

全国中小学教师继续教育

教材

高中数学典型课示例

肖柏荣 主编

教育部师范教育司 组织评审

人民教育出版社

高中数学典型课示例

王松桂 主编

南京师范大学附属中学 南京师范大学

全国中小学教师继续教育教材

高中数学典型课示例

主编 肖柏荣
编者 肖柏荣 肖林元
周世东 董林伟
曹一鸣

人民教育出版社

全国中小学教师继续教育教材

高中数学典型课示例

肖柏荣 主编

*

人民教育出版社 出版发行

(北京沙滩后街 55 号 邮编:100009)

网址:<http://www.pep.com.cn>

北京天宇星印刷厂印装 全国新华书店经销

*

开本:890 毫米×1240 毫米 1/32 印张:10.5 字数:260 000

2001 年 6 月第 1 版 2001 年 9 月第 1 次印刷

印数:0 001~3 000

ISBN 7-107-14112-0 定价:15.10 元
G·7204(课)

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与出版社联系调换。

(联系地址:北京市方庄小区芳城园三区 13 号楼 邮编:100078)

前 言

全面推进素质教育，是当前我国现代化建设的一项紧迫任务，是我国教育事业的一场深刻变革，是教育思想和人才培养模式的重大进步。实施“中小学教师继续教育工程”，提高教师素质，是全面推进素质教育的根本保证。

开展中小学教师继续教育，课程教材建设是关键。当务之急是设计一系列适合中小学各学科教师继续教育急需的示范性课程，编写一批继续教育教材。在教材编写方面，我司采取了以下几种做法：

(1) 组织专家对全国各省（区、市）推荐的中小学教师继续教育教材进行评审，筛选出了 200 余种可供教师学习使用的优秀教材和学习参考书；

(2) 组织专门的编写队伍，编写了 61 种教材，包括中小学思想政治、教育法规、教育理论、教育技术等公共必修课教材；小学语文、数学，中学英语、物理、化学、生物，小学社会、自然等学科专业课教材。上述教材，已经在 1999 年底以《全国中小学教师继续教育 1999 年推荐用书目录》（教师司 [1999] 60 号）的形式向全国推荐。

(3) 向全国 40 余家出版社进行招标，组织有关专家对出版社投标的教材编写大纲进行认真的评审和筛选，初步确定了 200 余种中小学教师继续教育教材，这批教材，目前正在编写过程中，将于 2001 年上半年陆续出版。我们将陆续向全国教师进修院校、教师

前 言

培训基地和中小学教师推荐，供开设中小学教师继续教育相关课程时选用。

在选择、设计和编写中小学教师继续教育教材过程中，我们遵循了以下原则：

1. 从教师可持续发展和终身学习的战略高度，在课程体系中，加强了反映现代教育思想、现代科学技术发展和应用的课程。

2. 将教育理论和教师教育实践经验密切结合，用现代教育理论和方法、优秀课堂教学范例，从理论和实践两个方面，总结教学经验，帮助教师提高实施素质教育的能力和水平。

3. 强调教材内容的科学性、先进性、针对性和实效性，并兼顾几方面的高度统一。从教师的实际需要出发，提高培训质量。

4. 注意反映基础教育课程改革的新思想和新要求，以使教师尽快适应改革的需要。

中小学教师继续教育教材建设是一项系统工程，尚处在起步阶段，缺乏足够的经验，肯定存在许多问题。各地在使用教材的过程中，有什么问题和建议，请及时告诉我们，以便改进工作，不断加强和完善中小学教师继续教育教材体系建设。

教育部师范教育司

2000年11月1日

编者的话

为了配合国家教育部师范教育司组织实施的“中小学教师继续教育工程”，提高中学数学教师的思想业务素质和教学能力，我会受人民教育出版社的委托，组织编写了供中学数学教师继续教育使用的教材，并成立了中学数学教师继续教育教材编委会，由方明一、孙瑞清、关成志、陈宏伯、肖柏荣、唐复苏、章建跃、曹福海等8人（按姓氏笔划为序）组成。陈宏伯主持编委会工作。

我们在组织编写供中学数学教师继续教育使用的教材时，根据师范教育司提出的编写原则和教育部新修订的数学教学大纲，努力体现国家的教育方针，从教师可持续发展和终身学习的高度出发，力求反映现代教育思想和现代数学的发展，突出时代性、科学性；注意将教育理论和教师教学实践结合起来，努力反映新的数学教学研究成果，帮助教师从理论和实践两方面，提高思想业务素质和教学能力，突出先进性、实践性；注意从中级、初级数学教师的实际出发，帮助教师用先进教学理论和优秀课堂实例，总结教学经验，突出针对性、可操作性。

本书为《高中数学典型课示例》，主编为肖柏荣。

本书共分五章。第一章对数学课类型与结构进行概述，介绍数学课类型和结构的有关理论，数学课堂教学改革与课型结构分析。第二章至第五章分别介绍数学新授课、习题课、复习课、活动课的设计要求和教学建议，并提供若干各种类型的高中数学教学案例，其中包括一些培养学生创新精神和实践能力的探索性案例。在附录

部分,又选编了2000年10月首届全国高中青年数学教师优秀课观摩与评比活动中示范课的3个案例及其评析,希望这些案例对进一步改革数学课堂教学能够起到典型示范和探索研究的作用。

本书理论部分的撰写人是肖柏荣(第一章,第四、五章的第一节),曹一鸣(第二、三章的第一节);案例部分的主要撰写人是特级教师肖林元,学科带头人周世东、董林伟。全书由肖柏荣作总体构想、统稿,并对一些章节和案例作了修改和补充。章飞等老师参加了案例的撰写工作。

我们在编写这本继续教育教材时,师范教育司邀请一些专家对编写大纲和书稿提了很多宝贵意见,并得到江苏省左宗明、郑君威、陈志廉等先生的指导与支持,在此向他们表示谢意!人民教育出版社的同志更为这些书的编辑、出版做了大量工作,在此一并表示谢意!

鉴于我们编写这类继续教育教材缺乏经验,且水平有限,敬请广大读者多提宝贵意见。

中国教育学会中学数学教学专业委员会

2001年5月25日

目 录

前言	1
编者的话	3
第一章 数学课型与结构概述	1
§ 1.1 数学课的类型和结构	2
一、划分数学课类型的主要依据	2
二、数学课型的分类	4
三、数学课的结构	6
§ 1.2 数学课堂教学改革与课型结构分析	10
一、几种主要数学教改模式与课型结构分析	11
二、几种较具影响的数学教改实验	16
第二章 数学新授课	24
§ 2.1 数学新授课的设计要求和教学建议	24
一、数学新授课的设计要求	24
二、数学新授课的教学建议	28
§ 2.2 数学新授课教学示例	32
一、逻辑联结词	32
二、充要条件	38
三、对数的运算性质	43
四、等差数列前 n 项和的最值	50
五、两角和与差的余弦公式	57
六、函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象	65
七、算术平均数与几何平均数	69
八、直线和平面垂直的判定	75

九、三垂线定理	81
十、球的体积	87
十一、相互独立事件及其同时发生的概率	92
十二、数列的极限	99
十三、复数的概念	106
十四、复数的三角形式	112
第三章 数学习题课	119
§ 3.1 数学习题课的设计要求和教学建议	119
一、数学习题课的设计要求	119
二、数学习题课的教学建议	123
§ 3.2 数学习题课教学示例	128
一、函数的单调性与奇偶性	128
二、三角函数在求最值中的应用	
——引言问题的探究	134
三、直线与圆的位置关系	141
四、椭圆几何性质——椭圆第二定义	147
五、双曲线	153
六、不等式的证明（比较法）	159
七、排列组合应用题	164
第四章 数学复习课	171
§ 4.1 数学复习课的设计要求和教学建议	171
一、数学复习课的设计要求	171
二、数学复习课的教学建议	173
§ 4.2 数学复习课教学示例	177
一、三角函数的图象和性质	177
二、不等式的应用	182
三、轨迹方程的探求	191
四、直线与平面	197

五、二项式定理·····	203
六、复数·····	209
七、函数图象的变换·····	215
第五章 数学活动课 ·····	226
§ 5.1 数学活动课的设计要求和教学建议 ·····	226
一、数学活动课的内容与设计·····	226
二、数学活动课的教学建议·····	234
§ 5.2 数学活动课教学示例 ·····	238
一、正弦定理与余弦定理的应用——测距、测高·····	238
二、数列在分期付款中的应用·····	244
三、“退耕还林”中的数学问题 ·····	251
四、线性规划问题·····	256
五、圆锥曲线·····	264
六、一个轨迹的探究·····	273
七、数学归纳法三“议” ·····	282
附录 首届全国高中青年数学教师优秀课	
观摩与评比活动示范课案例 ·····	288
一、不等式的应用·····	288
二、直角坐标系中曲线的参数方程·····	300
三、不等式的应用·····	309

第一章 数学课型与结构概述

“课”是学校教育、教学工作的最基本的组织形式，是构成各个学科的教学单元体系中的一个完整部分。学校正是以“课”为基本组织单位，保证着对一定年龄的、成员固定的、训练水平相当的学生开展积极而有计划的学习——认识活动，以便完成规定的教学和教育任务。

“课”的概念是在班级授课制的产生和发展中逐渐形成的。班级授课制产生于16世纪的欧洲。当时，资本主义的兴起要求普及教育，扩大教学规模，提高教学效率，从而批判否定了长期实行的个别教学的组织形式。17世纪捷克教育家夸美纽斯（J. A. Comenius）在《大教学论》中最先论证了班级授课这一新的教学制度，奠定了它的理论基础。18世纪以赫尔巴特（J. F. Herbart）为代表，提出教学过程的形式阶段理论，成为夸美纽斯理论的重要补充。之后，凯洛夫（И. А. Кайров）对此作了进一步的发展和充实，提出了课的类型和结构的理论，依据不同教学任务，采用不同的课堂结构来组织教学活动，使班级授课制在体系上进一步完善。他的这些理论对包括我国在内的许多国家的课堂教学影响很大。长期以来，班级授课制成为学校教学的基本组织形式。但近几十年来，世界各国对教学理论研究的新成果，为课的类型和结构开辟了新的领域，出现了丰富多彩的课堂教学改革的新探索。

§ 1.1 数学课的类型和结构

一、划分数学课类型的主要依据

课型划分的目的是使教学活动符合教学规律,使不同类型的课构成一个完整体系,保证教学工作的有效实施,以实现教学的总目标.

在数学教学中,正确地选择和应用各种课型并使其相互配合,正是为了客观反映数学教学过程的科学性,充分体现数学教学过程的多样性,发挥数学教学的整体功能.

数学课的类型主要依据下面条件来决定.

首先,数学教学目的是数学课类型划分的主要依据. 国家教育部 2000 年颁布的高中数学教学大纲(试验修订版)指出,高中数学的教学目的是:使学生学好从事社会主义现代化建设和进一步学习所必需的代数、几何的基础知识和概率统计、微积分的初步知识,并形成基本技能;进一步培养学生的思维能力、运算能力、空间想象能力、解决实际问题的能力,以及创新意识;进一步培养良好的个性品质和辩证唯物主义观点. 上述任务的完成要经历一个过程,这个过程由许多相对独立的环节即若干教学单元组成,并落在每堂数学课的教学之中. 由此决定了在数学教学过程中每堂数学课所担负的目的任务不会相同:有的是传授数学新知识;有的是通过练习,培养数学技能;有的是在理解知识的基础上进行数学思想方法的提炼;有的是巩固和加深所学数学知识;有的是运用数学知识,进行数学问题解决;有的是检查并反馈所学数学知识、技能和方法、思想. 根据这些不同的目的任务,就会相应地有不同类型的数学课. 数学教学目的任务的多样性,决定了数学课类型的多样性.

其次,数学课类型的划分与数学教学内容有关. 数学中不同分

支的内容,具有不同的学习特点.数学中同一分支不同单元的教学内容往往会分量多少不同,难易程度不一,知识之间逻辑关系的紧密程度也有差异,这些都可导致数学课型的不一.有的内容,与前后知识的逻辑推演关系紧密,可以讲授或自学;有的内容,适合作为学生“再发现”的素材;有的内容,可以选择典型范例供学生互相研讨和交流.可见,数学教学内容性质的多样性也导致数学课类型的多样性.

再次,数学课类型的划分与学生的年龄特点和认知水平有关.低年级学生年龄小,有意注意的水平不高,讲授新课的时间一般不宜太长,应该把讲授和练习结合起来,多采用结构变化多的综合课.高年级数学课的类型相对地可采用一些以传授知识为主的讲授课,或以巩固知识为主的习题课、复习课、讲评课,或以培养学生创新精神和实践能力为主的探究性数学课,或以检查知识为主的考查课.

对于年龄相当的学生,还要考虑他们的知识基础和认知能力.相同教学内容的课型选择,基础较好、认知能力较强的学生应该在课上有更强的独立性.

另外,数学课的类型还受到数学教学方法的影响.数学教学方法的设计和选择,除必须为数学教学目的和内容所规定、为学生已有的认知结构和认知水平所制约外,还受到教师自身的个性特点、教学环境和技术手段等因素的影响,由此常导致数学课的不同类型.有的教师善于使用流畅、生动、形象的语言,讲课富有感染力,可较多选择讲授课的课型;有的教师思维敏捷,思路开阔,善于通过数学习题或问题引导学生探究,可较多选择一些发现探究型的课型;有的教师掌握现代教育技术,可运用多媒体进行辅助教学.

总之,数学课的类型决定和划分,要受到数学教学过程中多种因素的制约.如果在数学教学中能从实际出发,正确、合理地选

择和运用不同的数学课型,使每一堂课都成为课堂教学整个体系中的一个必要环节,一定会有效地改善数学教学过程,提高数学教学效果.

二、数学课型的分类

如上所述,课的质的特征是由教学目的任务、教学内容、教学方法以及教师、学生和环境的的特点所决定的.为了从极其多样化的课中揭示其一般性质,客观上需要对课加以分类.依据现代教学论的观点,数学课型可以按照以下不同标准进行分类.

按照主要教学目的任务区分,可分为单一课和综合课.单一课是指一堂课内主要完成某种单一的教学任务,如传授数学新知识的新授课、巩固数学新知识的复习课等.综合课是指在一堂课内同时完成两项以上教学任务的课,又称混合课.

按照基本教学方法区分,可分为讲授课、问答课、讨论课、练习课、阅读指导课、教具演示课、自学辅导课、发现探究课以及运用多种教学方法的综合课.

按照数学内容的表现形式和学生的认识活动的性质来区分,有感知数学事实的课、形成数学概念的课、掌握数学命题的课、训练数学技能的课、培养数学能力的课、揭示数学思想方法的课等.

按照一节课在有关数学课题体系中的地位又可分为导入课、自学课、启发点拨课、练习改错课、小结课等.

此外,按照学生独立活动的程度来区分,有学生独立学习的课、教师对全班进行工作的课等等.

究竟采用何种标准对数学课型进行分类,我们希望既体现合理方便、易于操作的一般要求,又能具有数学学习的学科特点.

数学学习论指出,数学学习是由获得数学知识经验而引起的比较持久的行为变化过程.学习结果产生的行为变化应该既有外显的,又有内隐的;既有实际操作方面的,又有态度、情感、智力方

面的。这正是中学数学教学目的中所包含的四个方面的要求：使学生切实学好数学基础知识，使学生形成基本数学技能，发展学生的数学能力，培养学生良好的个性品质和学习习惯。

应该指出，中学数学中的基础知识，除包括数学概念、性质、法则、公式、公理、定理及由其内容反映出来的数学思想和方法。数学思想方法作为一种高度概括的理性认识，应该在数学教学中渐进发展并渗透在每种课型和每堂课的教学之中。另一方面，数学知识、技能、能力之间的密切联系，以知识与技能而言，数学知识（概念、法则、公式、定理等）中蕴含着技能，它们提供了可供运算和推理的依据。例如，数的绝对值的概念和公式 $|a| = \begin{cases} a(a \geq 0), \\ -a(a < 0), \end{cases}$ 实际上给出了一种计算的技能，按照“先判断某数的正负，再取其本身或相反数”的规则和程序进行操作，即可计算出任何一个实数的绝对值以及进行含绝对值式子的恒等变形。教学时教师既要提供样例示范，又要通过练习让学生模仿试做。学生在掌握数学知识的过程中形成和发展数学技能，又通过数学技能的学习和训练，促进新的数学知识的不断学习。同样，以思维能力为核心的数学能力也是在学习数学知识和技能的过程中逐步提高，反过来它又影响着数学知识和技能的掌握。所以，数学知识（包括数学思想和方法）、技能、能力在教学过程中不可分割，它们应该在每种课型和每堂课中均得到反映和体现，并随着学生对数学知识理解的不断加深，逐步提高对数学技能训练和数学能力培养的要求。可见，按上述第三条标准来分类，虽然很有“数学味”，但一线教师会感到不便判断，不易操作。

从教学的实际出发，按照前两条（尤其是第一条）标准进行课型分类是比较合理方便的。需要指出的是，解题是数学学习不可缺少的活动。正如美国数学家哈尔莫斯（P. Halmos）所指出：“数学诚然是由概念、理论和方法组成的，没有这些组成部分，数学就

不存在。但是，数学真正的组成部分应该是问题和解，解题才是数学的心脏。”学生不仅通过解题掌握和巩固双基，而且通过对问题的探索和思考，还能培养和发展学生的数学思维能力、运算能力、空间想象能力、探索能力、应用能力、创新能力，乃至对学生的非智力因素产生影响。因此，数学习题课应该是数学课的一种重要课型。正是鉴于数学教学目的任务的多样性以及知识、技能、能力之间的密切联系，这里所述的数学习题课与其他单一课型一样，都带有了有一定程度的综合性。

我们认为，数学课的常见课型是：数学新授课、数学习题课、数学复习课、数学考查课、数学讲评课以及数学活动课。下面将在以后各章中对一些典型课作进一步的理性分析，并绘出若干教学示例。

三、数学课的结构

数学课的结构是指每一节课的构成环节和程序。不同类型的课有不同的结构。

1. 数学新授课

数学新授课的主要目的是组织和引导学生学习数学新知识，在传授新知识的过程中促进学生的思维发展和能力培养，并结合教学内容有机地对学生进行思想教育。它是中学数学课中最常见、也是最主要的一种课型。

数学新授课的一般结构是：复习铺垫、导入新课、讲授新课、巩固新课、小结回授和布置作业。

按照认知学派的理论，数学学习过程是新知识与学生头脑里原有的认知结构相互作用，形成新的认知结构的过程。新知识输入的关键是通过某种学习情境的创设，使学习者产生对新知识学习的心向。同时，应当检查学习者原有认知结构中是否具有相适应的知识。否则，在学习新知识之前需要呈现教学的先行组织，以架设