

職業學校叢書

材料力學

金一新 編著
任開鈞

龍門聯合書局印行

職業學校叢書

學力材料

金一新 編著
任開鈞

龍門聯合書局發行

緒 言

近世言富國者必曰工業。五十年來，我國朝野人士亦漸能注意及此。因之工業人才之需要乃日感迫切，而中級幹部，需要之殷繁，尤甚於高級專門學者，於是工業職業教育遂益為世人所重視。

實施工業教育，果非僅恃書本所可濟事，顧微此實亦無以奏其功。環顧坊間，適合完善之教本，雖非絕無，而材料力學之適用於職業學校者，殊乏善本。編者有鑒於斯，爰有是書之輯。

夫材料力學，乃工業學科之基本學說。若機械，橋梁，屋宇以及其他工程之設計，什九以之為階梯。蓋研究工程之目的，不外經濟與堅固二事。言堅固而不及經濟則材料費。反之則工事敗。欲以最經濟之道求必要之堅固，捨研究材料力學外，別無他途。故斯學實工程之祕鑰也。

編者憑多年來廁身職教之經驗，以修了初等數學及物理學為對象，用平易之方法，敘述材料力學之各項原理及其應用。俾初學者得洞悉材料力學之基本知識，以期學以致用。倘得稍裨我國工業界之前途，斯亦編者之幸也。

本書教材約須六十至八十小時可以授畢，即每週三四小時足敷一學期之用。

本書脫稿之後，雖經修正，但掛漏之處仍或難免，尚祈工程同志不吝賜教，何幸如之。

公元一九四八年六月 金一新任開鈞全記於滬上

目 錄

I (§1~11) 總論

習題

II (§12~19) 引張及壓縮

習題

III (§20~28) 剪割

習題

V (§29~87) 彎曲

IV 1. (§29~40) 總論

IV 2. (§41~52) 各種截面之慣性力矩及截面係數 習題

IV 3. (§53~55) 截面形與梁之強度之關係 習題

IV 4. (§56~57) 梁之強度之計算

IV 4a. (§58) 梁之剪力圖及彎曲力矩圖

IV 4b. (§59~63) 桁梁

IV 4c. (§64~71) 兩端支持之梁

習題

IV 5. (§72~77) 等強度之梁

IV 6. (§78~84) 梁之撓度

IV 7. (§85~87) 連續梁, 固定梁, 其他

習題

V (§88~95) 柱

習題

VI (§96~104) 扭轉

習題

VII (§105~109) 合應力

VII 1. (§105~107) 引張或壓縮與彎曲之合成

VII 2. (§108~109) 彎曲與扭轉之合成

習題

VIII (§110~111) 螺旋彈簧

習題

IX (§112~116) 中空圓筒及球

習題

X (§117) 迴轉輪

XI (§118~123) 混凝土及鋼筋混凝土

習題

雜題

材 料 力 學

I 總 論

1. 構造物與材料

房屋，橋樑，機械皆為構造物。是乃組合各種材料而建造者。諸材料之大小，尺度，視構造物之大小，及各部受力之大小，性質及材料之種類而以科學的方法決定之。

凡形成構造物所用之各種材料，隨其位置，形狀及蒙受各種大小不同之力而各異，因之其大小，尺度亦種種不同。用料過強則徒多耗費，過弱則不能勝任所加之力而致破壞。

是以與理想適合之構造物，其形成構造物所用之各種材料，應與所受之力相適應，造成均勻平等之強度，即不過強，亦不過弱。若一旦一部分發生破壞，其全體必同時破壞。

2. 外力，應力及應變

物體自外部受力時，此力曰外力。受外力之物體，則在該物體之內部發生一力以抵抗此外力而保持平衡。此力曰應力(stress)。

應力因與外力相應而生，故與外力相等，且方向相反，外力作用時同時存在，外力消滅時同時消滅。

物體若受外力，其形狀必發生變化。此曰物體之應變(strain)。應力隨外力而生，應變亦隨外力而起。是以應力與應變必相伴同時發生。

3. 彈性限度

物體若受外力，則誘生應力，同時發生應變。

應力雖隨外力之消滅而同時消滅，但應變則並不如是。當外力在某量以下時，應變雖亦隨外力之消滅而消滅，但外力超過某量時，外力雖消滅，其應變並不消滅而依然存留。此即所謂永久應變(permanent strain)。

應變隨外力之消滅而同時消滅，則物體恢復原形。此種物性曰物體之彈性(elasticity)。

是以外力在某量以下作用時，物體雖具有彈性，但外力超過某量而發生永久變形時，則物體失卻彈性。物體失卻彈性時之外力或應力曰物體之彈性限度(elastic limit)。彈性限度不僅隨材料之種類而各異，且其限度有明顯表現者，有極不顯者。如熟鐵，軟鋼為表現明顯者，生鐵，銅，砲銅，黃銅，石，水泥，混凝土，則其限度極不明顯。

4. 虎克定律與彈性係數

凡彈性物體必具有下列之性質：

彈性物體之應變與其應力成正比。

此曰虎克定律(Hooke's law)。

凡物體在未達到彈性限度以前，因具有彈性，故與此定律相符。若超過彈性限度以後，因失去彈性，故與此定律不符。若應變與應力成正比，則應力與應變之比，必為一定值。此一定值曰物質之彈性係數(modulus of elasticity)。

$$\text{彈性係數} = \frac{\text{應力}}{\text{應變}} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{故} \quad \text{應力} = \text{應變} \times \text{彈性係數} \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{或} \quad \text{應變} = \frac{\text{應力}}{\text{彈性係數}} \dots\dots\dots (3)$$

彈性係數之值隨材料之種類而異。應變易者其值小，應變不易者其值大。

5. 材料之強度

作用於物體之外力，在未達到彈性限度以前，物體雖具有彈性，然超過彈性限度，則物體失去彈性，若外力再漸加大，則物體終至破壞。

應力隨外力而生，且恆互等而相反。外力逐漸加大，應力亦相應而漸增，然一切材料，其能誘生之應力，均各有其一定之最大限度。

其對抗外力之應力，若達到此限度時，則材料即發生破壞。

是以物體之破壞即表示該材料所誘生之應力達於最大限度之謂。在此限度之應力曰材料之極限應力 (ultimate stress) 或破壞應力 (broken stress)，又曰極限強力 (ultimate strength) 或破壞強力 (broken strength)。其值大者不易破壞曰強材料，其值小者因易破壞曰弱材料。總稱材料強弱之性質而曰材料之強度 (strength)。

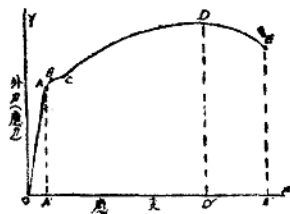
6. 應力應變圖

欲明示外力或應力與應變之關係，實以圖解法為便。

如第1圖以 O 為原點， OX ， OY 為正交二直線。在 OX 上取各值之應變量， OY 上取與此相當之外力或應力之大小，而連成曲線以圖示兩者之關係。此圖曰外力應變圖或應力應變圖 (stress strain diagram)。

此圖形隨材料之種類各有其特性而具一定之形狀。第1圖為熟鐵，軟鋼等受張力時所表現之特性圖形。

原點 O 為外力與應變俱為零之



第1圖

點。外力自此漸增，應變亦隨之而漸大。在初期間物體具有彈性，根據虎克定律，應變與應力成正比，故圖形之最初部分，即 OA 段，呈現一直線。

若達於彈性限度，則物體失去彈性，設其點為 A ，則 AA' 表示相當於彈性限度之外力， OA' 表示其應變量。

外力逾越 A 後，則物體變性而失去彈性，其應變與應力不成正比。應變所增之程度較外力所加之程度為大。其圖如 $ABCDE$ ，呈現一種不規則之曲線狀。

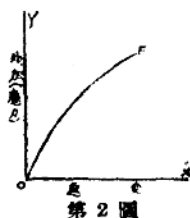
OA 雖為直線，但越過 A 後而達於 B 之一段內，外力殆無變化而應變則急速增大，自 B 而一逕達於 C 。故 BC 段略呈與 OX 相平行之直線狀態。

應變急速表現之 B 點曰材料之屈服點(yield point)。此點通常與彈性限度極相接近，因之 A 與 B 之區別不甚容易。在應變所增之程度較外力所加之程度為大之情形下，越過 A 而達於 D 時，物體之一部分縮小。其結果為自此以後即外力反小，亦能發生劇烈之應變，待達於 E 時物體即成破斷。

是以 DD' 表示該物體所能耐受外力之最大量。

OE 表示該物體內發生應變之最大量，因之其破壞應力可以最大外力 DD' 計算之。

如生鐵，砲銅，黃銅，石，水泥，混凝土等材料，概以如第 2 圖所示之特性的圖形表示之，其全部殆呈現一單純曲線狀態，彈性限度，屈服點均不明顯，達於曲線終點， E ，突然發生破壞。



7. 材料之諸性質

由外力所生之應變，隨外力之除去而同時消滅，其性質稱為彈性，前已言之。但外力除去後，而應變仍遺留即發生永久應變時之

性質曰材料之受範性(plasticity)。

逾越彈性限度而受外力之作用時，一切材料均具有受範性，但如生鐵，銅，其應力應變圖，如第2圖所示，毫無直線形狀，乃自始即有受範性之材料。

欲使棒或板彎曲或展延後之形狀永久存留，以逾越彈性限度而施行彎曲或展延之場合為限。是以欲將材料造成某種形狀，必須施行超過彈性限度之作業。

在常溫時雖具有彈性之物質，在高溫時亦有變為受範性者。如熟鐵，鋼等即是。取此等材料而赤熱之，即成受範性，易於展延或彎曲為種種形狀。

展延成板，引伸成棒，此種性質曰材料之展性(malleability)或延性(ductility)。如熟鐵，鋼，銅，鎳(nickel)等即具有此種性質。不具展延性而易碎易斷者其性質曰材料之脆性(brittleness)。此種材料曰脆材料(brittle material)。如生鐵，玻璃，磚，石，水泥，混凝土即其例也。

欲將材料造成某種形狀，雖須施以逾越彈性限度之作業，但超過彈性限度，材料成為受範性後而即予使用，則頗感危險。如為金屬材料，可隨材料之種類，熱之而使徐徐冷卻或急冷之以消除其受範性即能恢復始初之彈性。此種方法曰材料之軋化(annealing)。經過種種作業，將諸材料造成所需形狀後，必須施行軋化而後使用之方無危險。

不易展延，不易彎曲，不易扭轉之材料為不易變形之材料，是曰材料之剛性(rigidity)。

此種材料曰剛材料(rigid material)。構造物所用之材料必須強而剛者。僅強而不剛者，雖不破壞，亦易變形，不合實用。

——取二物體而互相接觸之，若超過彈性限度而壓迫之，其中必有

一者凹陷較甚，且其凹陷永久遺留。又取二物體使互相壓迫而摩動之，則其中必有一者摩損較多。此時，其凹陷較甚或摩損較多之材料曰軟材料 (soft material)，其對方之材料曰硬材料 (hard material)。此種軟硬之性質總稱之曰材料之硬度 (hardness)。

硬度與強度，其意義各異。不易凹陷及不易摩損者以硬度表之。不易拉斷及不易壓碎者以強度表之。須知硬者未必是強，軟者未必是弱。如生鐵，玻璃雖為硬材料，但決非強材料。如熟鐵，鋼雖較軟，但為強材料。又硬材料概為脆材料。

所用之材料對於一定之外力，雖極安全，但持久不斷反覆蒙受此力時，終至破壞而後已。

例如輪軸，其製造初雖安全，然在某力之下，持久繼續迴轉，則終成斷裂。此曰材料之疲勞 (fatigue)。此種現象可視為由材料質地之不均而起者。但若外力不超過某限度，則永久不會發生。即超過此限度方有此現象也。此限度曰疲勞限度。疲勞限度較彈性限度為低。

8. 應力之大小

受有外力之物體，其應力作用於物體內部之一切截面上，其大小乃以作用於單位面積截面上之應力表示之。是以應力常指作用於單位面積上之力而言也。例如截面一方公分 (cm^2) 上均勻作用之應力設為 p 公斤 (kg)，則曰每方公分 p 公斤 ($p \text{ kg/cm}^2$) 之應力。設截面一方吋 (sq. in 或 in^2) 上作用之應力為 q 磅 (lbs)，則曰每方吋 q 磅 ($q \text{ lbs/in}^2$) 之應力。是以以應力所作用之總面積乘應力則為該截面上所作用之總應力。此總應力與作用之外力相等，且方向相反，兩者保持平衡。

應力之單位由力與面積之單位而構成，通常以作用於面積一方公分或一方公厘 (mm^2) 上若干公斤之力表之。因之其單位為每

方公分……公斤(kg/cm^2)或每方公厘……公斤(kg/mm^2)。

在英制則以作用於面積一方吋上若干磅或若干噸之力表之。因之其單位爲每方吋……磅($lbs/\square$)或每方吋……噸($t/\square$)。

諸單位之關係如下：

$$1\text{ }kg/mm^2 = 100\text{ }kg/cm^2,$$

$$1\text{ }t/\square = 2240\text{ }lbs/\square,$$

$$1\text{ }kg/cm^2 = 14.22\text{ }lbs/\square,$$

$$1\text{ }lb/\square = 0.07031\text{ }kg/cm^2,$$

$$1\text{ }t/cm^2 = 1000\text{ }kg/cm^2 = 6.351\text{ }t/\square,$$

$$1\text{ }t/\square = 0.1575\text{ }t/cm^2 = 157.5\text{ }kg/cm^2.$$

9. 應變度

若物體受有外力則生應變。其應變量與物體之大小有關。即對於相同之外力，長大之物體較短小之物體其變形量多。是以表示應變，可測其發生應變部分之長厚寬，有時或可測其體積。單位長厚寬或體積上所生之應變曰應變度或僅曰應變。

由外力而生應力，同時發生應變。應力雖必隨外力而生，惟應變則不然，是不僅由外力而生，即無外力之作用，物體亦能發生應變。例如物體由熱而膨脹或收縮之應變。此時苟無阻力任其自由伸縮，則其應變並不伴有何等應力。又取棒而拉伸之，則發生長度之延長，同時發生橫向收縮。此時長度之延長雖有應力相伴，但橫向收縮，則無應力 (§ 15)。凡無應力之應變曰自由應變 (free strain)。

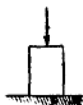
茲由應力之作用以研究材料之強度，即就應變伴有應力之場合而研究材料之各種現象曰材料力學 (mechanics of materials)。

10. 三種應力及應變

因外力不同之作用而生種種應力。是可分爲張應力 (tensile



第 3 圖



第 4 圖



第 5 圖

stress), 壓應力 (compressive stress), 及剪應力 (shearing stress) 三種。

張應力云者乃指棒受張力時 (第 3 圖) 與力之作用方向相正交之任意截面上所作用之應力而言。壓應力云者乃指受壓力時 (第 4 圖) 在同樣截面上所作用之應力而言。此兩種應力對於截面常為直角作用故總稱之曰垂直應力。

剪應力云者乃指物體自其側方受有外力時 (第 5 圖) 與力之作用方向相平行之任意截面上所作用之應力而言。因之此為在截面上且沿截面而作用之應力。

以上三種應力總稱之曰單純應力。取此種種而合成之應力, 稱為合應力 (combined stress)。

應力大都伴有應變。與上述三種單純應力相當之應變分別曰張應變 (tensile strain), 壓應變 (compressive strain) 及剪應變 (shearing strain)。

11. 容許應力及安全因數

凡物體上所加之外力足使發生破壞應力時則物體破壞。是以形成構造物所用之各種材料, 絕不可有若是外力之作用。又雖不致破壞, 如發生超過彈性限度之應力, 則材料變性而失卻彈性, 同時應變永久遺留, 脆弱而易破壞。

材料即不超過彈性限度, 但若發生超過疲勞限度之應力時, 初雖安全, 然隨使用之時間, 其材料亦漸成疲勞而變性, 終至破壞也。

是以欲得永久最安全之構造物，其所用各種材料之任何部分發生之應力，絕不可超過較彈性限度為小之疲勞限度，此不可不知者也。

實際上材料所生之單位應力曰工作應力 (working stress)，工程家對於某材料所定之最大工作應力曰容許應力 (allowable stress)。此應力遠較破壞應力為小。以容許應力除破壞應力所得之值曰安全因數 (factor of safety)。茲以式表之如下。

$$\left. \begin{aligned} \text{安全因數} &= \frac{\text{破壞應力}}{\text{容許應力}} \\ \text{容許應力} &= \frac{\text{破壞應力}}{\text{安全因數}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

外力一般稱之曰載荷 (load)，可分為靜載荷 (dead load) 與動載荷 (live load) 兩種。

外力以一定之大小安靜作用時曰靜載荷，其大小不斷變化而變動作用時曰動載荷。動載荷又可細分為反覆載荷 (repeated load) 及交互載荷 (alternately load)。外力僅變其大小者曰反覆載荷，大小與方向同時變更者曰交互載荷。例如物體受有張力時，僅變其張力之大小則為反覆載荷。若張力與壓力交互作用，則為交互載荷。

習 題

- 1 何謂應力及應變？
- 2 何謂物體之彈性限度？
- 3 試述應力，應變與彈性係數三者之關係。
- 4 硬度與強度有何分別？
- 5 物體為何發生破壞？

- 6 何謂疲勞限度？
- 7 試列舉表示應力大小之單位。
- 8 試述三種應力及應變之名稱。
- 9 何謂安全因數？
- 10 何謂動載荷與靜載荷？
- 11 同負靜載荷之各種材料，何以規定之安全因數各有不同，能言其故否？
- 12 試就日常所見之機械或建築物上，指出何處受單純應力，何處受合應力？

安全因數之值恆較一為大，隨材料之性質與其載荷之性質而異。第 1 表乃表示其值之大概。

第 1 表 安全因數

材 料 之 種 類	靜 載 荷	動 載 荷		
		反覆載荷	交互載荷	劇烈交互載荷 (如振動)
生鐵及一般脆金屬	4	6	10	15
熟鐵及軟鋼	3	5	8	12
鑄 鋼	3	5	8	15
銅及一般軟金屬	5	6	9	15
木 材	7	10	15	20
磚工及石工之類	20	30	—	—

第 2 表及第 3 表乃表示工業用各種材料之破壞應力及彈性係數之值。

第 2 表 材料強度表 (金屬材料之部)

材 料		破 壞 應 力 kg/cm^2			彈 性 係 數 kg/cm^2	
		引 張	壓 縮	剪 割	楊 氏 E	剪 割 E_s
熟 鐵	沿 縱 維	3,300	3,300	2,600	2,000,000	770,000
		3,650	3,650	2,950		
		4,000	4,000	3,300		
鐵	橫 斷 纖 維	2,800	2,800	2,000	2,000,000	770,000
		3,150	3,150	2,300		
		3,500	3,500	2,600		
軟 鋼	軟	3,400	3,400	2,900	2,000,000	770,000
		3,900	3,900	3,350	2,080,000	800,000
		4,400	4,400	3,800	2,150,000	830,000
鋼	稍 硬	4,500	4,500	4,000	2,200,000	850,000
		以上	以上	以上		865,000
鐵 鋼		3,500	3,500	—	2,150,000	830,000
		5,250	5,250	—		
		7,000	7,000	—		
鐵 鋼	相 常 軟	5,600	5,600	—	2,100,000	880,000
		6,000	6,000	—		
		7,000	7,000	—		
彈 簧 鋼	未 淬 火	10,000	10,000	—	2,200,000	850,000
		17,000	17,000	—		865,000
生 鐵		1,500	7,000	1,300	850,000	290,000
		1,800	7,250	1,950	950,000	345,000
		2,400	8,500	2,650	1,050,000	400,000
銅	鑄 銅	1,400	3,500	—	920,000	320,000
		3,200	—	—	1,010,000	395,000
青 銅		—	—	—	1,100,000	470,000
		1,300	780	1,250	775,000	320,000
		—	—	1,400	845,000	395,000
電 銅		—	—	1,550	915,000	470,000
		2,200	—	2,400	775,000	320,000
		2,450	—	—	845,000	395,000
擠 壓 銅		2,700	—	—	915,000	470,000
		4,000	—	3,800	990,000	870,000
鋁	鑄 造	470	—	—	—	—
		623	—	—	680,000	—
		775	—	—	703,000	—
鋁	鍛 鍊	1,100	—	920	775,000	—
		1,830	—	—	—	—
		1,550	—	—	—	—
鋁 青 銅		6,800	—	8900	1,200,000	—

第 3 表 材料強度表 (非金屬材料之部)

材 料		破 壞 應 力 kg/cm^2			彈 性 係 數 kg/cm^2	
		引 張	壓 縮	剪 割	楊 氏 E	剪 割 E_s
木 材 (沿 縱 維)	松	1,000	500	78	88,000	—
	杉	500	280	56	70,000	—
	檜	900	420	70	85,000	—
	栗	1,000	560	78	70,000	—
	徑	1,000	700	160	12,000	5,800
	竹	3,100 3,450 3,800	650	—	110,000 210,000 310,000	—
玻 璃		250	1,500	—	750,000	—
石 材	花 崗 石	—	600 725 850	—	140,000	—
	砂 石	—	200 250 300	—	100,000	—
	石 灰 石	—	300 400 500	—	120,000	—
水 泥		—	100 110 120	—	140,000	—
混 凝 土		15 18 20	180 215 250	20 28 35	140,000	—
磚 工		—	60 90 120	—	84,000	—
良 質 土 地		—	50	—	—	—

註：上二表中第一行第三行所示之值乃表示大小之範圍，第二行所示者乃其平均値，第二表中之彈簧鋼乃製造彈簧所用之鋼。