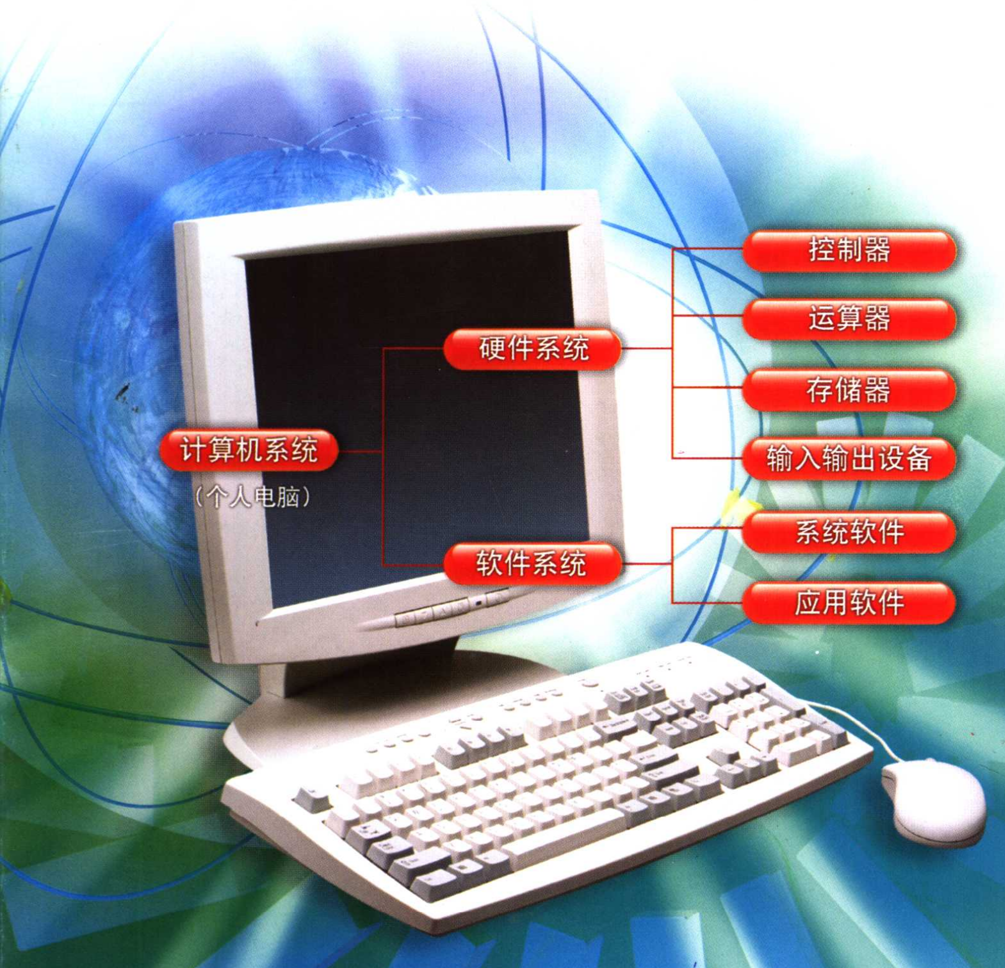
经全国中小学教材审定委员会
2005年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

数学

选修 1–2

人民教育出版社　课程教材研究所
中学数学教材实验研究组　编著



人民教育出版社

B版

普通高中课程标准实验教科书

数学

选修 1-2

人民教育出版社 课程教材研究所
中学数学教材实验研究组 编著

人民教育出版社

B版

主　　编　　高存明

本册主编　　陈宏伯

编　　者　　高尚华　刘长明　李华英

　　　　　　黄　铎　陈宏伯　李沍岸

责任编辑　　刘长明

美术编辑　　李宏庆　王　喆

封面设计　　李宏庆

普通高中课程标准实验教科书

数　学

选修 1－2

B 版

人民教育出版社　课程教材研究所
中学数学教材实验研究组　编著

*

人民教育出版社出版发行

网址：http://www.pep.com.cn

人民教育出版社印刷厂印装　全国新华书店经销

*

开本：890 毫米×1 240 毫米　1/16　印张：6.25　字数：120 000

2005 年 6 月第 1 版　2006 年 1 月第 4 次印刷

ISBN 7－107－18807－0
G・11897（课）　定价：7.10 元

如发现印、装质量问题，影响阅读，请与出版科联系调换。

（联系地址：北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼　邮编：100081）

本册导引

同学们：

在学习了高中数学必修课程5个模块和高中数学选修1-1模块以后，现在你即将进入本模块选修1-2的学习，本模块将继续为你提高数学素养，为你今后在人文、社会科学等方向的发展打下必要的基础.

本册共有四章内容，它们是：统计案例，推理与证明，数系的扩充与复数的引入，框图.

第一章“统计案例”，是你在完成必修课程数学3中“统计”“概率”的基础上来学习的. 在数学3的学习中，你已经较为系统地经历过数据处理的全过程，从中学习了一些数据处理的方法，能够运用所学统计知识与统计方法解决一些实际问题，并初步了解了随机现象和概率的意义. 在本章的学习中，你将通过一些典型统计案例的讨论，进一步学习一些常见的统计方法，增强你对统计思想、统计方法的理解，提高你运用统计思想、统计方法观察问题、处理问题的能力.

第二章“推理与证明”，将比较系统地整理数学中常用的推理方法与证明方法. 数学是一门富于活力的学科，常常用合情推理去发现新的数学规律；数学又是一门逻辑严谨的学科，它的结论、定理和公式都要有严格的证明. 所谓证明就是用简单的道理（公理）或已知的事实（定理）去说明各种结论的正确性，其实就是说理. 通过这一章的学习，你不仅要掌握几种推理规则和证明方法，而且要进一步养成思维严谨、条理清晰、言之有理、论证有据的说理习惯，进一步提高逻辑思维能力和创新能力.

第三章“数系的扩充与复数的引入”，将简要回顾你学过的数系从自然数扩充到实数的过程，进一步将实数系扩充到复数系. 数系的不断扩充，不仅受到实际需要的驱动，而且是解决数学内部矛盾的需要. 人类理性思维的超前性在其中得以充分体现. 通过本章的学习，你将感受到数系扩充和引入复数的必要性，了解复数的一些基本知识，体会人类理性思维的重要性.

第四章“框图”，是在数学3“程序框图”的基础上来学习的. 你将通过具体实例，进一步认识程序框图，了解工序流程图、结构图，在使用框图的过程中理解它们的特征，掌握它们的用法，体验它们在表示和解决问题的过程中的作用.

在本册的学习中，你要特别注意教材中所引入的具体案例、实际例子，着重从中领悟数学的思想和方法.

目　录

第一章 统计案例

	晕 机	不晕机	合计
男 人	24	31	55
女 人	8	26	34
合 计	32	57	89

我们在必修课程数学 3 的模块中，学习过一些统计知识，接触到诸如随机抽样、用样本估计总体、线性回归分析等方法．实际上，统计知识的应用远不止于此．在一个逐步实现现代化的社会里，统计信息将越来越多，这促使我们去学习对一些统计信息进行分析、推断的本领．这里，先举两个例子．

有人对一老年烟民劝道："你快戒烟吧，否则一定会患慢性气管炎的．"他的话有没有道理？老年人患慢性气管炎与吸烟习惯有没有关系？

从一些纪实电视片或推理小说中常常看到这样的情节．刑警在案发现场仔细地搜寻罪犯的脚印，其理由之一是，我们可以根据一个人的脚印长度来预测他的身高，上述理由的根据是什么呢？

独立性检验和回归分析是解决这些问题的统计方法，它们在国民经济和日常生活的很多方面有着广泛的应用．线性回归分析的部分内容同学们在必修模块数学 3 中有所接触，本章将进一步讨论线性回归分析的一些问题，并介绍非线性回归分析的初步知识．

本章分为两节，每节讨论一种统计方法．每节的编写特点是，把一个个的案例直接呈现在同学们面前，通过探究案例，解决问题，使同学们了解这两种统计方法的基本思想、解题步骤及其初步应用．

独立性检验和回归分析只是丰富多彩的统计世界的两个部分，我们欢迎同学们进入这个世界，并希望同学们能喜爱这个世界．

1.1 独立性检验

独立性检验涉及到两事件独立的概念. 我们先通过一个例子来介绍两个事件 A 与 B 相互独立的含义.

例 1 把一颗质地均匀的骰子任意地掷一次，设事件

$A=$ “掷出偶数点”，

$B=$ “掷出 3 的倍数点”，

试分析事件 A 与 B 及 $\overline{A}$ 与 B 的关系.

解：由于事件 A 意味着“掷出 2 点、4 点或 6 点”，应用古典概型的知识，容易得出

$$P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}.$$

事件 $B=$“掷出 3 点或 6 点”，

得

$$P(B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}.$$

如果把事件 A，B 同时发生记作 $A\cap B$[1]，简记作 AB，根据上面的分析，事件“掷出 6 点”就意味着 A，B 同时发生，也就是 AB 发生，即事件

$AB=$ “掷出 6 点”，

$$P(AB)=\frac{1}{6}.$$

此外，

$$P(A)\times P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}.$$

最后得到

$$P(AB)=P(A)P(B),$$

这时就称事件 A 与 B 相互独立.

一般地，对于两个事件 A，B，如果有

$$P(AB)=P(A)P(B), \tag{1.1}$$

就称事件 A 与 B 相互独立，简称 A 与 B 独立.

事件

$\overline{A}=$ “掷出奇数点”

$=$ “掷出 1 点、3 点或 5 点”，

因此

$$P(\overline{A})=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}.$$

事件 $\overline{A}B=$ “掷出 3 点”，

注

[1] 同学们可以回忆，我们在必修课程数学 3 的 3.2 节“概率的一般公式”中用过事件交的符号“$\cap$”.

$$P(\overline{A}B)=\frac{1}{6}.$$

于是有

$$P(\overline{A}B)=P(\overline{A})P(B),$$

即对于事件 $\overline{A}$，B 来说，（1.1）式成立，因此事件 $\overline{A}$ 与 B 也独立❷.

注

❷ 同学们可以用(1.1)式自行验证事件 A 与 $\overline{B}$，$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 是相互独立的.

在一般情况下，下面的结论成立：

当事件 A 与 B 独立时，事件 $\overline{A}$ 与 B，A 与 $\overline{B}$，$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也独立.

例 2 为了探究患慢性气管炎是否与吸烟有关，调查了 339 名 50 岁以上的人，调查结果如下表所示：

	患慢性气管炎	未患慢性气管炎	合计
吸　烟	43	162	205
不吸烟	13	121	134
合　计	56	283	339

试问：50 岁以上的人患慢性气管炎与吸烟习惯有关吗?

分析：例 2 中给出的表称为 2×2 列联表，意思是问题考虑 50 岁以上的人的两种状态：是否吸烟，是否患慢性气管炎；每种状态又分两个情况：吸烟，不吸烟以及患慢性气管炎，未患慢性气管炎. 表中排成两行两列的数据是调查得来的结果，希望根据这 4 个数据来检验上述两种状态是否有关. 这一检验问题就称为 2×2 列联表的独立性检验.

下面进一步分析独立性检验的含义.

为了把问题讨论清楚，并便于向一般情况推广，我们用字母来代替 2×2 列联表中的事件和数据，得到一张用字母来表示的 2×2 列联表如下表所示：

	患慢性气管炎(B)	未患慢性气管炎($\overline{B}$)	合计
吸烟（A）	n_{11}	n_{12}	n_{1+}
不吸烟（$\overline{A}$）	n_{21}	n_{22}	n_{2+}
合　计	n_{+1}	n_{+2}	n

表中：$n_{+1}=n_{11}+n_{21}$，$n_{+2}=n_{12}+n_{22}$，$n_{1+}=n_{11}+n_{12}$，$n_{2+}=n_{21}+n_{22}$，$n=n_{11}+n_{21}+n_{12}+n_{22}$.

首先，当吸烟(A)与患慢性气管炎(B)无关时用概率方法进行推理看看会出现什么结果.

上面的话的意思是指事件 A 与 B 独立，这时应该有

$$P(AB)=P(A)P(B)$$

成立. 我们用字母 H_0 来表示上式，即

$$H_0: P(AB)=P(A)P(B),$$

并称之为统计假设. 当 H_0 成立时下面的三个式子也都成立:

$$P(\overline{A}B)=P(\overline{A})P(B), P(A\overline{B})=P(A)P(\overline{B}),$$
$$P(\overline{A}\,\overline{B})=P(\overline{A})P(\overline{B}).$$

统计中有一个非常有用的 χ^2（读作“卡方”）统计量，它的表达式是

$$\chi^2=\frac{n(n_{11}n_{22}-n_{12}n_{21})^2}{n_{1+}n_{2+}n_{+1}n_{+2}}. \tag{1.2}$$

用它的大小可以决定是否拒绝原来的统计假设 H_0. 如果算出的 χ^2 值较大，就拒绝 H_0，也就是拒绝“事件 A 与 B 无关”，从而就认为它们是有关的了.

经过对 χ^2 统计量分布的研究，已经得到了两个临界值：3.841 与 6.635. 当根据具体的数据算出的 $\chi^2>3.841$ 时，有 95%的把握说事件 A 与 B 有关；当 $\chi^2>6.635$ 时，有 99%的把握说事件 A 与 B 有关；当 $\chi^2\leqslant 3.841$ 时，认为事件 A 与 B 是无关的.

对于例 2，最理想的解决办法是向所有 50 岁以上的人做调查，然后对得到的数据进行统计处理，但这花费的代价太大，实际上是行不通的. 339 个人相对于全体 50 岁以上的人，只是一个小部分. 回忆一下数学 3（必修）中学过的总体和样本的关系，当用样本平均数、样本标准差去估计总体相应的数字特征时，由于抽样的随机性，结果并不惟一. 现在情况类似，我们用部分对全体作推断，推断可能正确，也可能错误. 例如我们知道，不少中老年烟民的身体很好，没有患慢性气管炎；而又有很多从不吸烟的中老年人体质很差，患有慢性气管炎. 如果抽取的 339 个调查对象中很多人来自上述两个群体，试想会得出什么结论吧. 我们有 95%（或 99%）的把握说事件 A 与 B 有关，是指推断犯错误的可能性为 5%（或 1%），这也常常说成是“以 95%（或 99%）的概率”，其含义是一样的.

解：由公式（1.2），

$$\chi^2=\frac{339\times(43\times121-162\times13)^2}{205\times134\times56\times283}$$
$$=7.469.$$

因为 $7.469>6.635$，所以我们有 99%的把握说：50 岁以上的人患慢性气管炎与吸烟习惯有关.

探索与研究

我们来简略地叙述一下构造 χ^2 统计量的思路.

当统计假设

$$H_0: P(AB)=P(A)P(B)$$

成立时,

$$P(\overline{A}B)=P(\overline{A})P(B),\ P(A\overline{B})=P(A)P(\overline{B}),$$
$$P(\overline{A}\,\overline{B})=P(\overline{A})P(\overline{B})$$

都成立.

根据概率的统计定义,上面提到的众多事件的概率都可用相应的频率来估计,例如,

$P(AB)$的估计为$\frac{n_{11}}{n}$,$P(A)$的估计为$\frac{n_{1+}}{n}$,$P(B)$的估计为$\frac{n_{+1}}{n}$……

于是$\frac{n_{11}}{n}$与$\frac{n_{1+}}{n}\cdot\frac{n_{+1}}{n}$应该很接近,$\frac{n_{12}}{n}$与$\frac{n_{1+}}{n}\cdot\frac{n_{+2}}{n}$应该很接近……

或者说,

$$\left(\frac{n_{11}}{n}-\frac{n_{1+}}{n}\cdot\frac{n_{+1}}{n}\right)^2,\ \left(\frac{n_{12}}{n}-\frac{n_{1+}}{n}\cdot\frac{n_{+2}}{n}\right)^2,\ \left(\frac{n_{21}}{n}-\frac{n_{2+}}{n}\cdot\frac{n_{+1}}{n}\right)^2,\ \left(\frac{n_{22}}{n}-\frac{n_{2+}}{n}\cdot\frac{n_{+2}}{n}\right)^2$$

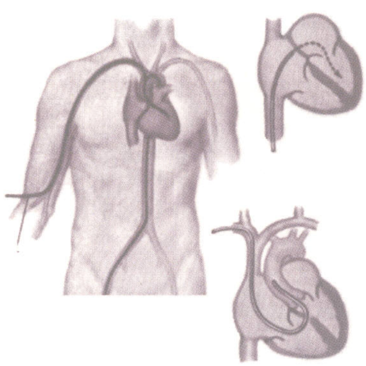
应该比较小,从而

$$\frac{\left(\frac{n_{11}}{n}-\frac{n_{1+}}{n}\cdot\frac{n_{+1}}{n}\right)^2}{\frac{n_{1+}}{n}\cdot\frac{n_{+1}}{n}}+\frac{\left(\frac{n_{12}}{n}-\frac{n_{1+}}{n}\cdot\frac{n_{+2}}{n}\right)^2}{\frac{n_{1+}}{n}\cdot\frac{n_{+2}}{n}}+\frac{\left(\frac{n_{21}}{n}-\frac{n_{2+}}{n}\cdot\frac{n_{+1}}{n}\right)^2}{\frac{n_{2+}}{n}\cdot\frac{n_{+1}}{n}}+\frac{\left(\frac{n_{22}}{n}-\frac{n_{2+}}{n}\cdot\frac{n_{+2}}{n}\right)^2}{\frac{n_{2+}}{n}\cdot\frac{n_{+2}}{n}}$$

也应该比较小,上式可以化简为

$$\chi^2=\frac{n(n_{11}n_{22}-n_{12}n_{21})^2}{n_{1+}\cdot n_{2+}\cdot n_{+1}\cdot n_{+2}}.$$

这就是 χ^2 统计量的表达式 (1.2).



例 3　对 196 个接受心脏搭桥手术的病人和 196 个接受血管清障手术的病人进行了 3 年的跟踪研究,调查他们是否又发作过心脏病,调查结果如下表所示:

	又发作过心脏病	未发作心脏病	合计
心脏搭桥手术	39	157	196
血管清障手术	29	167	196
合计	68	324	392

试根据上述数据比较这两种手术对病人又发作心脏病

的影响有没有差别.

解：由公式（1.2），

$$\chi^2=\frac{392\times(39\times167-157\times29)^2}{196\times196\times68\times324}=1.78.$$

因为 $1.78<3.841$，所以我们没有理由说"心脏搭桥手术"与"又发作过心脏病"有关，可以认为病人又发作心脏病与否与其做过何种手术无关.

这里我们再提醒一句，上述结论是对所有做过心脏搭桥手术或血管清障手术的病人而言的，绝不要误以为只对 392 个跟踪研究对象成立.

例 4 某大型企业人力资源部为了研究企业员工工作积极性和对待企业改革态度的关系，随机抽取了 189 名员工进行调查，所得数据如下表所示：

	积极支持企业改革	不太赞成企业改革	合计
工作积极	54	40	94
工作一般	32	63	95
合　　计	86	103	189

对于人力资源部的研究项目，根据上述数据能得出什么结论？

解：由公式（1.2），

$$\chi^2=\frac{189\times(54\times63-40\times32)^2}{94\times95\times86\times103}=10.76.$$

因为 $10.76>6.635$，所以有 99% 的把握说：员工"工作积极"与"积极支持企业改革"是有关的，可以认为企业的全体员工对待企业改革的态度与其工作积极性是有关的.

例 5 在一次恶劣气候的飞行航程中调查男女乘客在机上晕机的情况如下表所示. 根据此资料您是否认为在恶劣气候飞行中男人比女人更容易晕机？

	晕　机	不晕机	合计
男　　人	24	31	55
女　　人	8	26	34
合　　计	32	57	89

解：这是一个 2×2 列联表的独立性检验问题，由公式 (1.2)，

$$\chi^2=\frac{89\times(24\times26-31\times8)^2}{55\times34\times32\times57}=3.689.$$

因为 $3.689<3.841$，所以我们没有理由说晕机与否跟男女性别有关，尽管这次航班中男人晕机的比例 $\left(\frac{24}{55}\right)$ 比女人晕机的比例 $\left(\frac{8}{34}\right)$ 高，但我们不能认为在恶劣气候飞行中男人比女人更容易晕机.

在使用 χ^2 统计量作 2×2 列联表的独立性检验时，要求表中的 4 个数据大于等于 5，为此，在选取样本的容量时一定要注意这一点. 本例中的 4 个数据 24，31，8，26 都大于 5，是满足这一要求的.

例 6　打鼾不仅影响别人休息，而且可能与患某种疾病有关. 下表是一次调查所得的数据，试问：每一晚都打鼾与患心脏病有关吗？

	患心脏病	未患心脏病	合计
每一晚都打鼾	30	224	254
不 打 鼾	24	1 355	1 379
合　　计	54	1 579	1 633

解：由公式 (1.2)，

$$\chi^2=\frac{1\ 633\times(30\times1\ 355-224\times24)^2}{1\ 379\times254\times54\times1\ 579}=68.033.$$

因为 $68.033>6.635$，所以有 99% 的把握说，每一晚都打鼾与患心脏病有关.

本例和例 2 类似，我们所说"每一晚都打鼾与患心脏病有关"或"患慢性气管炎与吸烟习惯有关"指的是统计上的关系，不要误以为这里是因果关系. 具体到某一个每一晚都打鼾的人，并不能说他患心脏病. 其实从 2×2 列联表中也可以看出，每一晚都打鼾的人群中，患心脏病的概率也只有 $\frac{30}{254}$，稍微超过十分之一. 至于他患不患心脏病，应该由医学检查来确定，这已经不是统计学的事了.

本节通过对6个例子的探究来讨论两个事件是否独立，在 2×2 列联表的独立性检验中，我们选用了 χ^2 统计量，可以用它的取值大小来推断独立性是否成立. 独立性检验在生物统计、医学统计等学科的应用很广泛，在处理调查社会问题得到的数据时，也常常使用独立性检验.

习题 1-1 A

1. 把一颗质地均匀的骰子任意掷一次，设事件 A："掷出的点数小于4"，B："掷出1点或6点"，试用(1.1)式验证事件 A 与 $\overline{B}$ 及 $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 是否独立?
2. 从一副52张的扑克牌中，任意抽一张出来，设事件 A："抽到黑桃"，B："抽到皇后(Q)"，试用(1.1)式验证事件 A 与 B 及 $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 是否独立?
3. 在500个人身上试验某种血清预防感冒的作用，把一年中的记录与另外500个未用血清的人作比较，结果如下：

	未感冒	感　冒	合计
试验过	252	248	500
未用过	224	276	500
合　计	476	524	1 000

问这种血清能否起到预防感冒的作用?

4. 考察小麦种子经过灭菌与否跟发生黑穗病的关系，经试验观察，得到数据如下表所示：

	种子灭菌	种子未灭菌	合计
黑穗病	26	184	210
无黑穗病	50	200	250
合　　计	76	384	460

试按照原试验目的作统计分析推断.

5. 调查者通过询问72名男女大学生在购买食品时是否看营养说明得到的数据如下表所示：

	看营养说明	不看营养说明	合计
男大学生	28	8	36
女大学生	16	20	36
合　　计	44	28	72

问大学生的性别与是否看营养说明之间有没有关系？

6. 在研究某种新措施对猪白痢的防治效果问题时，得到以下数据：

	存活数	死亡数	合计
对　照	114	36	150
新措施	132	18	150
合　计	246	54	300

试问新措施对防治猪白痢是否有效？

习题 1－1 B

全班同学请分成一些小组，每组 4～5 名同学，在老师的指导下，开展一次简单的调查活动，并对调查结果进行统计分析．

重新阅读本节例 5 和习题 1-1A 第 5 题．实际上在我们的周围，男女同学对很多问题的看法可能有差别，也可能没有差别，可以用独立性检验的方法作出统计推断．

要求每个小组设计一个同学们较关心的只有两种答案的问题，如“你打算报考文史类高校吗”、“你对美容的态度”、“你喜欢上外语课吗”等，通过询问同学取得的数据，作独立性检验，并分析得到的结果，最后写出一份简明的调查报告．

请注意在决定样本容量时必须保证所取得的 4 个数据大于等于 5．

1.2 回归分析

例 1 研究某灌溉渠道水的流速 Y 与水深 x 之间的关系，测得一组数据如下：

水深 x(m)	1.40	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	2.00	2.10
流速 Y(m/s)	1.70	1.79	1.88	1.95	2.03	2.10	2.16	2.21

（1）求 Y 对 x 的回归直线方程；

（2）预测水深为 1.95 m 时水的流速是多少？

分析：从散点图可以直观地看出变量 x 与 Y 之间有无线性相关关系，为此把这 8 对数据描绘在平面直角坐标系中，得到平面上 8 个点，如图 1-9 所示.

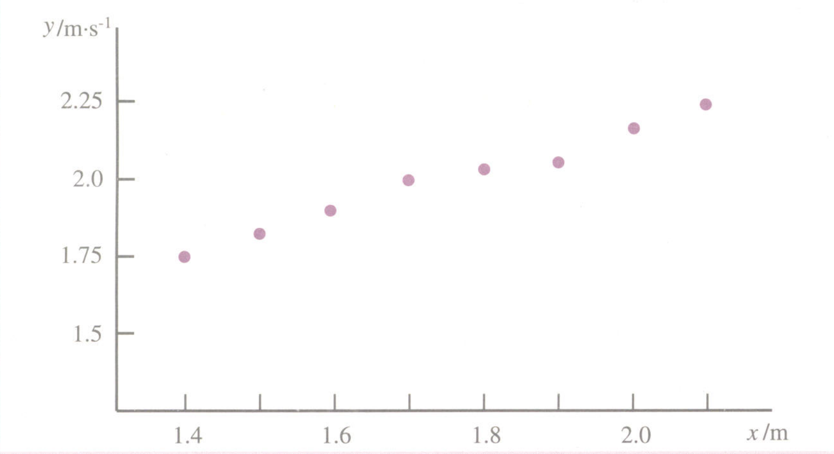


图 1-1

由图 1-1 容易看出，x 与 Y 之间有近似的线性相关关系，或者说，可以用一个回归直线方程

$$\hat{y}=a+bx$$

来反映这种关系. 这些是我们在必修课程数学 3 中学过的知识.

我们进一步观察这 8 个点，容易发现它们并不是“严格地”在一条直线上. 对于某个 x_i，由上式能确定一个 $\hat{y}_i=a+bx_i$，一般地说，由于测量流速可能存在误差，或者受某些随机因素的影响，或者上面的回归直线方程本身就不够精确，$\hat{y}_i$ 与测得的数据 y_i 很可能不相等，即

$$y_i=\hat{y}_i+\varepsilon_i \quad (i=1, 2, \cdots, 8),$$

其中 ε_i 是随机误差项. 于是，就有