东师教辅

3+X

一本通

YIBENTONG

初中三年级

数学
英语
语文

超低价版

东北师范大学出版社

3+X
一本通

YIBENTONG

初中三年级

东北师范大学出版社
长 春

图书在版编目(CIP)数据

卓越解题．初三数学、英语、语文/蒋念祖主编．—长春：东北师范大学出版社，2000.5

ISBN 7-5602-2589-6

Ⅰ.卓…　Ⅱ.蒋…　Ⅲ.①数学课-初中-教学参考资料②英语课-初中-教学参考资料③语文课-初中-教学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第25699号

□出 版 人：贾国祥
□责任编辑：赵　爽
□封面设计：魏国强
□责任校对：吴文超
□责任印制：栾嘉湖

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街138号(130024)
电话：0431—5695744　5688470
传真：0431—5695734
东北师范大学出版社激光照排中心制版
长春科技印刷厂印刷
2002年1月第2版　2002年1月第1次印刷
开本：880 mm×1230 mm 1/32　印张：24.625　字数：949千

定价：13.00元

Cherio

目　录

Cherio

卓越

zhuoyue jieti

解题

初中三年级

数学

Chexio

第一部分 代 数

一元二次方程

一元二次方程

选 择 题

1. $px^2-3x+p^2-p=0$ 是关于 x 的一元二次方程，则

A. $p=1$　　B. $p>0$　　C. $p\neq 0$　　D. p 为任意实数

常规解答　由一元二次方程定义知：$p\neq 0$，本题选 C.

2. 下列方程中，是一元二次方程的为

A. $x^2=x(x+1)$　　B. $x^2+\frac{1}{x^2}=0$　C. $3x^2+5x=9$　D. $(x+1)(x^2-x+1)=3$

常规解答　含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 的方程是一元二次方程.
A、B、C、D 中只有 C 符合定义，因此本题选 C.

填 空 题

1. 方程 $3x^2-5=0$ 的一次项系数为________，常数项为____.

常规解答　一次项系数为 0，常数项为 −5.

2. 将方程 $(y+\sqrt{y})(y-\sqrt{y})+(2y+1)^2=4y-5$ 化成一般式，结果为____.

常规解答　$(y+\sqrt{y})(y-\sqrt{y})+(2y+1)^2=4y-5$

$y^2-y+4y^2+4y+1=4y-5$

移项，合并同类项得：$5y^2-y+6=0$

3. 方程 $abx^2+cx+d=0(ab\neq 0)$ 是关于 x 的一元二次方程，它的二次项为____，一次项为____，常数项为____.

常规解答　二次项为 abx^2，一次项为 cx，常数项为 d.

Cherio

4. 一元二次方程 $2x^2+4x-1=0$ 的二次项系数,一次项系数及常数项之和为______.

常规解答 二次项系数 $a=2$,一次项系数 $b=4$,常数项 $c=-1$,则 $a+b+c=2+4-1=5$,即本题的答案为 5.

5. 方程 $\sqrt{2}x(x-1)-3=\sqrt{3}x(x+1)$ 化为一般形式后(要使二次项系数为正数),它的二次项系数,一次项系数,常数项分别为 a、b、c,则 $a+b=$____,$a\cdot b=$____,$a+b+c=$____.

常规解答 去括号得:$\sqrt{2}x^2-\sqrt{2}x-3=\sqrt{3}x^2+\sqrt{3}x$

移项,整理得:$(\sqrt{3}-\sqrt{2})x^2+(\sqrt{3}+\sqrt{2})x+3=0$

$\therefore\quad a=\sqrt{3}-\sqrt{2}\quad b=\sqrt{3}+\sqrt{2}\quad c=3$

$\therefore\quad a+b=\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{2}=2\sqrt{3}$

$a\cdot b=(\sqrt{3}-\sqrt{2})\cdot(\sqrt{3}+\sqrt{2})=1\quad a+b+c=2\sqrt{3}+3$

6. 把下列方程化成一元二次方程的一般形式,再分别写出它们的二次项系数,一次项系数,常数项.

(1) $(3x+2)^2=4(x-3)^2$ (2) $(2x-7)^2-(x-12)^2=8(10-x)$

(3) $(3x-1)(x-1)=(4x+1)(x-1)$

(4) $(2x^2-3x-2)n^2+(1-x^2)m^2=mn(1+x^2)\quad(2n^2-mn-m^2\neq0)$

常规解答 (1)由题意:$9x^2+12x+4=4(x^2-6x+9)$

去括号得:$9x^2+12x+4=4x^2-24x+36$

移项,合并同类项得:$5x^2+36x-32=0$

二次项系数是 5,一次项系数是 36,常数项是 -32.

(2)略解:一般形式为:$3x^2+4x-175=0$

二次项系数是 3,一次项系数是 4,常数项是 -175.

(3)略解:一般形式为:$x^2+x-2=0$

二次项系数为 1,一次项系数为 1,常数项为 -2.

(4)略解:一般形式为:

$(2n^2-mn-m^2)x^2-3n^2x-2n^2+m^2-mn=0$

二次项系数是 $2n^2-mn-m^2$,一次项系数是 $-3n^2$,常数项是 $-2n^2+m^2-mn$.

一元二次方程的解法

选择题

1. 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 有一根为 0 的条件是

A. $b=0$　　B. $c=0$　　C. $b\neq0$　　D. $c\neq0$

常规解答　设 $x=0$ 是 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的一个根，则 $a\cdot0^2+b\cdot0+c=0$　即 $c=0$　∴　本题选 B.

2. 方程 $2x^2=1$ 的解是

A. $x=\pm\frac{1}{2}$　　B. $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $x=\frac{1}{2}$　　D. $x=\sqrt{2}$

常规解答　$2x^2=1$　$x^2=\frac{1}{2}$　$x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$，本题选 B.

3. 方程 $2x^2-0.15=0$ 的解是

A. $x=\sqrt{0.075}$　　B. $x=-\frac{1}{20}\sqrt{30}$

C. $x_1=0.27, x_2=-0.27$　　D. $x_1=\frac{1}{20}\sqrt{30}, x_2=-\frac{1}{20}\sqrt{30}$

常规解答　$2x^2-0.15=0$

方程两边同乘以 100，得：$200x^2-15=0$

移项，整理得：$x^2=\frac{15}{200}$　即 $x^2=\frac{30}{400}$

解得：$x_1=\frac{\sqrt{30}}{20}, x_2=-\frac{\sqrt{30}}{20}$，本题选 D.

发散思维　(1)方程的根若是二次根式，则必须将其化成最简二次根式.

(2)形如 $(x+p)^2=q(q\geqslant0)$ 的方程都可以用直接开平方法求解.

4. 方程 $x^2-8x+5=0$ 左边配成一个完全平方式后，所得的方程是

A. $(x-6)^2=11$　　B. $(x-4)^2=11$　　C. $(x-4)^2=21$　　D. 以上都不对

常规解答　$x^2-8x+5=0$

$x^2-8x+16-16+5=0$

$(x-4)^2-11=0$ 即 $(x-4)^2=11$，本题选 B

5. 方程 $x^2+\frac{3}{2}x+4=0$ 左边配成一个完全平方式后，所得的方程是

A. $\left(x+\frac{3}{4}\right)^2=-\frac{55}{16}$　　B. $\left(x+\frac{3}{4}\right)^2=\frac{55}{16}$

C. $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2=-\frac{15}{4}$　　D. 以上答案都不对

常规解答　$x^2+\frac{3}{2}x+4=0$

$x^2+\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}-\frac{9}{16}+4=0$　即 $\left(x+\frac{3}{4}\right)^2+\frac{55}{16}=0$

$\left(x+\frac{3}{4}\right)^2=-\frac{55}{16}$ 本题选 A.

6. 方程 $3x^2+\sqrt{2}x-6=0$ 左边配成一个完全平方式后,所得的方程为

A. $\left(x+\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^2=-\frac{37}{18}$ B. $\left(x+\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^2=\frac{37}{18}$ C. $\left(x+\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^2=\frac{35}{18}$ D. 以上都不对

常规解答 $3x^2+\sqrt{2}x-6=0$

$x^2+\frac{\sqrt{2}}{3}x-2=0$

$x^2+\frac{\sqrt{2}}{3}x+\frac{1}{18}-\frac{1}{18}-2=0$

即 $\left(x+\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^2-\frac{37}{18}=0$, $\left(x+\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^2=\frac{37}{18}$ 本题选 B.

发散思维 用配方法解一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的基本步骤如下:

①将二次项系数化为 1: $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$

②配上一次项系数一半的平方:

$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}=0$

$\left(x+\frac{b}{2a}^2\right)-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}=0$

③移项,整理得: $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

当 $b^2-4ac\geqslant0$ 时,就可用直接开平方法解出该方程:

$x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

整理得: $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}(b^2-4ac\geqslant0)$

这就是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的求根公式.

7. 方程 $x^2=x+1$ 的根为

A. $x=\sqrt{x+1}$ B. $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

C. $x=\pm\sqrt{x+1}$ D. $x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{5}$

常规解答 $x^2=x+1$

移项整理得: $x^2-x-1=0$

$a=1, b=-1, c=-1$ $\therefore$ $b^2-4ac=(-1)^2-4\times1\times(-1)$

Chexio

即 $b^2-4ac=5$ $\therefore$ $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

即本题选 B.

8. 方程 $2x^2+x=0$ 的解为

A. $x_1=0, x_2=\frac{1}{2}$ B. $x_1=0, x_2=-2$

C. $x=-\frac{1}{2}$ D. $x_1=0$ $x_2=-\frac{1}{2}$

常规解答 $2x^2+x=0$ 即 $x(2x+1)=0$

$\therefore$ $x=0$ 或 $2x+1=0$ $\therefore$ $x_1=0, x_2=-\frac{1}{2}$ 本题选 D.

9. 方程 $2x(x-3)=5(x-3)$ 的根为

A. $x=\frac{5}{2}$ B. $x=3$ C. $x_1=3, x_2=\frac{5}{2}$ D. $x=-\frac{5}{2}$

常规解答 $2x(x-3)=5(x-3)$

移项得：$(x-3)(2x-5)=0$

$\therefore$ $x-3=0$ 或 $2x-5=0$ $x_1=3, x_2=\frac{5}{2}$

本题选 C.

填空题

1. 一元二次方程 $x^2-12=0$ 的两根为____.

常规解答 $x^2=12$ $x=\pm\sqrt{12}$ $x=\pm2\sqrt{3}$

2. 方程 $x(x+1)=2$ 的根为____.

常规解答 $x(x+1)=2$ 去括号：$x^2+x=2$

移项整理得：$x^2+x-2=0$ 即 $(x+2)(x-1)=0$

$\therefore$ $x_1=-2, x_2=1$

3. 已知 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 有一个根为 1，则 $a+b+c=$____.

常规解答 由题意知：$x=1$ 适合原方程.

$\therefore$ $a\times1^2+b\times1+c=0$ 即 $a+b+c=0$

4. 直角 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，斜边 $AB=5$，直角边 AC 比直角边 BC 大 1，则两条直角边的长为____.

常规解答 设 BC 长为 x，则 AC 长 $x+1$，由勾股定理可得：$x^2+(x+1)^2=5^2$

即：$2x^2+2x-24=0$ 即 $x^2+x-12=0$

$(x-3)(x+4)=0$ $\therefore$ $x=3$(舍负)

两条直角边的长为 3 和 4.

5. 如果二次三项式 x^2-6x+m^2 是一个完全平方式，那么 m 的值为____.

常规解答 由题意：$m^2=9$ $\therefore$ $m=\pm 3$

6. 已知 $x=1$ 是方程 $x^2-mx+m^2-m-1=0$ 的根，则 m 的值为____，此时方程为____.

常规解答 将 $x=1$ 代入原方程，整理得

$m^2-2m=0$ 解得 $m=0$ 或 $m=2$

当 $m=0$ 时，方程即为 $x^2-1=0$

当 $m=2$ 时，方程即为 $x^2-2x+1=0$

解方程

1. $25x^2=6$

常规解答 $x^2=\frac{6}{25}$ $\therefore$ $x=\pm\frac{\sqrt{6}}{5}$

$x_1=\frac{\sqrt{6}}{5}, x_2=-\frac{\sqrt{6}}{5}$

2. $y^2-2y-35=0$

常规解答

解法一 （配方法）$y^2-2y-35=0$

$y^2-2y+1-1-35=0$

$(y-1)^2=36$ $\therefore$ $y-1=\pm 6$

$\therefore$ $y-1=6$ 或 $y-1=-6$

$\therefore$ $y_1=7$ $y_2=-5$

解法二 （因式分解法） $y^2-2y-35=0$

$(y+5)(y-7)=0$

$\therefore$ $y+5=0$ 或 $y-7=0$

$\therefore$ $y_1=-5$ $y_2=7$

3. $\sqrt{5}y^2+\sqrt{3}y=0$

Chexio

常规解答 （因式分解法）$\sqrt{5}y^2+\sqrt{3}y=0$

$\therefore\ y(\sqrt{5}y+\sqrt{3})=0$

$\therefore\ y=0$ 或 $\sqrt{5}y+\sqrt{3}=0$

$\therefore\ y_1=0\quad y_2=-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{15}}{5}$

发散思维 对于一元二次方程 $ax^2+bx=0(a\neq0)$ 通常采取因式分解法来解方程.

---

4. $10x^2-11x-6=0$

常规解答 （因式分解法）$10x^2-11x-6=0$

$(2x-3)(5x+2)=0$

$\therefore\ 2x-3=0$ 或 $5x+2=0$

$\therefore\ x_1=\frac{3}{2}\quad x_2=-\frac{2}{5}$

---

5. $9(x-2)^2=4(x+1)^2$

常规解答 （因式分解法）$9(x-2)^2=4(x+1)^2$

$\therefore\ 9(x-2)^2-4(x+1)^2=0$

$\therefore\ [3(x-2)+2(x+1)][3(x-2)-2(x+1)]=0$

即 $(5x-4)(x-8)=0$

$\therefore\ x_1=\frac{4}{5}\quad x_2=8$

---

6. $x^2-(\sqrt{2}-\sqrt{3})x-\sqrt{6}=0$

常规解答 （因式分解法） $x^2-(\sqrt{2}-\sqrt{3})x-\sqrt{6}=0$

$x^2-(\sqrt{2}-\sqrt{3})x-\sqrt{2}\times\sqrt{3}=0$

$\therefore\ (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{3})=0$

$\therefore\ x_1=\sqrt{2},x_2=-\sqrt{3}$

---

7. $x^2-x-5=0$

常规解答 （公式法） $x^2-x-5=0$

$a=1,b=-1,c=-5\quad b^2-4ac=21$

$\therefore\ x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{1\pm\sqrt{21}}{2}$

$\therefore\ x_1=\frac{1+\sqrt{21}}{2}\quad x_2=\frac{1-\sqrt{21}}{2}$

Cherio

8. $(x+1)^2+2x(x+1)+x^2=1$

常规解答

解法一　(配方法)$(x+1)^2+2x(x+1)+x^2=1$

$[(x+1)+x]^2=1$

即　$(2x+1)^2=1$

$\therefore$　$2x+1=1$ 或 $2x+1=-1$

$\therefore$　$x_1=0$　$x_2=-1$

解法二　(因式分解法)$(x+1)^2+2x(x+1)+x^2=1$

$(x+1)^2+2x(x+1)+x^2-1=0$

$\therefore$　$(x+1)^2+2x(x+1)+(x+1)(x-1)=0$

$\therefore$　$(x+1)[(x+1)+2x+x-1]=0$

$\therefore$　$(x+1)\cdot 4x=0$

$\therefore$　$x_1=0, x_2=-1$

9. $x^2-(1+2\sqrt{3})x+3+\sqrt{3}=0$

常规解答　(因式分解法)　$x^2-(1+2\sqrt{3})x+3+\sqrt{3}=0$

$x^2-(1+2\sqrt{3})x+\sqrt{3}(1+\sqrt{3})=0$

$\therefore$　$(x-\sqrt{3})(x-1-\sqrt{3})=0$

$\therefore$　$x_1=\sqrt{3}$　$x_2=1+\sqrt{3}$

10. $x^2-(1+2\sqrt{3})x+\sqrt{3}-3=0$

常规解答　(公式法)$x^2-(1+2\sqrt{3})x+\sqrt{3}-3=0$

$a=1, b=-(1+2\sqrt{3}), c=\sqrt{3}-3, b^2-4ac=(1+2\sqrt{3})^2-4\times(\sqrt{3}-3)=25$

$\therefore$　$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{1+2\sqrt{3}\pm5}{2}$

$\therefore$　$x_1=3+\sqrt{3}$　$x_2=\sqrt{3}-2$

11. $x^2+3mx-54m^2=0$　$(m\neq0)$

常规解答　(因式分解法)　$x^2+3mx-54m^2=0$

$\therefore$　$(x-6m)(x+9m)=0$

$\therefore$　$x_1=6m$　$x_2=-9m$

12. $15m^2x^2-17mx-18=0$　$(m\neq0)$

常规解答 （因式分解法） $15m^2x^2-17mx-18=0$

$\therefore\quad (3mx+2)(5mx-9)=0$

$\therefore\quad 3mx+2=0$ 或 $5mx-9=0$

$\therefore\quad x_1=-\dfrac{2}{3m},x_2=\dfrac{9}{5m}$

13. $mnx^2-(m^2+n^2)x+mn=0\quad(mn\neq0)$

常规解答 （因式分解法） $mnx^2-(m^2+n^2)x+mn=0$

$\therefore\quad (mx-n)(nx-m)=0$

$\therefore\quad mx-n=0$ 或 $nx-m=0$

$\therefore\quad x_1=\dfrac{n}{m},x_2=\dfrac{m}{n}$

14. $x^2-2mx-n^2+m^2=0$

常规解答 （因式分解法） $x^2-2mx-n^2+m^2=0$

$\therefore\quad x^2-2mx+m^2-n^2=0$

$\therefore\quad (x-m)^2-n^2=0$

$\therefore\quad (x-m+n)(x-m-n)=0$

$\therefore\quad x_1=m-n\qquad x_2=m+n$

15. $(a-b)x^2+(b-c)x+(c-a)=0\quad(a\neq b)$

常规解答 （因式分解法） $(a-b)x^2+(b-c)x+(c-a)=0$

$\therefore\quad [(a-b)x+a-c](x-1)=0$

$\therefore\quad (a-b)x+a-c=0$ 或 $x-1=0$

$\therefore\quad x_1=\dfrac{c-a}{a-b},x_2=1$

一元二次方程的根的判别式

选择题

1. 已知方程 $3x^2+4x=0$，它的判别式为

A.4　　B.13　　C.16　　D.19

常规解答 $a=3,b=4,c=0$，判别式$\triangle=b^2-4ac=16-4\times3\times0=4$，本题选 A.

2. 下列方程中有两个相等的实根的是

A. $2x^2+4x+35=0$　　B. $x^2+1=2x$

C. $(x-1)^2=-1$　　D. $5x^2+4x=1$

常规解答 A选择项中：$2x^2+4x+35=0$

$a=2, b=4, c=35$，$\triangle=4^2-4\times2\times35=-264<0$。同理，经计算可知 B、C、D 选择项中，只有方程 $x^2+1=2x$ 的判别式 $\triangle=0$，因此本题选B.

---

3. 下列方程中，无实数根的方程是

A. $x^2+1=0$　　B. $x^2+x=0$　　C. $x^2+x-1=0$　　D. $x^2-x=0$

常规解答 A选择项中，$x^2+1=0$

$a=1, b=0, c=1$　$\therefore$　$\triangle=b^2-4ac=-4<0$

$\therefore$　本题选A.

---

4. 关于 x 的方程 $x^2-mx+m-2=0$，对其根的情况叙述正确的是

A. 有两个不相等的实数根　　B. 有两个相等的实数根

C. 没有实数根　　D. 无法确定

常规解答 由题意，判别式

$$\begin{aligned}\triangle&=m^2-4(m-2)\\&=m^2-4m+8\\&=(m-2)^2+4>0\end{aligned}$$

$\therefore$　原方程有两个不相等的实数根.

$\therefore$　本题选A.

---

5. 关于 x 的方程 $ax^2-2x+1=0$ 中，如果 $a<0$，那么根的情况是

A. 有两个相等的实数根　　B. 有两个不相等的实数根

C. 没有实数根　　D. 不能确定

常规解答 $\because$　$a\neq0$　$\therefore$　$ax^2-2x+1=0$ 是一元二次方程，其判别式 $\triangle=(-2)^2-4a=4-4a$

$\because$　$a<0$　$\therefore$　$4-4a>0$　即方程有两个不相等的实数根，$\therefore$　本题选B.

---

6. 已知某一元二次方程根的判别式 $\triangle=16+8k$ 若此方程有实根，则实数 k 的取值范围是

A. $k\leqslant-2$　　B. $k\geqslant-2$　　C. $k>-2$　　D. $k=-2$

常规解答 $\triangle=16+8k\geqslant0$ 时，即 $k\geqslant-2$ 时，该方程有实根，因此本题选B.

---

7. 已知 a、b、c 是 $\triangle ABC$ 三条边的长，那么方程 $cx^2+(a+b)x+\frac{c}{4}=0$ 的根的情况为

A. 没有实数根　　B. 有两个不相等的实数根

C. 有两个相等的实数根　　D. 无法确定