

思维导引

详 解

巨人学校小学数学教学教研中心

凌 科 编著



6 年 级

中国石化出版社
[HTTP://WWW.SINOPEC-PRESS.COM](http://www.sinopec-press.com)
教 · 育 · 出 · 版 · 中 · 心



思维导引
详解

《思维导引详解》3年级

《思维导引详解》4年级

《思维导引详解》5年级

《思维导引详解》6年级

责任编辑：赵立颖

封面设计：至美文化

ISBN 7-80229-037-6



9 787802 290372 >

ISBN 7-80229-037-6/G · 001

定价：26.80元

思维导引

巨人学校小学数学教学教研中心

凌科 编著

详解

⑥ 年级

中国石化出版社

[HTTP://WWW.SINOPEC-PRESS.COM](http://www.sinopec-press.com)

教 · 育 · 出 · 版 · 中 · 心

图书在版编目(CIP)数据

思维导引详解. 六年级/凌科编著.
—北京:中国石化出版社, 2006
(巨人综合素质教育系列丛书)
ISBN 7-80229-037-6

I. 思… II. 凌… III. 数学课—小学—教学参考资料
IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 043575 号

中国石化出版社出版发行

地址:北京市东城区安定门外大街 58 号

邮编:100011 电话:(010)84271850

读者服务部电话:(010)84289974

<http://www.sinopec-press.com>

E-mail: press@sinopec.com.cn

北京精美实华图文制作中心排版

河北天普润印刷厂印刷

全国各地新华书店经销

*

787×1092 毫米 16 开本 18.25 印张 360 千字

2006 年 7 月第 1 版 2006 年 7 月第 1 次印刷

定价:26.80 元

(购买时请认明封面防伪标识)



序 言

《思维导引详解》是凌科老师教学实践的结晶，也是数学思维培训的优秀读本，此书已被纳入北京巨人学校教学用书系列中。

凌科老师还很年轻，但在小学生数学教学的探索已历时多年。他的家乡在安徽安庆市，“万里长江此咽喉，吴楚分疆第一州”的安庆，历来是人才辈出的地方，深厚的文化历史渊源使他从中学时代就产生了难解难分的数学情结。

凌科以安庆数学高考第一名的成绩进入到大学后，对数学的爱好更是一发而不可收。他一边攻读工科专业，一边把目光投到青少年数学思维训练的研究上。从大学二年级涉足社会数学培训，到毕业后全身心投入教育工作领域，这期间他已经有了相当深厚的数学教学积累。

正是由于他有数学思维培训大量积淀，才使他走进了京城中小学教育著名培训机构——巨人学校的讲堂，才使他在青少年数学思维的教学、科研、教材设计上得心应手，也才有了今天这套按年级分册的《思维导引详解》出版问世。

《思维导引详解》一书的结构特点突出，按挑战级数分类，并附有多角度的分析与解。习题都是从国内各地各届数学竞赛题目中精选的，还有相当一部分是选自国外，更有作者根据训练需要的原创，收集、精选、创编一部庞大的思维训练题库已属难能之举。

《思维导引详解》最可贵之点还在其脉络，教材以习题为载体，以题解为导引，但思维训练的脉络清晰可见。教学脉络体现了数形结合原则，为孩子们打开了认识数学世界的广阔天地；教学脉络体现了由

浅入深原则，引导孩子们步步深入到曲径通幽的佳境；教学脉络体现了学创并重原则，使孩子们敢于思考、勤于思考、独立思考，逐步达到在数学思考的海洋中遨游自如。

青少年数学思维导引与训练是个关系一代人成长的大课题，《思维导引详解》教学用书也还需要在实践中进一步加以检验，在今后更长时间的教学过程中不断锤炼和淬火成钢。北京巨人学校不仅支持《思维导引详解》的出版，还将为作者及使用这本教材的老师们提供教学实践的宽广平台。

北京巨人学校目前有 3000 名教师、7 万名在校学员，是一所多门类、上规模的综合教育培训机构，“做感动中国人的教育”永远是巨人学校的执著追求，并始终重视具有中国风格教材的基础建设，巨人学校与中国石化出版社的合作，将为各类教学用书的编辑出版做出一些开创性贡献。

我们将立足本校，面向社会，服务全国，以坚持不懈的努力推出系列化、多学科的《北京巨人学校教学丛书》，把众多教学成果汇成一个丰富的教材宝库。我们希望在凌科老师《思维导引详解》出版后，还有更多的优秀教师敢于著书立说，参与到总结和撰写教学佳作的专家级教师行列中来。



2006 年 6 月 26 日于北京



前言



作者简介

凌科，现任北京巨人学校小学数学部“小升初指导中心”负责人，担任“思维训练系列”、“小升初系列”两大课程主讲并负责课程设计。凌科老师潜心研究青少年数学思维训练，在青少年数学教学、科研和教材编写上取得了独特成果。凌老师教学成绩优秀，所授班级 98% 学员升入重点中学实验班，有的已经成为很具潜力的少年数学爱好者。

21 世纪是科技迅速发展的时代，新时代的学生要从小培养独立获取信息、创造性思维和推理的能力。而数学作为各学科的基础，是启迪智慧，开拓思维的先行军。

本书具有以下特色：

1. 汇集历年小学奥数、竞赛试题的精华，实例讲解。绝妙的解题切入点能够激发学生举一反三、灵活运用能力。
2. 针对性强，侧重对学生思维能力、解题能力和推理能力的综合训练。
3. 按年级分册，逐级深入，紧扣知识点，突出训练，强化提高。

本书系统性强，讲解清晰，视角独特，编排新颖、合理。不仅可作为培训教材，而且是小学生拓展视野的辅导书，更是老师、家长的参考书。愿每位拥有它的读者都能体会到数学的魅力和学习的乐趣。

在本书出版之际，衷心感谢徐鸣皋教授，是他的言传身教使我形成了严谨、严格、一丝不苟的治学、著书风格。

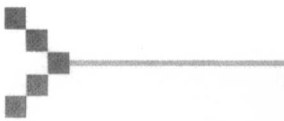
由于时间仓促，编者经验有限，书中不妥之处在所难免，恳请广大读者、同仁批评斧正，以待再版修订。

凌 科



目 录

序 言	
前 言	
第 1 讲 计算综合(Ⅰ)	1
第 2 讲 计算综合(Ⅱ)	10
第 3 讲 多位数的运算	16
第 4 讲 比例与百分数	24
第 5 讲 比和比例	32
第 6 讲 工程问题	37
第 7 讲 牛吃草问题	45
第 8 讲 不定方程与整数分拆	49
第 9 讲 整数分拆	58
第 10 讲 数论综合(Ⅰ)	64
第 11 讲 立体图形	71
第 12 讲 几何综合(Ⅰ)	79
第 13 讲 植树问题	90
第 14 讲 数字谜综合	92
第 15 讲 计数综合(Ⅰ)	103
第 16 讲 逻辑推理	116
第 17 讲 赛况分析	127
第 18 讲 方程与方程组(Ⅰ)	133
第 19 讲 方程与方程组(Ⅱ)	141
第 20 讲 列方程解应用题	147





第 21 讲	行程与工程	152
第 22 讲	复杂工程问题	162
第 23 讲	运用比例求解行程问题	169
第 24 讲	应用题综合	172
第 25 讲	数论综合(Ⅱ)	181
第 26 讲	进位制问题	189
第 27 讲	取整问题	197
第 28 讲	数论综合(Ⅲ)	201
第 29 讲	数论综合(Ⅳ)	210
第 30 讲	几何综合(Ⅱ)	212
第 31 讲	图形变换	226
第 32 讲	勾股定理	235
第 33 讲	计数综合(Ⅱ)	245
第 34 讲	最值问题	255
第 35 讲	构造与论证(Ⅰ)	264
第 36 讲	构造与论证(Ⅱ)	273



◇第1讲◇ 计算综合(I)

【内容概述】

繁分数的运算,涉及分数与小数的定义新运算问题,综合性较强的计算问题.

1. 繁分数的运算必须注意多级分数的处理,如下所示:

$$\frac{\frac{7}{18} \times 4\frac{1}{2} + \frac{1}{6}}{13\frac{1}{3} - 3\frac{3}{4} \div \frac{5}{16}}$$

视为分子
视为分母

甚至可以简单地说:“先算短分数线的,后算长分数线的”. 找到最长的分数线,将其上视为分子,其下视为分母.

2. 一般情况下进行分数的乘、除运算使用真分数或假分数,而不使用带分数. 所以需将带分数化为假分数.

3. 某些时候将分数线视为除号,可使繁分数的运算更加直观.

4. 对于定义新运算,我们只需按题中的定义进行运算即可.

5. 本讲要求大家对分数运算有很好的掌握,可参阅《思维导引详解》五年级[第1讲 循环小数与分数].



【典型问题】

挑战级数: ★

第一届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛·决赛一试第1题

1. 计算: $\frac{\frac{7}{18} \times 4\frac{1}{2} + \frac{1}{6}}{13\frac{1}{3} - 3\frac{3}{4} \div \frac{5}{16}} \times 2\frac{7}{8}$





【分析与解】 原式 = $\frac{\frac{7}{4} + \frac{1}{6}}{13\frac{1}{3} - 12} \times 2\frac{7}{8} = \frac{\frac{23}{12}}{\frac{4}{3}} \times \frac{23}{8} = 4\frac{17}{128}$

挑战级数：★★

第五届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛·复赛第1题

2. 计算：
$$\frac{19\frac{5}{9} + 3\frac{9}{10} - 5.22}{19\frac{5}{9} - 6\frac{27}{50} + 5.22} \div \left(\frac{1993 \times 0.4}{1995 \times 0.5} + \frac{1.6}{1995} \right)$$

【分析与解】 注意，作为被除数的这个繁分数的分子、分母均含有 $19\frac{5}{9}$ 。于是，我们想到改变运算顺序，如果分子与分母在 $19\frac{5}{9}$ 后的两个数字的运算结果一致，那么作为被除数的这个繁分数的值为1；如果不一致，也不会增加我们的计算量。所以我们决定改变作为被除数的繁分数的运算顺序。

而作为除数的繁分数，我们注意两个加数的分母相似，于是统一通分为 1995×0.5 。

具体过程如下：

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{19\frac{5}{9} \left(+ 3\frac{9}{10} - 5.22 \right)}{19\frac{5}{9} \left(- 6\frac{27}{50} + 5.22 \right)} \div \left(\frac{1993 \times 0.4}{1995 \times 0.5} + \frac{1.6}{1995} \right) \\ &= \frac{19\frac{5}{9} - 1.32}{19\frac{5}{9} - 1.32} \div \left(\frac{1993 \times 0.4}{1995 \times 0.5} + \frac{4 \times 0.4 \times 0.5}{1995 \times 0.5} \right) \\ &= 1 \div \left(\frac{1993 + 2}{1995} \times \frac{0.4}{0.5} \right) \\ &= 1 \div \frac{0.4}{0.5} \\ &= 1\frac{1}{4} \end{aligned}$$

北京市第三届“迎春杯”数学竞赛·决赛第一题第1题

3. 计算： $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1987}}}$

【分析与解】 原式 = $1 - \frac{1}{1 + \frac{1987}{1986}}$
 $= 1 - \frac{1986}{3973}$
 $= \frac{1987}{3973}$

挑战级数：★★

1999年全国小学数学奥林匹克·决赛B卷第2题

4. 计算：已知 $= \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{x + \frac{1}{4}}}} = \frac{8}{11}$ ，则 x 等于多少？

【分析与解】 方法一： $\frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{x + \frac{1}{4}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{4}{4x+1}}} = \frac{1}{1 + \frac{4x+1}{8x+6}} = \frac{8x+6}{12x+7} = \frac{8}{11}$ ，

交叉相乘有 $88x + 66 = 96x + 56$ ， $x = 1.25$ 。

方法二：有 $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{x + \frac{1}{4}}} = \frac{11}{8} = 1 + \frac{3}{8}$ ，所以 $2 + \frac{1}{x + \frac{1}{4}} = \frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3}$ ；所以

$x + \frac{1}{4} = \frac{3}{2}$ ，那么 $x = 1.25$ 。



5. 求 $4, 43, 443, \dots, \underbrace{44\dots43}_{9\text{个}4}$ 这 10 个数的和.

【分析与解】 方法一:

$$\begin{aligned}
 & 4 + 43 + 443 + \dots + \underbrace{44\dots43}_{9\text{个}4} \\
 &= 4 + (44 - 1) + (444 - 1) + \dots + (\underbrace{44\dots4}_{10\text{个}4} - 1) \\
 &= 4 + 44 + 444 + \dots + \underbrace{44\dots4}_{10\text{个}4} - 9 \\
 &= \frac{4}{9} \times \left(9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots9}_{10\text{个}9} \right) - 9 \\
 &= \frac{4}{9} \times \left[(10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) + \dots + \left(\underbrace{1000\dots0}_{10\text{个}0} - 1 \right) \right] - 9 \\
 &= \frac{4}{9} \times \underbrace{111\dots100}_{9\text{个}1} - 9 \\
 &= 4938271591.
 \end{aligned}$$

方法二: 先计算这 10 个数的个位数字和为 $3 \times 9 + 4 = 31$;

再计算这 10 个数的十位数字和为 $4 \times 9 = 36$, 加上个位的进位的 3, 为 $36 + 3 = 39$;

再计算这 10 个数的百位数字和为 $4 \times 8 = 32$, 加上十位的进位的 3, 为 $32 + 3 = 35$;

再计算这 10 个数的千位数字和为 $4 \times 7 = 28$, 加上百位的进位的 3, 为 $28 + 3 = 31$;

再计算这 10 个数的万位数字和为 $4 \times 6 = 24$, 加上千位的进位的 3, 为 $24 + 3 = 27$;

再计算这 10 个数的十万位数字和为 $4 \times 5 = 20$, 加上万位的进位的 2, 为 $20 + 2 = 22$;

再计算这 10 个数的百万位数字和为 $4 \times 4 = 16$, 加上十万位的进位的 2, 为 $16 + 2 = 18$;

再计算这 10 个数的千万位数字和为 $4 \times 3 = 12$, 加上百万位的进位的 1, 为 $12 + 1 = 13$;

再计算这 10 个数的亿位数字和为 $4 \times 2 = 8$, 加上千万位的进位的 1, 为 $8 + 1 = 9$;

最后计算这 10 个数的十亿位数字和为 $4 \times 1 = 4$, 加上亿位上没有进位, 即为 4.

所以, 这 10 个数的和为 4938271591.





挑战级数: ★

1995年全国小学数学奥林匹克·决赛A卷第2题

6. 如图1-1, 每一线段的端点上两数之和算作线段的长度, 那么图中6条线段的长度之和是多少?

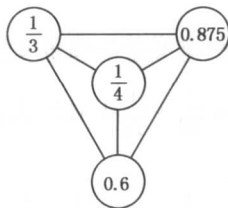


图1-1

【分析与解】 因为每个端点均有三条线段通过, 所以这6条线段的长度之和为:

$$3 \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + 0.6 + 0.875 \right) = 1 + 0.75 + 1.8 + 2.625 = 6.175 = 6\frac{7}{40}$$

挑战级数: ★★

1995年全国小学数学奥林匹克·初赛A卷第4题

7. 我们规定, 符号“ $\bigcirc$ ”表示选择两数中较大数的运算, 例如: $3.5 \bigcirc 2.9 = 3.5$. 符号“ $\triangle$ ”表示选择两数中较小数的运算, 例如: $3.5 \triangle 2.9 = 2.9$. 请计算:

$$\frac{\left(0.625 \triangle \frac{23}{33} \right) \times \left(\frac{155}{384} \bigcirc 0.4 \right)}{\left(\frac{1}{3} \bigcirc 0.3 \right) + \left(\frac{235}{104} \triangle 2.25 \right)}$$

【分析与解】 原式 = $\frac{0.625 \times \frac{155}{384}}{\frac{1}{3} + 2.25} = \frac{5}{8} \times \frac{155}{384} \div 2\frac{7}{12} = \frac{25}{256}$

挑战级数: ★

1996年全国小学数学奥林匹克·初赛B卷第5题

8. 规定③ = $2 \times 3 \times 4$, ④ = $3 \times 4 \times 5$, ⑤ = $4 \times 5 \times 6$, ⑩ = $9 \times 10 \times 11$, ... 如果

$\frac{1}{16} - \frac{1}{17} = \frac{1}{17} \times \square$, 那么方框内应填的数是多少?



【分析与解】 $\square = \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{17} \right) \div \frac{1}{17} = \frac{17}{16} - 1$
 $= \frac{16 \times 17 \times 18}{15 \times 16 \times 17} - 1 = \frac{1}{5}$

挑战级数：★★

北京市第二届“迎春杯”数学竞赛·决赛第二题第2题

9. 从和式 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12}$ 中必须去掉哪两个分数, 才能使得余下的分数之和等于1?

【分析与解】 因为 $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$, 所以 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{1}{12}$ 的和为1, 因此应去掉 $\frac{1}{8}$ 与 $\frac{1}{10}$.

挑战级数：★★★

1989年全国小学数学奥林匹克·决赛第4题

10. 如图1-2, 排列在一个圆图上10个数按顺时针次序可以组成许多个整数部分是一位的小数, 例如 $1.8929\dot{1}5929$. 那么在所有这种数中, 最大的一个是多少?

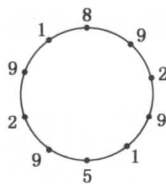


图1-2

【分析与解】 有整数部分尽可能大, 十分位尽可能大, 则有 $92918\cdots$ 较大, 于是最大的为 9.291892915 .

挑战级数：★★★

第一届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛·决赛二试第1题

11. 请你举一个例子, 说明“两个真分数的和可以是一个真分数, 而且这三个分数的分母谁也不是谁的约数”.

【分析与解】 有 $\frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{4}{15}$, $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{6}$, $\frac{1}{35} + \frac{1}{14} = \frac{1}{10}$.

评注:本题实质可以说是寻找孪生质数,为什么这么说呢?

注意到 $\frac{1}{a \times b} + \frac{1}{c \times b} = \frac{c+a}{a \times b \times c}$, 当 $a+c=b$ 时, 有 $\frac{1}{a \times b} + \frac{1}{c \times b} = \frac{c+a}{a \times b \times c} = \frac{1}{a \times c}$.

当 a, b, c 两两互质时, 显然满足题意.

显然当 a, b, c 为质数时一定满足, 那么两个质数的和等于另一个质数, 必定有一个质数为 2, 不妨设 a 为 2, 那么有 $2+c=b$, 显然 b, c 为一对孪生质数.

即可得出一般公式: $\frac{1}{2 \times (c+2)} + \frac{1}{c \times (c+2)} = \frac{1}{2 \times c}$, c 与 $c+2$ 均为质数即可.

挑战级数: ★★

12. 计算: $\left(1 - \frac{1}{2 \times 2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3 \times 3}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{10 \times 10}\right)$

【分析与解】

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{(2-1) \times (2+1)}{2 \times 2} \times \frac{(3-1) \times (3+1)}{3 \times 3} \times \cdots \times \frac{(10-1) \times (10+1)}{10 \times 10} \\ &= \frac{1 \times 3 \times 2 \times 4 \times 3 \times 5 \times 4 \times 6 \times 5 \times 7 \times 6 \times 8 \times 7 \times 9 \times 8 \times 10 \times 9 \times 11}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times \cdots \times 10 \times 10} \\ &= \frac{1 \times 2 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5 \times \cdots \times 9 \times 9 \times 10 \times 11}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times \cdots \times 9 \times 9 \times 10 \times 10} \\ &= \frac{1 \times 2 \times 10 \times 11}{2 \times 2 \times 10 \times 10} \\ &= \frac{11}{20}. \end{aligned}$$

挑战级数: ★★

第二届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛·决赛第6题

13. 已知 $a = \frac{11 \times 66 + 12 \times 67 + 13 \times 68 + 14 \times 69 + 15 \times 70}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} \times 100$. 问 a 的整数部分是多少?

【分析与解】

$$\begin{aligned} a &= \frac{11 \times 66 + 12 \times 67 + 13 \times 68 + 14 \times 69 + 15 \times 70}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} \times 100 \\ &= \frac{11 \times (65+1) + 12 \times (66+1) + 13 \times (67+1) + 14 \times (68+1) + 15 \times (69+1)}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} \times 100 \\ &= \left(1 + \frac{11 + 12 + 13 + 14 + 15}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69}\right) \times 100 \\ &= 100 + \frac{11 + 12 + 13 + 14 + 15}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} \times 100 \end{aligned}$$





因为 $\frac{11+12+13+14+15}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} \times 100 <$

$$\frac{11+12+13+14+15}{(11+12+13+14+15) \times 65} \times 100 = \frac{100}{65}, \text{ 所以 } a < 100 + \frac{100}{65} = 101 \frac{35}{65}.$$

同时 $\frac{11+12+13+14+15}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} \times 100 >$

$$\frac{11+12+13+14+15}{(11+12+13+14+15) \times 69} \times 100 = \frac{100}{69}, \text{ 所以 } a > 100 + \frac{100}{69} = 101 \frac{31}{69}.$$

综上有 $101 \frac{31}{69} < a < 101 \frac{35}{65}$.

所以 a 的整数部分为 101.

挑战级数: ★★★★★

第六届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛·复赛第8题

14. 问 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \cdots \times \frac{99}{100}$ 与 $\frac{1}{10}$ 相比, 哪个更大, 为什么?

【分析与解】 方法一: 令 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \cdots \times \frac{99}{100} = A$, $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \frac{8}{9} \times$

$$\cdots \times \frac{100}{101} = B, \text{ 有 } A \times B = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \cdots \times \frac{99}{100} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \frac{8}{9} \times \cdots \times \frac{100}{101} \\ = \frac{1}{101}.$$

而 B 中分数对应的都比 A 中的分数大, 则它们的乘积也是 $B > A$,

有 $A \times A < A \times B \left(= \frac{1}{101} \right) < \frac{1}{100} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$, 所以有 $A \times A < \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$, 那么 $A < \frac{1}{10}$.

即 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \cdots \times \frac{99}{100}$ 与 $\frac{1}{10}$ 相比, $\frac{1}{10}$ 更大.

方法二: 设 $A = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \cdots \times \frac{97}{98} \times \frac{99}{100}$,

则 $A^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \cdots \times \frac{99}{100} \times \frac{99}{100}$, 下面我们比较 A^2 与 $\frac{1}{100}$

的大小即可.

$$A^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \cdots \times \frac{99}{100} \times \frac{99}{100} \\ = \frac{1 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times \cdots \times 97 \times 97 \times 99 \times 99 \times 1}{2 \times 2 \times 4 \times 4 \times 6 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 96 \times 98 \times 98 \times 100 \times 100},$$

显然 $\frac{1 \times 3}{2 \times 2}, \frac{3 \times 5}{4 \times 4}, \frac{5 \times 7}{6 \times 6}, \cdots, \frac{97 \times 99}{98 \times 98}, \frac{99}{100}$ 都是小于 1 的, 所以有 $A^2 < \frac{1}{100}$,

于是 $A < \frac{1}{10}$.

