

Magic

●总主编/蔡上鹤

特别
合作

sina 新浪网
中学生学习报

魔法数学



魔力！高效！经典！权威！

2005年

中考总复习

九十八市·区中考状元高效复习法

丛书主编/刘庭盛

体验征服学习考试
精彩感觉！

- 逐点剖析考点，全面夯实基础
- 逐题讲授方法，快速提升能力
- 逐个点拨易错点、疑惑点，有效堵塞丢分漏洞

● 揭示命题规律

● 总结应试技巧

● 预测命题趋势

著名节目主持人 何炅
魔法教辅品牌代言人



认准此防伪标识



长征出版社
CHANGZHENG PRESS

●总主编/蔡上鹤

Magic

魔法数学



魔力！高效！经典！权威！

2005年

中考总复习

九十八市·区中考状元高效复习法

丛书主编/ 刘庭盛

本册主编/ 徐幸平

编委/ 杨丽红	王杜才	赵志文
胡校斌	叶胜新	罗伟祖
龚幸银	陈有元	胡艳明
石红英	何桂兰	周利花
肖佳	蒋水兵	雷刚



长征出版社
CHANGZHENG PRESS

图书在版编目 (CIP) 数据

中考总复习·魔法数学/徐幸平等主编. —北京: 长征出版社, 2004
ISBN 7-80204-023-X

I. 中… II. 徐… III. 数学课—初中—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 076622 号

中考总复习·魔法数学

主创设计 / 魔法教育发展研究中心

电 话 / 010-80602977

网 址 / <http://www.magic365.com>

出 版 / 长征出版社

(北京市西城区阜外大街 34 号 邮编: 100832)

行销企划 / 北京九恒世纪文化有限公司

(服务热线: 010-80602977)

经 销 / 全国新华书店

印 刷 / 保定市印刷厂

开 本 / 787×1092 1/16

字 数 / 4025 千字

印 张 / 115 印张

版 次 / 2004 年 9 月第 1 版

印 次 / 2004 年 9 月第 1 次印刷

书 号 / ISBN 7-80204-023-X/G·325

全套定价 / 161.00 元

版权所有·侵权必究

Magic

魔法系列丛书



总顾问

- 方明 全国教育工会主席,中国陶行知研究会会长。
张怀西 全国政协副主席,民进中央副主席。
周洪宇 第十届全国人大代表,华中师范大学教育学院副院长,全国中青年教育理论工作者委员会副会长。
邱济隆 北京四中校长,全国优秀校长,全国教育系统劳动模范。
盖雁 吉林省人大代表,白城市第一中学校长。
蔡林森 全国“五一”劳动奖章获得者,洋思中学校长。
赵世荣 哈尔滨市十四中学校长,全国知名校长。



总主编

- 张定远 著名教材专家,中学语文教育权威,课程教材研究所研究员,人教社资深编审,全国中语会学术委员会主任。
蔡上鹤 中学数学教育权威,人民教育出版社资深编审,国家教育部课程教材研究所教授,高中新大纲新教材编委,国务院特殊津贴专家。
薄冰 英语教育界泰斗,北京外国语大学英语系教授,著名英语语法专家。
张同恂 中学物理教育权威,著名教材专家,人民教育出版社资深编审。
程耀尧 北京市特级教师,著名教材编写专家,北京市化学教学研究会会员。
刘真 著名教材专家,中学生物教育权威,人民教育出版社资深编审。
杨启楠 中学政治教育权威,著名教材专家,人民教育出版社资深编审。
臧嵘 著名历史学家,教材专家,中学历史教育权威,人民教育出版社资深编审。
刘淑梅 著名教材专家,中学地理教育权威,人民教育出版社资深编审,课程教材研究所研究员。



编委会

(以姓氏音序排列)

蔡董洪李刘罗乔舒唐王王熊杨余赵
银树新平涛福民根文娅强庆国仕映庆拥
保岱侯李刘罗秦倡汪王王熊杨余张郑
尤敦清义贵彬平德清进凤王王玉希余瑞
臻杰波军霞彬平德清进凤王王玉希余瑞
曹范郭胡李刘龙曲宋汪王王熊杨余张郑
柏学海道华三春森珍兴香飞兰元袁言磊
树术东贵李立红柏木振斌英斌妹建建强
查房郭胡李刘马屈孙炳成淑爱新建建强
章瑞权光慧恒蛟木振斌英斌妹建建强
建瑞京光慧恒蛟木振斌英斌妹建建强
陈冯郭黄李刘毛任孙王王同承爱容宏民
汉福秀发健民华斌桂羽年喜坚容宏民
楚泰玲莲民华斌桂羽年喜坚容宏民
陈冯郭黄李刘毛任孙王王同承爱容宏民
伦琪波利良李刘苗任孙王王同承爱容宏民
陈伏韩黄李刘智穆尚孙王海琴王文胜平蛟军岩
安萍杏新元永慧书乔飞琴田华平蛟军岩
崔庆东传建占李龙穆振承先华麟王现校洪双吉张
生峰忠军宇邵泽文玲王雄剑洪双吉张
蔡尤臻全建新川海利雷玉骏玲王雄剑洪双吉张
邓高何居梁殿希波波德施汤王照松光文健征
荣永锡冰国斌波德施汤王照松光文健征
科样冰国斌波德施汤王照松光文健征
邓高何居梁殿希波波德施汤王照松光文健征
邓雄天利群畅书保群学林乾春春年龙喜军章
兵青群畅书保群学林乾春春年龙喜军章
丁龚洪李廖吕乔史唐王王宜熊杨余晓刚
健荣天京强杰红新运军娜平泉宏胜明军刚
曾祥



致读者

在新的世纪,国内基础教育正发生着日新月异的变化,广大教师和学生
对中学教辅读物出版创新的呼声也此起彼伏:中学教辅需要精品,需要品
牌,需要从更远、更新的角度重新打造!在这一大背景下,魔法英语以其独特
的品质和魅力赢得了读者的尊重和认可,应接不暇的咨询电话和雪片般的
订单让我们更加深刻地体会到:中国的基础教育太需要“魔法”这样卓越的
图书了!

数以万计的中学教师和学生问我们:你们何时出版“魔法语文”“魔法数
学”“魔法物理”“魔法化学”等其他学科的图书?

肩负着社会的责任,带着广大中学师生的期盼,我们联合了美国蒙登戈
国际语言研究中心、英国剑桥国际语言研究院等国内外数十所教育研究机
构,邀请了张定远、蔡上鹤、薄冰、张同恂、程耀尧、刘真、杨启楠、臧嵘、刘淑
梅等十余名基础教育界权威、国内顶级教材专家,在北京四中、黄冈中学、华
东师大附中、清华大学附中、北大附中等国内百余所重点中学的鼎力协助
下,隆重推出了以《魔法英语》为龙头的《魔法语文》《魔法数学》《魔法物理》
《魔法化学》《魔法生物》《魔法政治》《魔法历史》《魔法地理》系列魔法图书。

“享受学习每一刻!”是魔法系列图书最基本的理念,我们希望把魔法
系列图书这一成功的理念推广到中学教育的每一个学科、每一个年级、每一
个领域。

一千多位教育专家及知名特高级教师联手缔造的魔法系列图书,已经
走在中学教辅图书的最前沿,成为一个全新的中学教辅品牌!一个真正由专
家打造的具有国际品质的中学教辅品牌!

我们希望给中学生提供一个崭新的学习平台,为每位读者付出的时间和
殷切的期待提供丰厚的回报。我们力求通过不懈的努力,让魔法系列图书解
放中学生的学习,解放中学生的考试,让学习变得“轻松、快乐、高效”的思想
光芒照耀每位读者!

我们与读者的心是相通的,同广大一线教师的心是相通的。现在,我们
付出的每一份努力,都得到了广大教师和读者的支持和肯定。面对这些勉励
和关怀,我们将会以百倍的努力来报答。未来我们会做得更好,这是我们的
目标,也是我们不变的承诺。

魔法系列图书愿做中学生学习的最佳助手,最贴心的朋友!让魔法系列
图书伴随着我们的幸福、快乐和回忆,一起成长!

魔法教育发展研究中心



前言

Preface

本丛书是在张定远、蔡上鹤、薄冰、张同恂、程耀尧、刘真、杨启楠、臧嵘、刘淑梅等中学教育界权威、教材专家的悉心指导下,在北京四中、黄冈中学、华东师大附中、清华大学附中、北大附中等国内百余所重点中学的鼎力协助下,精心调研、策划、打造的魔法教辅品牌。

丛书内容讲解全面、详细,注重基础知识的获得和基本技能的应用,突出对主干知识的延展性和联系性研究以及对方法规律的总结,强调解题技巧和思维探究过程。着眼新课程全面素养的打造,从根本上快速提升学生综合素质和应试能力。通过平面互动、总结规律、点拨技巧、专题训练使学生了解中考、感受中考、体验中考、前瞻中考,为决胜 2005 年中考做准备。

丛书分为以下几个栏目:

【航标灯——考向精确定位】 以明晰了然的表格形式,将每一知识块中的“中考热点”和“考试命题方向及主要题型”以简练的语言展示出来,揭示了命题的规律,节省了教师很多时间,指明了考生复习的方向。

【魔法棒——核心知识例析】 以考点为切入点,对照经典例题进行解读,分左右栏编排,左栏先对考点进行剖析,再举例,然后对例题进行详尽的分析和解答;对应例题的右栏再次归结点拨与例题相关的知识、思维的方法或者解题中要注意的地方,并适时适当地穿插“思维链接”,对知识进行拓展与创新,以此为火种来点燃考生的思维火花。

【金钥匙——综合探究应用】 综合考点,精心选题,开启学生心窍,提高学生综合探究能力。引导学生实施自主性、启发性、探究性的学习与复习。

【试剑石——最新考题热身】 本书从基础考题、开放创新、个性探究、综合活动等方面筛选有代表性、典型性、前瞻性的优秀中考真题,把握梯度,层层推进。基础训练,重在运用;拓展训练,重在提高;综合训练,重在发展。使学生既从“点”上拓展,又能对所学知识点面结合,融会贯通。





前言

Preface

本书借助图表、旁注等平面互动方式,从方法、技巧、对策、探究、应用、链接等方面使学习过程更直观、具体、高效。运用最新材料,迅速体现新中考信息,准确反映新中考指向,全面把握 2005 年中考脉搏。与其他同类书相比,本书还具有如下一些特点:

逐点剖析考点,全面夯实基础:本书内容上注重基础性、系统性、综合性、应用性、创新性、开放性,可以说本书包罗了近几年中考的常考知识点,将各地中考出现的题型一书网尽。全面而系统地由浅入深的讲解,旨在夯实基础。

逐题讲授方法,快速提升能力:精选典型例题,精讲精解,逐个剖析,讲授分析问题方法,使学生在有限的时间、精力内获得最大的收益,快速提升学习能力。

逐个点拨易错点、疑惑点,有效堵塞丢分漏洞:按照中考出题规律、学生认知规律,对学习和解题过程中容易出错、容易产生疑惑的地方进行点拨,总结应试技巧,使学生在有效的时间内强化优势,弥补不足,有效堵塞丢分漏洞。

对于教师,本书让您享受“授人以鱼未若授人以渔”的真正含义,您会感到传授的不仅是知识,更是教给学生一把解读中考的钥匙,使您的教学既具实用性,又具前瞻性。

对于学生,本书让你真正领悟理解和解析试题的要义,你在研读本书时会觉得思路清晰,思维开阔,再无面对试题时束手无策或莫衷一是的疑惑,你会觉得解题有法可循,从而最大限度地提升自己的理解和研究潜能,最终在中考中如愿以偿。

在编写过程中,我们本着对学生高度负责的态度,精心组织,处处把关,编辑和作者们为此付出了极大的努力。如还有不尽如人意的地方,诚请批评指出。

编者





目 录

Contents

第一章 实 数	(1)
1.1 实数的有关概念、运算及大小比较	(1)
1.2 近似数、有效数字、科学记数法	(4)
1.3 非负数及其应用	(7)
第二章 代数式	(9)
2.1 整 式	(9)
2.2 分 式	(12)
2.3 二次根式	(14)
第三章 不等式(组)	(18)
3.1 一元一次不等式和一元一次不等式组	(18)
3.2 一元一次不等式(组)的应用	(21)
第四章 方程(组)	(25)
4.1 整式方程	(25)
4.2 分式方程和无理方程	(28)
4.3 一元二次方程根的判别式及根与系数的关系	(31)
4.4 列方程(组)解应用题	(34)
第五章 函数及其图像	(40)
5.1 平面直角坐标系	(40)
5.2 函数及其图像	(43)
5.3 一次函数的图像及性质	(47)
5.4 反比例函数及其性质	(51)
5.5 二次函数的图像的性质(一)	(55)
5.6 二次函数的图像的性质(二)	(59)
5.7 函数的应用	(64)
第六章 统计初步	(70)
6.1 平均数、中位数和众数	(70)
6.2 方差与频率分布	(75)
第七章 三角形	(80)





目 录

Contents

7.1 几何的基本知识	(80)
7.2 相交线、平行线	(83)
7.3 三角形的有关概念及性质	(85)
7.4 全等三角形	(89)
7.5 等腰三角形	(91)
7.6 角平分线、线段的垂直平分线和三角形中位线	(94)
第八章 四边形	(98)
8.1 多边形与平行四边形	(98)
8.2 矩形、菱形和正方形	(101)
8.3 梯 形	(104)
8.4 轴对称、中心对称及图形折叠、旋转、镶嵌	(109)
第九章 相似形	(113)
9.1 平行线分线段成比例	(113)
9.2 相似三角形(一)	(118)
9.3 相似三角形(二)	(121)
第十章 解直角三角形	(125)
10.1 锐角三角函数	(125)
10.2 解直角三角形	(127)
10.3 解直角三角形的应用	(130)
第十一章 圆	(135)
11.1 圆的有关知识	(135)
11.2 与圆有关的角	(138)
11.3 直线与圆的位置关系	(140)
11.4 与圆有关的比例线段	(143)
11.5 圆与圆的位置关系	(146)
11.6 正多边形和圆的有关计算	(150)
11.7 圆柱、圆锥的侧面展开图及简单立体图形	(154)
参 考 答 案	(157)





第一章 实数

1.1 实数的有关概念、运算及大小比较



考向精确定位

中考热点	命题方向及题型
1. 实数, 有理数概念	数的分类, 以填空题或选择题形式为主
2. 相反数, 倒数	计算题有时穿插幂运算在其中, 常见以填空、选择为主
3. 绝对值	去绝对值符号和几何意义, 以填空、选择为主
4. 数轴	实数与数轴上的点一一对应, 一般作为整题条件的一部分, 考察数形结合
5. 平方根、立方根	区别平方根与算术平方根, 以填空为主



核心知识例析

考点1 实数的分类

无理数指无限不循环小数.

【例1】(常州市·2001年)在 $\sin 30^\circ$, $\cos 45^\circ$, $\frac{\pi}{2}$, $-\sqrt{4}$ 这四个实数中, 有理数是_____.

【解析】有理数包括整数和分数, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $-\sqrt{4} = -2$.

【答案】 $\sin 30^\circ$, $-\sqrt{4}$

考点2 数轴与绝对值

绝对值指该数在数轴上的对应点到原点的距离.

【例2】(南京市·2001年)数轴上与原点的距离为3的点表示的数是 ()

A. 3 B. -3 C. ± 3 D. $\sqrt{3}$

【解析】数轴上与原点的距离为3的点, 可依对称性知 ± 3 , 也可由绝对值的定义知, 实际是求绝对值为3的数.

思维链接

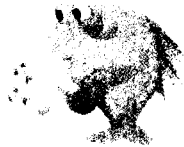
实数包括有理数和无理数. 无理数仅指无限不循环小数.

特别提示

是什么数不是看形式, 而是看结果.

方法导引

讨论实数的有关概念, 一般都借助数轴来完成.



【例 3】C

考点 3 相反数、倒数

互为相反数的两数和为零，

互为倒数的两数的积为 1.

【例 1】(呼和浩特市·2000 年)若 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, m 的绝对值为 2, 求: $a^2 - b^2 + (cd)^{-1} \div (1 - 2m + m^2)$ 的值.

【解析】依题意可知 $a + b = 0, cd = 1, m$ 的值为 2 或 -2.

【答案】1 或 $\frac{1}{9}$

特别提示

1. 0 没有倒数
2. 实数与数轴上的点一一对应.



综合探究应用

【例 1】(河北省·2000 年)观察下列各式及其验证过程:

$$2\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{2 + \frac{2}{3}},$$

$$\text{验证: } 2\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2^3}{3}} = \sqrt{\frac{(2^3-2)+2}{2^2-1}} = \sqrt{\frac{2(2^2-1)+2}{2^2-1}} = \sqrt{2 + \frac{2}{3}}$$

$$3\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{3 + \frac{3}{8}},$$

$$\text{验证: } 3\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{3^3}{8}} = \sqrt{\frac{(3^3-3)+3}{3^2-1}} = \sqrt{\frac{3(3^2-1)+3}{3^2-1}} = \sqrt{3 + \frac{3}{8}}$$

(1) 按照上述两个等式及其验证过程的基本思路, 猜想 $4\sqrt{\frac{4}{15}}$ 的变形结果并进行验证;

(2) 针对上述各式反映的规律, 写出用 n (n 为任意自然数, 且 $n \geq 2$) 表示的等式并给出证明.

【解析】这些数学题的结论没有直接给出, 需要我们给出合理的猜想, 去寻求其结论或结果, 一般采用从特殊值到一般值的思考方法.

$$\text{解: (1)} 4\sqrt{\frac{4}{15}} = \sqrt{4 + \frac{4}{15}}$$

$$\text{验证 } 4\sqrt{\frac{4}{15}} = \sqrt{\frac{4^3}{15}} = \sqrt{\frac{(4^3-4)+4}{4^2-1}} = \sqrt{\frac{4(4^2-1)+4}{4^2-1}} = \sqrt{4 + \frac{4}{15}}$$

(2) 由题设及(1)的验证结果, 可猜想对任意自然数 n ($n \geq 2$) 都有:

$$n\sqrt{\frac{n}{n^2-1}} = \sqrt{n + \frac{n}{n^2-1}}$$

$$\text{证明: } \because n\sqrt{\frac{n}{n^2-1}} = \sqrt{\frac{n^3}{n^2-1}} = \sqrt{\frac{(n^3-n)+n}{n^2-1}} = \sqrt{\frac{n(n^2-1)+n}{n^2-1}} = \sqrt{n + \frac{n}{n^2-1}}$$

$$\therefore n\sqrt{\frac{n}{n^2-1}} = \sqrt{n + \frac{n}{n^2-1}}$$

【例 2】M 国股民吉姆上星期六买进某公司股票 1000 股, 每股 27 元, 下表为本周内每日该股票的涨跌情况:

星期	一	二	三	四	五	六
每股涨跌	+4	+4.5	-1	-2.5	-6	+2

(1) 星期三收盘时, 每股是多少元?

方法技巧

找规律的问题一般先采用观察寻找哪些部分变, 哪些部分没有变, 形成一个大体形式, 再沿其思维方向, 用下一个数(特殊)来推算, 最终总结成一般的表达式.

特别提示

总结的表达式一般对字母取值有限制.

综合技巧点拨

应用题应读清题意结合数学知识, 来理解图表中数据的准确含义, 形成一般的数学模型(如方程, 不等式等)建立数学表达式.



(2)本周内最高价是每股多少元?最低价是每股多少元?

【解析】关键是读表,表中的正负数实际指相对前一天的价格的涨跌.

解:依题意:周一: $27+4=31$ 元/股;周二: $31+4.5=35.5$ 元/股;

周三: $35.5+(-1)=34.5$ 元/股;周四: $34.5+(-2.5)=32$ 元/股;

周五: $32+(-6)=26$ 元/股;周六: $26+2=28$ 元/股

$\therefore$ (1)周三为 34.5 元/股收盘,(2)本周内最高为 35.5 元/股,最低为 26 元/股.

特别提示

这里的升降是相对头一天的收盘价.



最新考题热身

一、基础考题

1. (广西·2003 年)某地区 2003 年 1 月上旬各天的最低气温依次是(单位:℃):

$-6, -5, -7, -7, -6, -6, -4, -5, -7, -8$.

那么,该地区 1 月上旬的平均最低气温是_____℃.

2. (河南·2003 年) -5 的相反数的倒数是_____.

3. (山东·2003 年)若 m, n 互为相反数,则 $|m-1+n|$ =_____.

4. (浙江嘉兴·2003 年)古希腊数学家把数 1, 3, 6, 10, 15, 21, ……叫做三角形数,它有一定的规律性.第 24 个三角形数与第 22 个三角形数的差为_____.

5. (山西·2003 年)联欢会上,小红按照 4 个红气球、3 个黄气球、2 个绿气球的顺序把气球串起来装饰会场,第 52 个气球的颜色是_____.

6. (北京崇文·2003 年)观察下列每组算式,并根据你发现的规律填空: $\begin{cases} 4 \times 5 = 20, \\ 3 \times 6 = 18; \end{cases} \begin{cases} 5 \times 6 = 30, \\ 4 \times 7 = 28; \end{cases} \begin{cases} 6 \times 7 = 42, \\ 5 \times 8 = 40. \end{cases}$
已知 $122 \times 123 = 15006$, 则 $121 \times 124 =$ _____.

7. (江苏南京·2003 年)4 的平方根是_____.

8. (浙江绍兴·2003 年)写出和为 6 的两个无理数_____ (只需写出一对).

9. (辽宁大连·2003 年)借助于计算器可以求出

$$\sqrt{4^2+3^2}, \sqrt{44^2+33^2}, \sqrt{444^2+333^2},$$

$\sqrt{4444^2+3333^2}$ ……仔细观察上面几道题的计算结果,试猜想

$$\sqrt{\underbrace{44 \cdots 4}_{2003 \text{ 个}}^2 + \underbrace{33 \cdots 3}_{2003 \text{ 个}}^2} = \text{_____}.$$

10. (山东烟台·2003 年)下列各数中,负数是 ()

A. $-(-3)$

B. $+|-3|$

C. $(-3)^2$

D. $-(-3)^3$

11. (山西太原·2003 年)巴黎与北京的时差为-7 时(正数表示同一时刻比北京时间早的时数),如果北京时间是 7 月 2 日 14:00,那么巴黎时间是 ()

A. 7 月 2 日 21 时

B. 7 月 2 日 7 时

C. 7 月 1 日 7 时

D. 7 月 2 日 5 时

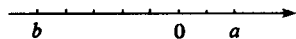
12. (湖南长沙·2003 年) a, b 两数在数轴上的位置如图所示,下列结论正确的是 ()

A. $a > 0, b < 0$

B. $a < 0, b > 0$

C. $ab > 0$

D. 以上均不对



13. (山东潍坊·2003 年)计算 $(\sqrt{3}-1)^0 + (-0.125)^{2003} \times 8^{2003}$ 的结果是 ()

A. $\sqrt{3}$

B. $\sqrt{3}-2$

C. 2

D. 0

14. (上海·2003 年)下列命题中正确的是 ()

A. 有限小数是有理数

B. 无限小数是无理数

C. 数轴上的点与有理数一一对应

D. 数轴上的点与实数一一对应

15. (湖南长沙·2003 年)在下列实数中,无理数是 ()

A. 3.14

B. $-\frac{1}{2}$

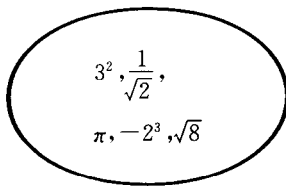
C. 0

D. $\sqrt{3}$

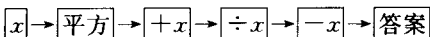
二、开放创新

16. (四川内江·2003 年)计算: $(-1)^{2003} + (\tan 30^\circ)^{-1} - |\sqrt{3}| - \sqrt{9} + (\frac{1}{\sqrt{3}-1})^0$.

17. (浙江杭州·2003 年)在下图所示的集合圈中有 5 个实数,请计算其中的有理数的和与无理数的积的差.



18. (北京宣武·2003 年)按下列程序计算,把答案填写在表格内,然后看看会有什么规律?



(1)填写表内空格:



输入 x	3	2	-2	$\frac{1}{3}$	...
输出答案	1	1			...

(2)发现的规律是:_____.

(3)用简要的过程证明你发现的规律.

三、探究方法

19. (江苏南京·2003年)

(1)阅读下面材料:

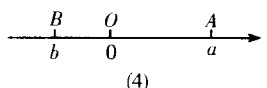
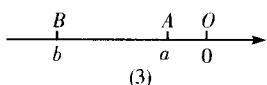
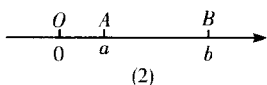
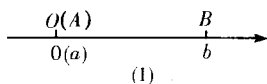
点 A 、 B 在数轴上分别表示实数 a 、 b , A 、 B 两点之间的距离表示为 $|AB|$.

当 A 、 B 两点中有一点在原点时,不妨设点 A 在原点,如图(1),

$$|AB| = |OB| = |b| = |a - b|;$$

当 A 、 B 两点都不在原点时,

①如图(2),点 A 、 B 都在原点的右边;



$$|AB| = |OB| - |OA|$$

$$= |b| - |a| = b - a = |a - b|;$$

②如图(3),点 A 、 B 都在原点的左边,

$$|AB| = |OB| - |OA|$$

$$= |b| - |a| = -b - (-a) = |a - b|;$$

③如图(4),点 A 、 B 在原点的两边,

$$|AB| = |OA| + |OB|$$

$$= |a| + |b| = a + (-b) = |a - b|;$$

综上,数轴上 A 、 B 两点之间的距离

$$|AB| = |a - b|.$$

(2)回答下列问题:

①数轴上表示 2 和 5 的两点之间的距离是_____,数轴上表示 -2 和 -5 的两点之间的距离是_____,数轴上表示 1 和 -3 的两点之间的距离是_____;

②数轴上表示 x 和 -1 的两点 A 和 B 之间的距离是_____,如果 $|AB| = 2$,那么 x 为_____;

③当代数式 $|x+1| + |x-2|$ 取最小值时,相应的 x 的取值范围是_____.

1.2 近似数、有效数字、科学记数法



方向确定值

中考热点	命题方向及题型
1. 有效数字	有效数字的定义,以选择、填空题为主
2. 科学记数法	科学记数法 $a \times 10^n$ 中 a 的范围,以填空题、选择题为主



核心知识剖析

考点 1 科学记数法

科学记数法 $a \times 10^n$ 中 $1 \leq |a| < 10$.

例 (重庆市·2001年)据测算,我国每天因土地沙漠化造成的经济损失为 1.5 亿元,若一年按 365 天计算,用科学记数法表示我国一年因土地沙漠化造成的经济损失为 ()

A. 5.475×10^{11} 元

B. 5.475×10^{10} 元

C. 0.5475×10^{11} 元

D. 5475×10^8 元

知识链接

科学记数法主要针对较大(小)的数表示存在困难,从而采用 $a \times 10^n$ 形式来表示,其中 $1 \leq |a| < 10$. 没有改变数本身的大小只是采用另一种形式表达.



【解析】先准确计算,再用科学记数法来表示.

解: $365 \times 1.5 \times 10^8 = 5475000000 = 5.475 \times 10^{10}$ (元), 选 B.

考点 2 小于 1 的数的科学记数法

抓住小数点移动的方向和位数.

【例 2】(北京朝阳·2002 年)用科学记数法表示 0.00608 的结果 ()

A. 6.08×10^{-3} B. 6.08×10^{-4} C. 0.608×10^{-3} D. 0.608×10^{-2}

【解析】用科学记数法应保证 $1 \leq |a| < 10$, 小数点向右移 3 位.

解: $0.00608 = 6.08 \times 10^{-3}$, 选 A.

考点 3 四舍五入取近似值

从左边第一个不为 0 的数起,到精确到的数位止,所有数字均为有效数字,科学记数法 $a \times 10^n$ 中,有效数字由 a 决定.

【例 3】(河南省·2002 年)将 207670 保留三个有效数字,其近似值是_____.

【解析】这个整数有 6 个有效数字,要保留三个,又不改变其值的特点,应先进进行科学记数法表示,再取近似值.

解: $207670 = 2.07670 \times 10^5 \approx 2.08 \times 10^5$.

方法提示

$a \times 10^n$ 中, n 的决定因素,看原数变成 a , 小数点移动的方向和位数.

思维链接

近似值是实际当中为研究问题方便使用一个不影响问题的近似数代替真值的一种方法,因此应注意问题中对近似值提出的要求.

特别提示

精确到哪一位,一定要看到该位的下一位再采用四舍五入的办法,求近似值.



综合探究应用

【例 4】(三明市·2001 年)计算机存储容量的单位是字节,用 B 表示,计算机中一般用 KB 或 MB 或 GB 作为存储容量的计算单位,它们之间的关系为 $1\text{KB} = 2^{10}\text{B}$, $1\text{MB} = 2^{10}\text{KB}$, $1\text{GB} = 2^{10}\text{MB}$, 一种新款电脑的硬盘存储容量为 20GB, 它相当于多少 KB? (结果用科学记数法表示,并保留三位有效数字).

【解析】先按进制进行单位换算,再用科学记数法表示并取近似值.

解: $20\text{GB} = 20 \times 2^{10}\text{MB}$
 $= 20 \times 2^{10} \times 2^{10}\text{KB}$
 $= 20 \times 1024 \times 1024\text{KB}$
 $\approx 2.1 \times 10^7\text{KB}$
 $\therefore 20\text{GB} = 2.1 \times 10^7\text{KB}$

综合技巧点拨

实际问题往往将取近似值和有效数字及科学记数法综合来要求,我们一般先求其真值,再用科学记数法表示真值,再根据要求保留有效数字取近似值.

特别提示

1. 注意单位; 2. 有效数字只看 a ; 3. 有效数字中右边的 0 是有效的.

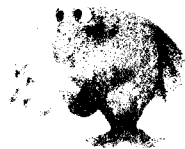


最新考题热身

一、基础考题

- (湖南益阳·2003 年)举世瞩目的三峡工程预计总投资 1800 亿元人民币,用科学计数法表示为_____亿人民币.
- (山东聊城·2003 年)国家质检总局出台了国内销售

纤维制品的甲醛含量标准,从 2003 年 1 月 1 日起正式实施.该标准规定:针织内衣、被套、床上用品等直接接触皮肤的制品,甲醛含量应在百万分之七十五以下,百万分之七十五用科学记数法表示应写成_____.



3. (山西·2003年)一粒纽扣式电池能够污染 60 升水,太原市每年报废的电池有近 10000000 粒,如果废旧电池不回收,一年报废的电池所污染的水约有 _____ 升(用科学记数法表示).

4. (山东烟台·2003年)今年 6 月 10 日三峡库区蓄水水位达到 135 米,整个三峡工程约有 112.6 万移民,其中该水位以下移民约占 36.7%,那么该水位以下共搬迁约 _____ 人(保留三位有效数字).

5. (安徽·2003年)资料表明,到 2000 年底,我省省级自然保护区的面积为 35.03 万公顷,这个近似数有 _____ 个有效数字.

6. (湖北黄冈·2003年)2003 年 6 月 1 日 9 时,举世瞩目的三峡工程正式下闸蓄水,首批 4 台机组率先发电,预计年内可发电 5500000000 度,这个数用科学记数法表示为 _____ 度,近似数 0.30 精确到 _____ 位,有 _____ 个有效数字.

7. (北京石景山·2003年)下列各数,属于用科学记数法表示的是 ()

- A. 53.7×10^2 B. 0.461×10^{-1}
C. 576×10^{-2} D. 3.41×10^3

8. (天津·2003年)已知地球的表面约等于 5.1 亿平方公里,其中水面面积约等于陆地面积的 $\frac{71}{29}$ 倍,则地球上陆地面积约等于(精确到 0.1 亿平方公里) ()

- A. 1.5 亿平方公里 B. 2.1 亿平方公里
C. 3.6 亿平方公里 D. 12.5 亿平方公里

9. (北京大兴·2003年)纳米是一种长度单位,1 纳米 = 10^{-9} 米. 已知某种植物花粉的直径约为 35000 纳米,那么用科学记数法表示该种花粉的直径为 ()

- A. 3.5×10^4 米 B. 3.5×10^{-5} 米
C. 3.5×10^{-9} 米 D. 3.5×10^{-13} 米

10. (北京海淀·2003年)2003 年 5 月 19 日,国家邮政局特别发行“万众一心,抗击‘非典’”邮票,收入全部捐赠给卫生部门,用以支持抗击“非典”的斗争. 其发行量为 12500000 枚,用科学记数法表示正确的是 ()

- A. 1.25×10^5 枚 B. 1.25×10^6 枚
C. 1.25×10^7 枚 D. 1.25×10^8 枚

11. (北京崇文·2003年)现已启动的北京第二道绿化隔

离带位于五环路和六环路之间,总面积为 1653.04 平方公里. 这个数据(单位:平方公里)保留三个有效数字,并用科学记数法表示,应为 ()

- A. 1.65×10^3 B. 1.65×10^4
C. 1.65×10^{-4} D. 1.65×10^{-3}

12. (山东济南·2003年)某城市高科技园区超级计算机中心内,被称为“神州 1”的计算机运算速度为每秒 384000000000 次,保留四个有效数字,用科学记数法表示每秒钟的次数为 ()

- A. 3.84×10^{11} B. 3.840×10^{11}
C. 3.84×10^{12} D. 3.840×10^{12}

二、开放创新

13. (青海省·2003年)请先观察下列算式,再填空:

$$3^2 - 1^2 = 8 \times 1$$

$$5^2 - 3^2 = 8 \times 2$$

$$7^2 - 5^2 = 8 \times \underline{\hspace{1cm}}$$

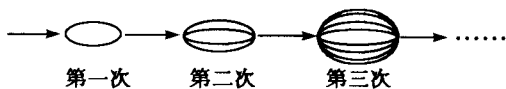
$$9^2 - (\underline{\hspace{1cm}})^2 = 8 \times 4$$

$$(\underline{\hspace{1cm}})^2 - 9^2 = 8 \times 5$$

$$13^2 - (\underline{\hspace{1cm}})^2 = 8 \times \underline{\hspace{1cm}} \dots$$

通过观察规律归纳,写出反映这种规律的一般结论: _____

14. 你喜欢吃拉面吗? 拉面馆的师傅,用一根很粗的面条,把两头捏在一起拉升,再捏合,再拉伸,反复数次,就把这根很粗的面条拉成许多细的面条,如图,这样捏合到第 _____ 次可拉出 128 根细面条.



三、探究方法

15. 比较下面两列算式结果的大小(在横线上选填“>”, “=”, “<”)

$$4^2 + 3^2 \underline{\hspace{1cm}} 2 \times 4 \times 3$$

$$(-2)^2 + 1^2 \underline{\hspace{1cm}} 2 \times (-2) \times 1$$

$$(\sqrt{2})^2 + (\frac{1}{2})^2 \underline{\hspace{1cm}} 2 \times \sqrt{2} \times \frac{1}{2}$$

$$2^2 + 2^2 \underline{\hspace{1cm}} 2 \times 2 \times 2$$

.....

通过观察归纳出能反映这种规律的一般结论并加以证明.



1.3 非负数及其应用



考点精确定位

中考热点	命题方向及题型
1. 常见的非负数 $ a , a^2, \sqrt{a} (a \geq 0)$	以非负数的特点引入不等式, 以选择、填空和解答题为主
2. 非负数的性质	①最小值为 0, ②几个非负数的和为零, 则每个非负数都是零



核心知识例析

考点 1 非负数的性质

几个非负数的和为零, 则每个非负数的值均为零.

【例 1】(北京市东城区·2001 年)若实数 a, b 满足 $|3a-1|+b^2=0$, 则 a^b 的值为_____.

【解析】 $|3a-1| \geq 0, b^2 \geq 0$, 用非负数的性质, 先确定 a, b 的大小, 再代入式子中求解.

解: 依题意得: $3a-1=0$ 且 $b^2=0 \therefore a=\frac{1}{3}, b=0$

$\therefore a^b = (\frac{1}{3})^0 = 1$

考点 2 求代数式最值

一般将代数式配成 a^2+b 的形式, 再由 $a^2 \geq 0$ 利用不等式性质求最小值.

【例 2】当_____时, 代数式 $10-(m-3)^6$ 有最_____值是_____.

【解析】因为 $(m-3)^6 \geq 0, 10-(m-3)^6 \leq 10$, 易求出其最值及最值成立时的条件.

解: $\because (m-3)^6 \geq 0$

$\therefore -(m-3)^6 \leq 0 \therefore 10-(m-3)^6 \leq 10$

当 $m=3$ 时, 取最大值 10.

思维链接

常见的非负数的式子有三种形式 $|a| \geq 0, a^2 \geq 0, \sqrt{a} \geq 0 (a \geq 0)$, 其中前两式 a 可取任意数, $\sqrt{a}$ 中 $a \geq 0$ 才成立.

方法技巧

只要形成 $|x|, \sqrt{x}, x^2$ 三个形式中任意几个的和为 0 的情形, 则一定每个式子的和均为 0.

方法点拨

最值问题最终将转化成 $a^2+x, |a|+x$ 或 $\sqrt{a}+x$ 的形式(或相关形式)利用非负性造成的不等式, 用不等式性质来确定其最值.



综合探究应用

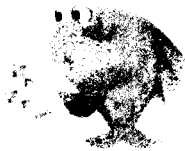
【例 3】已知 $\frac{|16-a^2|+(a-2b)^2+\sqrt{4c+a}}{\sqrt{a+4}}=0$, 求 $(a^b+b^c)^c$ 的值.

【解析】先应用分式值为 0 的条件, 再应用非负数和为零的条件.

解: 依题意得 $|16-a^2|+(a-2b)^2+\sqrt{4c+a}=0$ 且 $\sqrt{a+4} \neq 0$.

综合技巧点拨

针对求值类问题, 若涉及多个字母, 已知条件仅有一个式子, 一般均会转化为非负数和为 0 或整体代入求值的形式.



$$\therefore \begin{cases} 16-a^2=0 & ① \\ a-2b=0 & ② \\ 4c+a=0 & ③ \\ a+4 \neq 0 & ④ \end{cases}$$

$$\therefore a=4, b=2, c=-1$$

$$\therefore (a^b+b^c)^c = (16+16)^{-1} = \frac{1}{32}$$

例 3 a, b, c 为三角形三边长, 且满足 $a^2+b^2+c^2+338=10a+24b+26c$, 试判断这个三角形的形状.

分析 要判断三角形的形状, 首先应弄清楚 a, b, c 之间的关系, 等式中包括 a, b, c 的二次项和一次项, 可配方.

$$\text{解: } a^2-10a+b^2-24b+c^2-26c+338=0$$

$$(a-5)^2+(b-12)^2+(c-13)^2=0$$

$$\therefore a=5, b=12, c=13$$

$$\therefore a^2+b^2=c^2$$

$\therefore$ 三角形为直角三角形.

特别提示

有时用不等式“夹”也可求值, 如 $a \geq 3$ 且 $a \leq 3$, 则 $a=3$.

方法点拨

对于三角形形状的判别一般先依形式(初中阶段)猜想一下, 再将已知条件向猜想方向转化.

特别注意

初中阶段判断三角形形状: $a^2+b^2=c^2 \Leftrightarrow$ 直角三角形; $a=b=c \Leftrightarrow$ 等边三角形; $a=b \Leftrightarrow$ 等腰三角形.



中考真题热身

一、基础考题

- (山西·2003年)已知 a^2-6a+9 与 $|b-1|$ 互为相反数, 则式子 $(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}) \div (a+b)$ 的值为_____.
- (山西·2002年)若实数 a, b 满足 $(a+b-2)^2 + \sqrt{b-2a+3} = 0$, 则 $2b-a+1=$ _____.
- (北京海淀·2002年)已知 x, y 是实数, $\sqrt{3x+4}+y^2-6y+9=0$, 若 $axy-3x=y$, 则实数 a 的值是 ()
A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{7}{4}$ D. $-\frac{7}{4}$
- (北京海淀·2003年)若 $y^2+4y+4+\sqrt{x+y-1}=0$, 则 xy 的值等于 ()
A. -6 B. -2 C. 2 D. 6
- (重庆市·2003年)下列各组数中, 互为相反数的是 ()
A. 2 和 $\frac{1}{2}$ B. $(-1)^2$ 和 1
C. -1 与 $(-1)^2$ D. 2 与 $|-2|$
- (黑龙江省·2003年)若 $|a-3|-3+a=0$, 则 a 的取值范围是 ()
A. $a \leq 3$ B. $a < 3$ C. $a \geq 3$ D. $a > 3$
- (河南省) m, n 满足 $|m+2| + \sqrt{n-4} = 0$, 分解因式:

$$(x^2+y^2)-(mxy+n)=$$

- 已知 a, b 是实数, 且 $\sqrt{2a+b^2} + |b-\sqrt{2}| = 0$, 解关于 x 的方程 $(a+2)x+b^2=a-1$.
- 若 $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} + 4$, 求 xy 的算术平方根.
- 已知 $5a^2+4a-2ab+b^2+1=0$, 求 $(a+b)^2$ 的算术平方根.

二、开放创新

- 如果 a, b 是实数, 且 $a = \frac{\sqrt{4-b^2} - \sqrt{b^2-4}}{b+2} + 4$, 求 a^b 的值.
- (烟台市·2003年)设 a, b, c 都是实数, 且满足 $(2-a)^3 + \sqrt{a^2+b+c} + |c+8| = 0, ax^2+bx+c=0$, 求代数式 x^2+x+1 的值.
- 已知 a, b, c 为三角形三边, 且 $a^4+b^4+c^4-a^2b^2-a^2c^2-b^2c^2=0$, 试判断此三角形的形状.

三、探究方法

- 已知 a, b, c 分别为三角形 $\triangle ABC$ 的三边, 求证: $(a^2+b^2-c^2)^2 - 4a^2b^2 < 0$.
- 若实数 x 满足条件 $(x^2+4x-5)^2 + |x^2-x-30| = 0$, 求 $\sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-1)^2}$ 的值.