(\sigma_{x1} - \sigma_{y1})^2 + 4\tau_{xy1}^2 + 4\tau_{xy1}^2(\sigma_{x0} - \sigma_{y0})^2 = 8\tau_{xy0}\tau_{xy1}(\sigma_{x0} - \sigma_{y0})(\sigma_{x1} - \sigma_{y1}) \text{ 或 } [\tau_{xy0}(\sigma_{x1} - \sigma_{y1}) - \tau_{xy1}(\sigma_{x0} - \sigma_{y0})]^2 = 0$$

即必须证明:

$$\frac{\tau_{xy0}}{\sigma_{x0} - \sigma_{y0}} = \frac{\tau_{xy1}}{\sigma_{x1} - \sigma_{y1}} \tag{f}$$

由于 0° 和 1° 的应力状态分别要符合塑性条件,故可用图3的莫尔圆表示,其 $\sigma_{(0^\circ)}$ 表示 0° 之应力圆, $\sigma_{(1^\circ)}$ 表示 1° 之应力圆,并可绘出叠加后的应力圆(σ)。

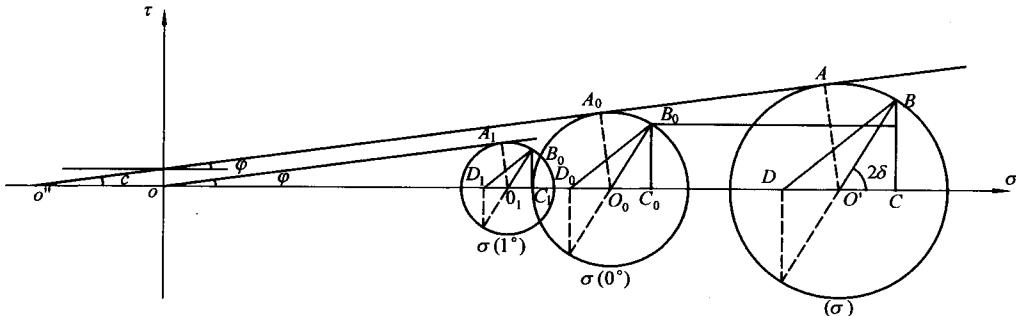


图 3

首先,我们需了解最大主应力 σ_1 方向与两组滑裂面成多大的角度,由图2可知,A点即代表滑裂面上的应力状态, $2a = \frac{\pi}{2} + \varphi$,在图4中, $a = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$,因此,最大主应力方向 σ_1 与两组滑裂线成 $\mu = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ 。

因此,图3中 A_0, A_1 点表示滑裂面方向与最大主应力方向成 $\pm(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2})$ 。要注意,这时的 σ_x, σ_y 和 τ_{xy} (图4)则需根据最大主应力 σ_1 对 x 轴的方向 δ 来决定。

若 0° 与 1° 的滑裂线在 xy 平面上相同,或最大主应力方向相同,当最大主应力与 x 轴成 δ 角时,则应力状态可从图3上确定,即 $\sigma_{x0} = OC_0, \sigma_{y0} = OD_0$

和 $\tau_{xy0} = B_0C_0, \sigma_{x1} = OC_1, \sigma_{y1} = OD_1$

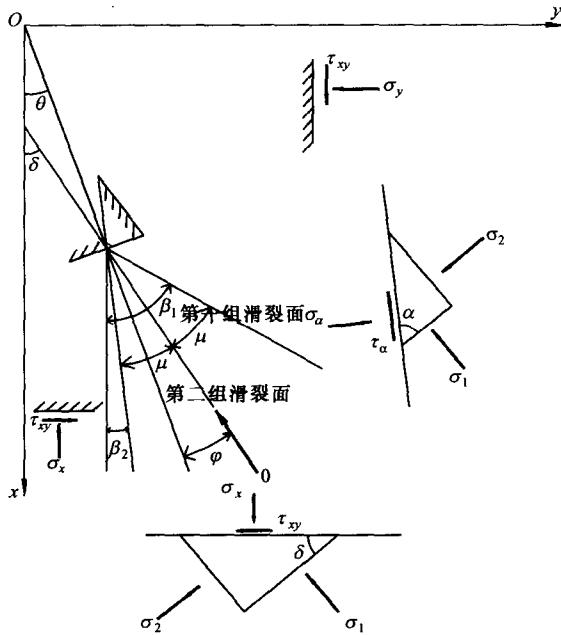


图 4

和 $\tau_{xy1}\tau_{xy1} = B_1C_1$

由于 $\Delta B_0 C_0 D_0 \sim \Delta B_1 C_1 D_1$, 具由应力圆知 $O_0 C_0 = \frac{1}{2} C_0 D_0$ 和 $O_1 C_1 = \frac{1}{2} C_1 D_1$, 则得

$$\frac{\tau_{xy0}^2}{\sigma_{x0} - \sigma_{y0}} = \frac{\tau_{xy1}^2}{\sigma_{x1} - \sigma_{y1}}$$

即证明(f)式。

但是,一个受表面力,而另一个还有体积力,它们要分别符合塑性条件和平衡方程,其滑裂面肯定是不同的,因此,当地基处于极限平衡(塑性)状态,将问题之解答分为 0° 与 1° 之和时, $\nu \leq 1$, 则为近似方法,且是偏于安全的。故 $q \neq 0, \gamma \neq 0, \varphi \neq 0, c \neq 0$ 的地基可近似用两个情况 0° 与 1° 的解之和代替。但我们在本章(三)、3. 看到,证明滑裂线相同时, $\nu = 1$ 将是有用的。

(3) 当 $p_{kp} < p < p_{np}$ 时,地基处于弹-塑性状态,由于临塑、极限平衡状态可用 $0^\circ + 1^\circ$ 代替,故此时亦可用 $0^\circ + 1^\circ$ 代替。

(二) 临塑压力 p_{kp}

1. $0^\circ (q \neq 0, \gamma = 0, \varphi \neq 0, c \neq 0)$ 的解 $p_{kp}(0^\circ)$

地基中的弹性主应力已知^[3]:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{array} \right\} = \frac{(p_0 - q)}{\pi} (2\beta \pm \sin 2\beta) + q \quad (2-5)$$

此处假定土的侧压力系数 $\xi_0 = \frac{\mu_0}{1 - \mu_0} = 1$ 。

上式中 p_0 系作用于地基上的均布压力。

塑性条件为:

$$\frac{1}{\cos \varphi} \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} - \tan \varphi \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = c \quad (2-3)$$

将地基中的弹性主应力 σ_1, σ_2 (2-5) 式代入塑性条件(2-3)式中,则得:

$$(p_0 - q) \sin 2\beta - \sin \varphi (p_0 - q) 2\beta - \pi \sin \varphi q - \pi \cos \varphi c = 0^* \quad (2-6)$$

* 若在边界上作用 $q' = q + c \cdot \cot \varphi$ 并用 $\varphi \neq 0, c = 0$ 的塑性条件 $\sigma_1 - \sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_2) \sin \varphi$, 其结果与该式完全相同。

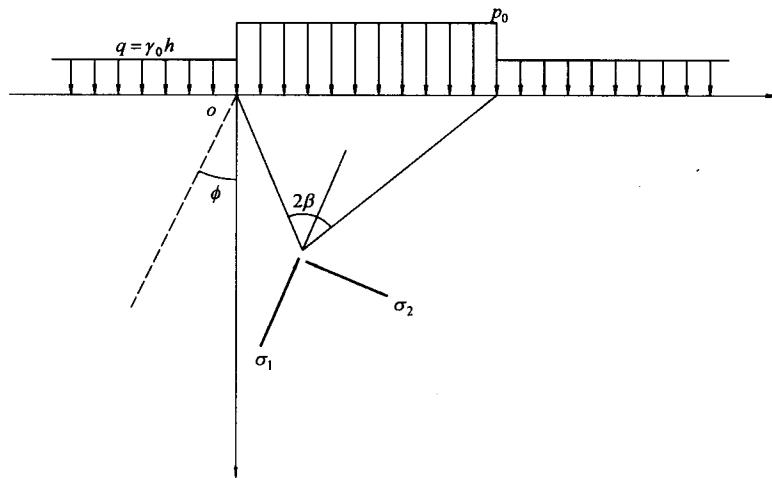


图 5

此式就是塑性范围方程。将(2-6)式变为：

$$\frac{\sin 2\beta}{\sin \varphi} - 2\beta = \frac{\pi q + \pi \cot \varphi c}{p_0 - q} \quad (2-6)a$$

令

$$N = \frac{\pi q + \pi \cot \varphi c}{p_0 - q}$$

则 $\frac{\sin 2\beta}{\sin \varphi} - 2\beta = N$, 处于极限平衡状态,

若 $\frac{\sin 2\beta}{\sin \varphi} - 2\beta > N$, 处于塑性状态;

若 $\frac{\sin 2\beta}{\sin \varphi} - 2\beta < N$, 处于线性变形状态。

只需已知 p_0 、 q 、 φ 和 c 就可解(2-6)a 式超越方程求得 2β (有两个值 $2\beta_1$ 和 $2\beta_2$), 例如 $p_0 = 3.1$ 公斤 / 平方厘米, $q = 0$, $c = 0.2$ 公斤 / 平方厘米, $\varphi = 30^\circ$, 则 $2\beta_1 = 21$, $2\beta_2 = 95^\circ$ 。

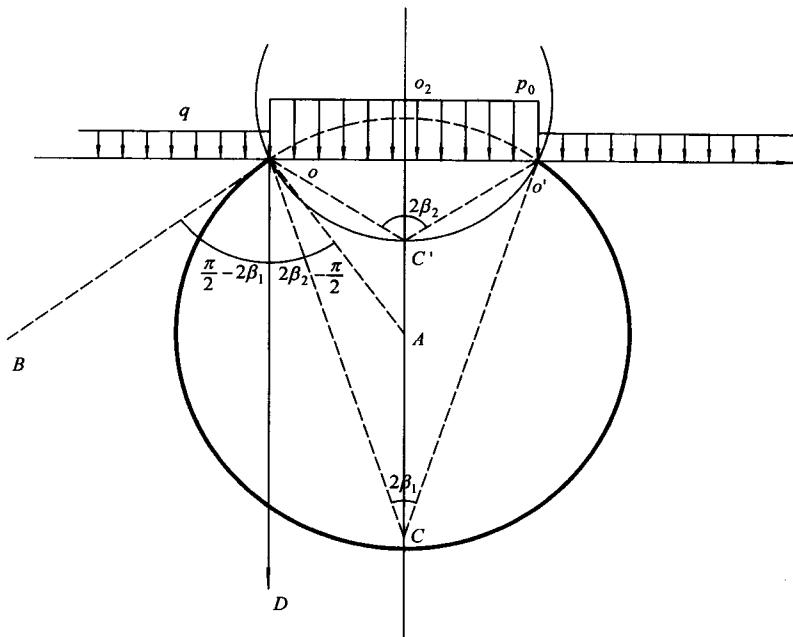


图 6

求得 $2\beta_1$ 和 $2\beta_2$ 后，则可以得到如图 6 所示的弯月形的塑性范围 $OCO'C'O$ （非仅尖形部分），称 $\angle AOB$ 为 O 点的塑性角，本例中 $\angle AOB = 74^\circ$ 。不同的 p_0 ，则有不同的塑性范围，若无限增大 $(p_0 - q)$ ，则此时的塑性范围用 $\frac{\sin 2\beta}{2\beta} = \sin \varphi$ 表示，此时，只保存基础下 $OC'O'O$ 部分弹性范围，其余部分产生塑性。

令 $F = (p_0 - q)\sin 2\beta - \sin \varphi(p_0 - q)2\beta - \pi \sin \varphi \cdot q - \pi \cos \varphi \cdot c$ ，则由方程 $\frac{\partial F}{\partial \beta} = 0$ ，可求出 2β 究竟以什么角度最先达到塑性条件，解得： $2\beta = \frac{\pi}{2} - \varphi$, $\beta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ 。则 $\angle BOD = \varphi$ （图 6），即说明沿着 O 点的铅垂线成 φ 角最先达到塑性条件（标在图 5 上）。

显然，以 $\frac{\partial F}{\partial \beta} = 0$ 得到的 $2\beta = \frac{\pi}{2} - \varphi$ ，代入(2-6)式中，此时 p_0 则是 0° 情况的临塑压力 $p_{kp}(0^\circ)$ ：

$$\begin{aligned} p_{kp}(0^\circ) &= \left(\frac{\pi}{\cot \varphi - \frac{\pi}{2} + \varphi} + 1 \right) q + \frac{\pi \cot \varphi}{\cot \varphi - \frac{\pi}{2} + \varphi} c \\ &= B_{kp}q + D_{kp}c = B_{kp}\gamma_0 h + D_{kp}c \end{aligned} \quad (2-7)$$

式中

$$B_{kp} = \left(\frac{\pi}{\cot \varphi - \frac{\pi}{2} + \varphi} + 1 \right), D_{kp} = (B_{kp} - 1) \cot \varphi.$$

B_{kp} 、 D_{kp} 值列于表 1 中。

表 1

φ°	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
B_{kp}	1.00	1.12	1.25	1.39	1.55	1.74	1.94	2.17	2.43	2.73	3.06
D_{kp}	3.14	3.32	3.51	3.71	3.93	4.17	4.42	4.69	4.99	5.31	5.66
φ°	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	
B_{kp}	3.44	3.87	4.37	4.93	5.59	6.34	7.22	8.24	9.44	10.85	
D_{kp}	6.04	6.45	6.90	7.40	7.95	8.55	9.22	9.97	10.80	11.73	

若 $p < B_{kp}q + D_{kp}c$ 则地基处于线性状态；

$p = B_{kp}q + D_{kp}c$ 则地基处于临塑状态；

$p > B_{kp}q + D_{kp}c$ 则地基出现塑性状态。

此处的 p 系作用于地基上的压力。

上面是研究宽为 $2a$ 局部荷载（称条形荷载）作用下的临塑压力和临塑时以什么角度开始，下面我们要研究沿着整个正半轴 y 分布的 p_0 荷载（称半无限荷载）和负半轴 y 分布的 q 荷载作用下的临塑压力 $p_{kp}(0^\circ)$ 和临塑时以什么角度开始的问题（图 7）。

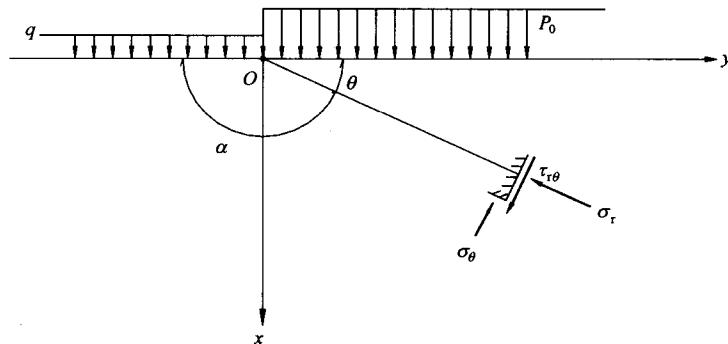


图 7

地基中的弹性应力已知^[4]：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{(p_0 - q)}{\pi} (\pi - \theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta) + q \\ \sigma_\theta &= \frac{(p_0 - q)}{\pi} (\pi - \theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta) + q \\ \tau_{r\theta} &= \frac{(p_0 - q)}{2\pi} (1 - \cos 2\theta) \end{aligned} \right\} \quad (2-8)$$

此处假定土的侧压力系数为 1。

以 $\alpha = \pi - \theta$ 代入(2-8)式,则得:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{(p_0 - q)}{\pi} (\alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha) + q \\ \sigma_\theta &= \frac{(p_0 - q)}{\pi} (\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha) + q \\ \tau_{r\theta} &= \frac{(p_0 - q)}{2\pi} (1 - \cos 2\alpha) = \frac{(p_0 - q)}{2\pi} \sin^2 \alpha \end{aligned} \right\} \quad (2-9)$$

用 σ_r , σ_θ 和 $\tau_{r\theta}$ 表示的塑性条件由(2-3)式变为:

$$\frac{1}{4} (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + \tau_{r\theta}^2 = \frac{\sin^2 \varphi}{4} (\sigma_r + \sigma_\theta) + 2 \cot \varphi \cdot c \quad (2-10)$$

将(2-9)式代入(2-10)式中,则得:

$$\frac{1}{4} \left[\frac{p_0 - q}{2\pi} \right]^2 \sin^2 \alpha + \left[\frac{p_0 - q}{2\pi} \right]^2 \sin^4 \alpha = 2 \sin^2 \varphi \left[\frac{p_0 - q}{2\pi} \right]^2 \left[\alpha + \frac{\pi(q + \cot \varphi \cdot c)}{p_0 - q} \right]^2$$

化简得

$$2 \sin^2 \alpha = 2 \sin^2 \varphi \left[\alpha + \frac{\pi(q + \cot \varphi \cdot c)}{p_0 - q} \right]^2$$

两边开平方得:

$$(p_0 - q) \sin \alpha - \sin \varphi (p_0 - q) \alpha - \pi \sin \alpha \varphi q - \pi \cos \varphi \cdot c = 0 \quad (2-11)$$

此式即为塑性范围方程。

令 $F = (p_0 - q) \sin \alpha - \sin \varphi (p_0 - q) \alpha - \pi \sin \alpha \varphi q - \pi \cos \varphi \cdot c$ 由 $\frac{\partial F}{\partial \alpha} = 0$, 可求出 α 究竟以什么角度最先达到塑

性条件,解得 $\alpha = \frac{\pi}{2} = \varphi$ 即说明沿着 O 点的铅垂线 x 轴成 φ 角最先达到塑性条件(图 8)。

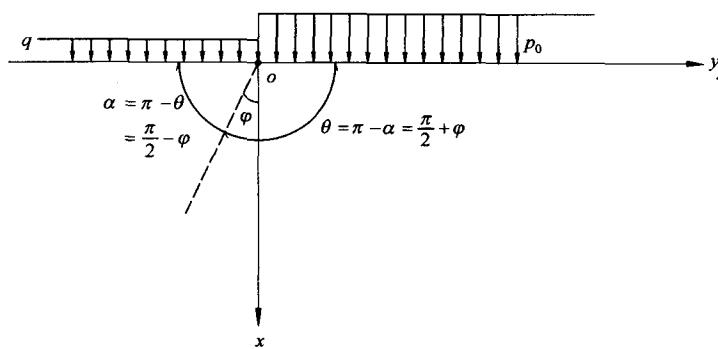


图 8

显然,以 $\frac{\partial F}{\partial \alpha} = 0$ 得到的 $\alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi$ 代入(2-11)式中,此时 p_0 则是 0° 情况的临塑压力 $p_{kp}(0^\circ)$:

$$p_{kp}(0^\circ) = \left[\frac{\pi}{\cot \varphi - \frac{\pi}{2} + \varphi} + 1 \right] q + \frac{\pi \cot \varphi}{\cot \varphi - \frac{\pi}{2} + \varphi} c = B_{kp} \gamma_0 h + D_{kp} c \quad (2-12)$$