

● 高等学校教材

运筹学 简明教程

第二版

秦裕瑗 秦明复



高等教育出版社

高等学校教材

运筹学简明教程

第二版

秦裕琰 秦明复

高等教育出版社

内容提要

全书由线性规划、组合最优化和正交试验设计三个部分共八章所组成。与第一版相比,本版主要增加了整数规划,决策数不确定型动态规划,匹配、网络流和 H 圈的最优化等问题;增加了对科学计算软件 Mathematica 和线性规划软件 LINDO 的简介。

本版的一个特色是:讲清问题的基础理论和应用的同时,讲解使用软件求解数字题以及对问题作进一步讨论的方法。

本教程可作为经济、管理、工程专业的运筹学课程的教材,也可供具有矩阵基础知识的人员阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学简明教程/秦裕琰,秦明复编. —2版. —北

京:高等教育出版社,2006.6

ISBN 7-04-019320-5

I. 运... II. ①秦...②秦... III. 运筹学—高等学校—教材 IV. O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 032508 号

策划编辑	马 丽	责任编辑	董达英	封面设计	刘晓翔
版式设计	王艳红	责任校对	杨凤玲	责任印制	毛斯璐

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landaco.com
			http://www.landaco.com.cn
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
印 刷	北京未来科学技术研究所 有限责任公司印刷厂		
开 本	787×960 1/16	版 次	2000 年 10 月第 1 版 2006 年 6 月第 2 版
印 张	17.75	印 次	2006 年 6 月第 1 次印刷
字 数	320 000	定 价	18.90 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 19320-00

第一版前言

运筹学是用科学的方法研究各种优化问题,即有关“多、快、好、省”问题的学问。运筹学的理论内容丰富,它的实践背景和应用范围涉及到工业、农业、军事、经济、管理科学、计算机科学等领域。它具有鲜明的实用性和经济性。许多问题的解决丰富了数学理论和方法的发现,甚至产生了应用数学的多个新的分支。

近三十年来,第一编者从事运筹学的教学、科研与普及工作,深感在学科中如何用更简明的方法和观点论述其概念、理论、方法和算法,在向各行各业推广这一有力的工具,克服学科长期自我封闭现象,如何使之更接近于读者和听众,确有许多工作要做。

教材建设是一项基础工作。

编写一本教材是见仁见智的事。它表现在:选择哪些分支,每个分支讲授到什么深度,如何论述理论、方法与应用,以及有意识地注意论述教学有关的哪些事项等等。

在5年前,着手编写用于40学时运筹学讲义,以满足成人教育学院管理、经济专业的专业课和某些工程专业的选修课的需要。已经在二十来个小班(其中两个小班是编者自己施教的)试用。而今再次修改成这本教程。内容包括:

线性规划,特别以产品结构优化问题为讨论中心。

动态规划,只讲离散型、有确定阶段数的问题。

组合最优化,包括最短路的另一个应用,统筹方法,还有最小支撑树问题和最大匹配问题等。

正交试验设计方法,包括单指标、无(/有)交互作用的问题和处理多指标问题的两种方法。

教程主要从数字题入手;讨论有关问题时,注意基本概念的准确性;尽量采用更简明的数学工具、方法论述各种问题,以适应读者的实际文化基础。

书中强调使用运筹学软件包在计算机上算题的重要性,并介绍了一般的操作方法。

让读者了解如何从生产实际问题概括为数学模型的一般过程。

还用“能否更简单一点?”“还有什么用?”这两个提问,引导读者开展学科内容的讨论。

第二编者设计了一些例题,进行了计算核对,还对软件包的操作等问题做了

工作。这些将帮助读者理解概念和学习用计算机求解问题的方法。

各章末均附有练习题,部分还有答案。可供教师布置作业时选用。

第一编者在70年代研究了动态规划的基本原理,建议采用摹矩阵这一工具对离散型问题进行推理和计算。在80年代,在线性规划中提出指归形式这一概念,从一元一次方程出发,逐步得到单纯形算法的计算表格。在90年代,又类比导数与差分概念,得到了对称差分解法,从而有可能使组合最优化中许多基本问题,例如最短路问题,最小支撑树问题,最大匹配问题,最大流问题,旅行商问题等等,在统一的方法下,得到了许多熟知的概念、定理和算法。甚至,线性规划的改进单纯形算法也可以从这个方法直接得到。我们曾经多次在学术会议上向同行们请教。还在教学与普及工作中,把有关内容介绍给学生,似乎容易接受。在本教程中,我们也采用了有关的结果。

培养学生的创新思维是重要的。其实,任何一本教材的内容本身,就是前人创新的纪录。据说创新思维方法有一二十种。我们可以在一个小时里介绍完多个方法。可是,一个人真正能够自觉熟练地使用其中的一两个,需要反复不断地运用,熟练到像使用筷子的程度,也许才能有所创新,终身受益。古人说,与其伤其十指,不如断其一指。这是有道理的。

20世纪上半叶最伟大的数学家之一,D.希尔伯特在谈到他之所以能在数学上做出重要贡献,就在于他不断考虑能否把所探讨的问题化得简单一些。他的一个学生和助手,计算机科学的最重要的奠基人之一(有人称他为计算机之父),J.诺依曼爵士谈到,他自己做研究工作的秘诀就在于“简化”。

我们所得到的前述研究结果无非只是“能否更简单一点?”“还有什么用?”的思维方法的一些应用而已,得益于两位学者的教导。

对学生进行素质教育是重要的。其实任何一本教材的主要内容无一不是前人发扬其崇高素质(诚实、严谨、执着、实干)而得到的成果。教师们注意到了这一点,是能够通过教学工作实施素质教育的。

本教程可作为经济、管理专业类型的运筹学课程的教材,可作为工程专业的选修课教材,也可供各类短训班所选用,甚至可作为具有高中以上文化程度的读者的自学读物。它只是编者对运筹学教材改革的一份书面答卷。定有谬误欠妥之处。请同行学者和读者指正。

在编写本教程的过程中,郑州大学林诒勋教授关心鼓励,批评建议,支持成书。刘派锋老师慨然把他得到的中国旅行商问题的最优解图交本教程使用,武汉大学费浦生教授、华中师范大学毛经中教授、武汉海军工程大学吴树和教授审

读过线性规划部分书稿,提出过许多宝贵意见,邓旭东、任凤玲老师在过去四年中在武汉科技大学不少班级持续使用本教程。在此,编者对上述诸位以及对所有曾经给予支持、帮助和鼓励的学者、同行和学生们,表示深切的谢意。最后,第一编者还要感谢夫人傅赛珍。感谢她采用过本教材的某些部分,感谢她营造了一个良好的写作环境,帮助处理有关学术事务的全部工作,使此教程顺利定稿。

编 者

2000年8月于武汉科技大学

第二版前言

按照大学专业培养方案的规定,学生在学习了计算机基础课程之后,要结合专业计算机应用,安排后续计算机教学。

运筹学是一门后续课程。

如何与时俱进地在本课程中安排计算机教学,成为一项需要落实的任务。本教程的编者个人提出一些设想和建议,并付之实现。一方面供学生学习,另一方面向同行学者请教。

与第一版相比,本版在两个方面作了增删。一是增加了整数规划、决策数不确定型动态规划、匹配、网络流和 H 圈的最优化问题;增添了有关学科的一些资料。二是删去了第一版的“§4.4 运筹学软件的使用”一节以及所使用的软件 ORS 的内容;增加了对科学计算软件 Mathematica 和线性规划软件 LINDO 的简介,使用它们来讨论、计算各章有关问题。

趁这次改版的机会,我们还更正了先前的某些缺点,消除了文字、演算以及数值计算上的错误。

相信曾经学习第一版内容的读者同样能够比较轻松地接受此第二版的内容,他们将在使用软件、学习运筹学的过程中享受到更大的乐趣,得到更多的收获。

讲授本教程第二版的全部内容的课时数可能需要增加到 50 学时左右。

编 者

2005 年 2 月

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 58581897/58581896/58581879

传 真：(010) 82086060

E - mail：dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街 4 号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编：100011

购书请拨打电话：(010)58581118

目 录

第一部分 线性规划

第 1 章 线性规划与产品结构优化问题	2
§ 1.1 一个简单问题的提出	2
§ 1.2 解析几何法	4
§ 1.3 产品结构优化问题与线性规划的基本概念	8
§ 1.3.1 基本概念	8
§ 1.3.2 线性规划 一种数学模型	9
§ 1.3.3 对例 1.1 的思考	11
§ 1.4 计算机与运筹学	12
§ 1.4.1 计算机基础课程的后续教学	12
§ 1.4.2 科学计算软件 Mathematica	13
§ 1.4.3 用软件 Mathematica 求解例 1.1	17
练习 1	17
第 2 章 求解线性规划的有限改进法	20
§ 2.1 一元一次方程与有限改进法	20
§ 2.1.1 一元一次方程	20
§ 2.1.2 指归形式 有限改进法	21
§ 2.2 $m \times n$ 方程组 ($m = n$) 表上作业法	22
§ 2.2.1 2×2 方程组	22
§ 2.2.2 表上作业法	23
§ 2.2.3 3×3 方程组	24
§ 2.2.4 $m \times n$ 方程组 ($m = n$) 解的三种情形	25
§ 2.3 $m \times n$ 方程组 ($m < n$)	27
§ 2.3.1 1×4 方程	27
§ 2.3.2 2×4 方程组	27

§ 2.3.3	3 × 4 方程组	31
§ 2.3.4	基变换	32
§ 2.3.5	用软件 Mathematica 求解方程或方程组	34
§ 2.4	$m \times n$ 不等式组 ($m \leq n$)	35
§ 2.4.1	1 × 1 不等式	35
§ 2.4.2	2 × 2 不等式组	35
§ 2.5	线性规划的指归形式	37
§ 2.6	线性规划的解的几个问题	39
§ 2.6.1	可改进的可行解	39
§ 2.6.2	表上作业法	40
§ 2.6.3	求最小值问题	42
§ 2.6.4	无穷多个最优解的情形	43
§ 2.6.5	没有有限最优解的情形	44
§ 2.6.6	没有可行解的情形	44
§ 2.6.7	关于线性规划的解的几种情形	45
§ 2.7	线性规划的基本型	45
§ 2.8	≤ 型线性规划	48
§ 2.8.1	线性规划的四种型式	48
§ 2.8.2	≤ 型线性规划	48
§ 2.8.3	求解 ≤ 型线性规划的算法	49
§ 2.9	= 型线性规划 两步法与 M 法简述	50
§ 2.10	≥ 型与混合型线性规划	52
§ 2.10.1	≥ 型线性规划	52
§ 2.10.2	混合型题目	53
§ 2.10.3	变量的异型约束	53
§ 2.11	求解一般线性规划的一个算法	54
§ 2.12	用软件 Mathematica 求解一般线性规划的数字题	55
§ 2.12.1	函数 LinearProgramming[c, m, b]	56
§ 2.12.2	提示信息	57
§ 2.12.3	软件 Mathematica 的一个基本概念: 隔间 (Cell)	59
练习 2		60

第 3 章 产品结构优化问题的进一步讨论 整数规划简介 62

§ 3.1	一个数字例及其基本公式	62
§ 3.1.1	一个数字例	62

§ 3.1.2 一组基本公式	64
§ 3.1.3 基本公式的矩阵形式	65
§ 3.1.4 问题的进一步提出	66
§ 3.2 新产品投入生产问题	68
§ 3.3 变更技术参数或利润率的问题	71
§ 3.3.1 变更技术参数问题	71
§ 3.3.2 调整利润率问题	72
§ 3.4 改变资源投入问题	75
§ 3.5 利润率全调整问题	78
§ 3.6 限定资源必须用尽问题 一个悖论	79
§ 3.6.1 一个数字例	79
§ 3.6.2 用软件 Mathematica 分析悖论问题	82
§ 3.7 增加约束条件问题	84
§ 3.8 影子价格与对偶问题	88
§ 3.8.1 问题的提出	88
§ 3.8.2 影子价格	89
§ 3.8.3 对偶问题	90
§ 3.9 整数规划简述	91
§ 3.9.1 求整数最优解问题的提出	91
§ 3.9.2 整数规划的两种算法	93
§ 3.9.3 用软件 Mathematica 求解整数规划	96
§ 3.10 线性规划软件 LINDO	100
§ 3.10.1 软件 LINDO 简介	100
§ 3.10.2 运行与输出	102
练习 3	103
第 4 章 线性规划的实例与实务	106
§ 4.1 建立产品结构优化问题的一般过程	106
§ 4.1.1 客观基础和一般过程	106
§ 4.1.2 食用油的结构优化问题	108
§ 4.1.3 几点思考	110
§ 4.1.4 目标函数问题	111
§ 4.2 决策变量的选择 配套问题	113
§ 4.2.1 配套问题	113
§ 4.2.2 决策变量问题	117

§ 4.2.3 主约束条件问题	118
§ 4.3 数据的收集 种植与运输问题	119
§ 4.3.1 种植问题	119
§ 4.3.2 运输问题	120
§ 4.3.3 数据的收集与管理问题	121
§ 4.4 整数规划题目	122
§ 4.4.1 值班问题	122
§ 4.4.2 投资问题	124
§ 4.4.3 第一部分的小结	128
练习 4	129

第二部分 组合最优化

第 5 章 最短路问题与动态规划	132
§ 5.1 图及其基本概念	132
§ 5.1.1 图及其图形	132
§ 5.1.2 用软件 Mathematica 绘制组合图形	133
§ 5.1.3 基本概念	135
§ 5.2 最短路问题	137
§ 5.2.1 组合最优化与最短路问题的定义	137
§ 5.2.2 最短路的基本性质	138
§ 5.3 多阶段有向图中的最短路问题	140
§ 5.4 摹矩阵 表上作业法	142
§ 5.5 决策数确定型动态规划	147
§ 5.5.1 Bellman 最优化原理	147
§ 5.5.2 Bellman 递推公式	147
§ 5.5.3 图论模型	149
§ 5.5.4 关于动态规划的一点资料	150
§ 5.6 两个数字例	151
§ 5.7 设备更新问题	154
§ 5.8 动态库存问题	155
§ 5.9 资源分配问题	158
§ 5.10 摹多项式 资源分配问题(续)	160
§ 5.11 决策数不确定型动态规划	162
§ 5.11.1 一个数字例	162

§ 5.11.2 Bellman 最优化原理与递推公式	164
§ 5.11.3 数字题的求解	166
§ 5.12 软件 Mathematica 的另一个基本概念:表达式	167
§ 5.12.1 原则集	167
§ 5.12.2 基本结构和原则:表达式	167
§ 5.12.3 表达式的三种表示形式	170
§ 5.13 用软件 Mathematica 编制求解动态规划问题的程序	173
§ 5.13.1 自定义的表达式和程序	173
§ 5.13.2 赋权多阶段有向图上的求解最短路的程序	174
§ 5.13.3 赋权无回路有向图的求解最短路的程序	177
练习 5	179
第 6 章 统筹问题	183
§ 6.1 统筹问题概述	183
§ 6.2 可调节事物过程的图形表示	185
§ 6.2.1 事物过程的图形表示	185
§ 6.2.2 图形表示的绘制方法	187
§ 6.3 图形表示的正则编号	189
§ 6.4 求解统筹问题的算法	191
§ 6.4.1 关键路	191
§ 6.4.2 求解最长路及其长度的算法	193
§ 6.4.3 活动流水图的绘制	194
§ 6.4.4 活动流水图的使用	197
§ 6.5 活动流水图的调整	198
§ 6.6 活动流水图的调整(续)	202
§ 6.7 非决定型问题	203
练习 6	206
第 7 章 树、匹配、流与圈的最优化问题	208
§ 7.1 树及其基本性质	208
§ 7.2 最小支撑树问题	210
§ 7.3 求解最小支撑树的四个算法	211
§ 7.4 求解最小支撑树的数字例	214
§ 7.5 二分图	216
§ 7.6 二分图的最大匹配问题	217

§ 7.6.1 二分图的(边数)最大匹配问题	217
§ 7.6.2 用数学软件求解二分图的(边数)最大匹配与(权和)最优匹配	220
§ 7.7 二分图的峰值最小(/谷值最大)的匹配问题	223
§ 7.7.1 问题的提出	223
§ 7.7.2 门槛算法	224
§ 7.8 最大流问题	226
§ 7.8.1 循环流	226
§ 7.8.2 网络与最大流问题	228
§ 7.8.3 Ford-Fulkerson 算法	230
§ 7.8.4 用软件求解最大流问题与最小费用最大流问题	233
§ 7.9 巡回商问题	235
§ 7.9.1 巡回商问题的提出	235
§ 7.9.2 用软件求解数字巡回商问题	236
§ 7.10 近似算法简介	238
练习 7	241

第三部分 正交试验设计

第 8 章 正交试验设计	244
§ 8.1 引言	244
§ 8.2 数字例	245
§ 8.3 正交表	246
§ 8.4 正交表的使用	247
§ 8.5 试验结果分析	248
§ 8.5.1 因素水平分析	248
§ 8.5.2 因素的极差分析	250
§ 8.5.3 优选方案分析	251
§ 8.5.4 小结与思考	251
§ 8.6 有交互作用的项目	254
§ 8.6.1 交互作用	254
§ 8.6.2 数字例	255
§ 8.7 多指标试验分析方法	257
§ 8.7.1 综合评分法	257
§ 8.7.2 综合平衡法	259
§ 8.8 本教程的结束语	260

§ 8.8.1 运筹学的一些基本特点	260
§ 8.8.2 运筹学的进一步应用举例	260
§ 8.8.3 互联网上的运筹学	262
练习 8	263

第一部分 线性规划

本部分通过讲解产品结构优化问题来讨论线性规划,并简单介绍整数规划.它由前四章所组成.

第1章通过产品结构优化问题和线性规划模型,讲解几何方法和基本概念.

第2章集中讲求解线性规划模型的方法.许多教材使用 n 维空间概念以建立单纯形方法.这是学习线性规划的一个难点.我们提出一个基本概念:指归形式.以它为主导,从一元一次方程出发,花不多的篇幅,就导出有限改进法,它与人们熟知的单纯形法等价.

第3章讨论产品结构优化问题中衍生出来的诸多实际题目.第一类如改变资源量、利润率、技术参数、约束条件对答案的影响以及影子价格等等.它们都能在线性规划范围内解决.第二类,一个重要的情形就是将决策变量限定为各种范围内的整数.它与第一类的题目很不一样.需要建立整数线性规划模型来求解.我们对这个规划的求解方法进行了简要的介绍.

第4章除了进一步介绍线性规划和整数规划的另一一些基本应用问题外,讨论发现产品结构优化问题的客观基础和一般过程,以及在从事实际应用问题、特别是产品结构优化工作时,所应注意的诸项实务.

本教程以科学计算软件 Mathematica 与线性规划软件 LINDO 为基础,讨论求解运筹学的种种题目.我们将把这两个软件的使用方法和有关内容分散融入到有关章节进行简要讨论.

第 1 章

线性规划与产品结构优化问题

本章共分四节,讨论产品结构优化问题的提出、简单问题的几何解法,由此引出线性规划模型和一些基本概念,最后,作为计算机教学的一门后续课程——运筹学,开始讨论科学计算软件 Mathematica 的必要概念和操作技术,并应用它来为运筹学服务.

§ 1.1 一个简单问题的提出

例 1.1 某加工车间要把多余的 27 kg 塑料和 290 度电加工成甲、乙两种管状的产品.生产 1 m 甲产品需要 2 kg 塑料和 40 度电.生产 1 m 乙产品需要 3 kg 塑料和 10 度电.售出 1 m 甲产品的利润是 7 元,1 m 乙产品的利润是 6 元.问如何组织生产.

人们设计了下面的一个表.

表 1.1

	甲(m)	乙(m)	限 值
售出利润(元)	7	6	?
塑料(kg)	2	3	27
电(度)	40	10	290

先来核对表 1.1 与题目.

最上行与最左列叫做说明行和说明列.余下的数据,共有 3 行,被横线分成两部分.共有 3 列,被竖线分开.可以合并这些数据与说明,按行或按列来阅读.

按列可知:第一列是讲甲产品的.生产 1 m 需 2 kg 塑料和 40 度电,可得利润 7 元.第二列是讲乙产品的.生产 1 m 需 3 kg 塑料和 10 度电,可得利润 6 元.第三列在竖线之右,它表示可供应的资源至多是 27 kg 塑料和至多 290 度电.还用一