高联考研

2007年

李永乐·李正元考研数学⑪

数学三

【经济类】

数学全真模拟经典400题

主编 清华大学 李永乐
北京大学 刘西垣
中国人民大学 袁荫棠

国家行政学院出版社

数学全真模拟经典400题

（经济类·数学三）

主 编 清 华 大 学 李永乐
北 京 大 学 刘西垣
中国人民大学 袁荫棠

编 者 （以姓氏笔画为序）
北 京 大 学 刘西垣
北 京 大 学 李正元
清 华 大 学 李永乐
中国人民大学 严 颖
北 京 大 学 范培华
中国人民大学 袁荫棠
空军雷达学院 徐宝庆
东北财经大学 龚兆仁
天津财经学院 鹿立江

国家行政学院出版社

图书在版编目（CIP）数据

数学全真模拟经典400题：经济类/袁荫棠，李永乐，刘西垣主编.
-北京：国家行政学院出版社，2001
（考研必备）
ISBN 7-80140-175-1

Ⅰ.数…　Ⅱ.①袁…　②李…　③刘…　Ⅲ.高等数学-研究生-入学考试-试题
Ⅳ.O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字（2001）第044470号

数学全真模拟经典400题
[经济类·数学三]
李永乐　刘西垣　袁荫棠　主编
*
国家行政学院出版社出版发行
北京市海淀区长春桥路6号
邮政编码：100089
发行电话：88517082
新华书店经销
北京市朝阳印刷厂印刷
*
787×1092　1/16开本　12.5印张　340千字
2006年8月第7版　2006年8月第1次印刷
ISBN 7-80140-175-1/O·14　　定价：19.00元

前 言

本套书（**李永乐、李正元考研数学系列——《数学复习全书》及《数学全真模拟经典400题》等，国家行政学院出版社**）出版、修订多年以来，深受全国广大考生的好评和厚爱，受到专家同行的肯定，认为在编写体例和内容上有“自己的特色”和“较高的水准及较强的针对性”，较“适合考生的需要”，我们深感欣慰。《**2007年考研数学全真模拟经典400题**》根据2007年考试大纲的考试内容、考试要求及试卷结构重新编写，将以更高的质量和新的面貌呈现在广大考生的面前。

本书特点：

1. **每题均全新优化设计，综合性强**

为使考研同学考前多一些查漏补缺的机会，多见一些新题型，多一些针对性，考试中多一份把握，我们特优化设计或改编了10套模拟试题，这10套题完全不同，没有重复题；在内容设计上，每道题均涉及两个以上知识点，有些综合题甚至涉及到3个考点或更多，这些题涵盖新大纲所有考查知识点。通过这10套全新优化设计的试题训练，我们相信一定能提高您的数学的分析问题、解决问题的能力。

2. **注重归纳总结，力求一题多解，解答规范、详细**

我们在设计这10套试题时，无论是选择题、填空题，还是解答题（包括证明题），每道题设有：①分析——该题的解题步骤和解题思路、方法；②解答——该题的详细、规范解题过程；③评注——该题所考查的知识点（或命题意图）、解题思路归纳总结和延伸、常见错误和注意事项。同时，在解题过程中，力求一题多解，扩展考生的视野和思路，比较各种解题方法的特点和适用范围，从而提高考生的应试水平。

本书使用说明：

1. 本书是依据2007年考研数学大纲为2007年考研读者全新优化设计的一本全真摸拟训练题集，本书中的试题难度略高于2006年考研试题，解答题（包括证明题）体现了考试重点、难点内容，综合性比较强；选择题与填空题着重考查考生对基本概念、基本公式、基本定理的理解和运用，适用于第二阶段复习训练之用。

2. 本书中的每道题均有较透彻的分析、详细解答、归纳总结的评注，因此希望考生在做题时，如果遇到了困难，不要急于看分析和解答，一定要多思考，只有这样才能达到本书编写的目的，才能提高应试水平，才能取得好成绩。

3. 考生在使用本书之前，应仔细研读《2007年考研数学复习全书》（经济类），弄清《考试大纲》中要求掌握的基本概念、基本定理和基本方法，掌握《2007年考研数学复习全书》（经济类）中所介绍的解题方法、技巧和思路。

特别提醒考生注意：①本书编撰者长期从事于清华大学、北京大学、中国人民大学等重点高校的相关教学，考研辅导经验丰富，并且是各自领域的专家学者，具有足够的专业素养。更重要的是，本书编撰者不辞辛苦，认真钻研考试大纲的考试内容和考试要求，归纳总结考生在学习中的不足及近年来考研数学考试的命题规律，尽力做到考研辅导和考研辅导资料的编写具有很强的针对性和有效性。在编写本书的过程中，编撰者都从头到尾坚持自己亲自完成本书的编写任务，决不假手他人，更不会“借”他人的东西。在这个意义上，“经典”两字实际上是本书编撰者对自己的严格要求。

②为了提高同学数学分析和解决问题的能力，本书所编题目难度较大，有的题目涉及3个以上的考点、综合运用性比较高，概念运用性较强，如果考生在做本书试题感到棘手时，请不要急，更不要泄气，应静下心来，仔细分析题目所考查的是哪些知识点，回忆《数学复习全书》（经济类）所介绍的解题方法，然后再动手做题。我们希望考生一定要动手做题，不要一看了事。

鉴于以上两点，我们希望考生认真对待本书中每道题，对本书中的每套题至少要做二至三遍。我们相信在2007年考研数学考试中，您肯定会感到有些题“似曾相识”、甚至“一见如故”。

在本书的编写、编辑和成书过程中，由于时间紧、任务重，尽管我们认真对待和严格要求，仍难免有不尽如意的地方，诚请广大读者和同行批评指正。

愿这本《经典400题》能对广大考生有所帮助，为实现考研目标助一臂之力！

说明：为了使本书更具有针对性，减轻考生的经济负担，我们将原《数学全真模拟经典400题》（数学三、数学四合订本）改为数学三、数学四单行本，书名继续沿用《数学全真模拟经典400题》。

编　者

2006年8月

目　　录

第 1 部分　考生必须了解的信息

第 2 部分　新增考点专题训练

第 3 部分　全真模拟经典试题

第4部分　全真模拟经典试题答案及详解

第1部分

考生必须了解的信息

一、2007 年考研数学考试大纲修订情况

（一）关于试卷结构

1. 内容比例

（1）微积分由原来的“约 50%”调整为“约 56%”.

（2）线性代数、概率论与数理统计均由原来的“约 25%”调整为“约 22%”.

2. 题型比例

（1）填空题与选择题由原来的“约 40%”调整为“约 45%”.

注意：今年大纲关于“填空题与选择题”有比较大的调整.第一，将原来的“一、填空题”调整为“二、填空题”，同时将原来的“二、选择题”调整为“一、选择题”；第二，填空题题量没有变化，但其内容比例有所调整，即微积分内容的填空题由原来的“3 道题”调整为“4 道题”，概率论与数理统计内容的填空题由原来的“2 道题”调整为“1 道题”；选择题的题量及分值有较大调整：其所占分值由原来的“32 分”改为“40 分”，同时其题量由原来的“8 道”改为“10 道”，即关于微积分内容和概率论与数理统计内容各增加了 1 道选择题.

（2）解答题（包括证明题）由原来的“约 60%”调整为“约 55%”.具体来说，题量由原来的“9 道题”调整为“8 道题”，即减少了 1 道关于微积分内容的解答题.

（二）关于考试内容和考试要求

1. 微积分

（1）将“无穷小（大）”修订为“无穷小（大）量”，将“广义（二重）积分”修订为“反常（二重）积分”.

（2）“一、函数、极限、连续”考试要求的第 6 条中，将原来的“…… 会应用两个重要极限”修订为“…… 掌握利用两个重要极限求极限的方法”，以便与数学一、二相统一.

2. 概率论与数理统计

“二、随机变量及其分布”考试要求的第 2 条中增加了“几何分布”的内容，并要求掌握其

应用.

二、2006年考研数学试题特点剖析

2006年全国硕士研究生入学统一考试数学试题全面考查基本概念、基本理论和基本运算,紧扣考试大纲,涉及知识面宽,体现了"厚基础、重能力"的命题指导思想.题目难易适中且有所创新,注重考查综合运用知识的能力.

1. 注重基础知识

注重基础知识是2006年试题的突出特点,考生只要掌握好基本概念和基本思想,就可以正确解答这些题目.如数学三中求极限的第(15)题,本题是一道基本计算题,考查的主要知识点有"$\frac{0}{0}$"型和"$\infty - \infty$"型极限的求法、洛必达法则以及等价无穷小量的代换性质等,只要考生基本功扎实,就可以答对此题.又如数学三中第(22)题,本题主要考查随机变量函数的概率密度的求法及二维随机变量分布函数的定义.

在对基本原理的考查上,主要考查数学思想及其灵活应用.如数学三的第(1)题,不需用具体计算方法,只要运用极限思想,知道数列的偶次列和奇次列趋于同一个常数,这个常数即为数列的极限.又如数学三第(11)题,考查函数条件极值的必要条件,只要运用函数无条件极值的必要条件的概念,即可推出结论.再如数学三第(23)题,本题需要根据似然函数的定义建立$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i) = \theta^N (1-\theta)^{n-N}$,就可以求出$\theta$的最大似然估计$\hat{\theta} = \frac{N}{n}$.

2. 题目解法灵活多样

2006年的数学试题考查了考生的发散思维能力和对知识综合运用的能力,如果考生能用简便方法解题,可以节省出答题时间,有效解决答题时间不够用的问题.如数学三第(21)题,本题主要考查实对称矩阵对角化的逆问题.由$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$是线性方程组$\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{0}$的解,知$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$是属于0的特征向量.又由$\boldsymbol{A}$的各行元素之和为3,知$(1,1,1)^{\mathrm{T}}$是$\boldsymbol{A}$的属于3的特征向量,于是$\boldsymbol{A}$的所有的特征值、特征向量均求出,从而本题就成为一个常规题了.该题目新颖且不落俗套,但难度并不高,而且解法灵活多样.此外,试卷中的一些试题虽然是基本题,但知识点增多,考查学生运用交叉知识解决较复杂问题的能力.

3. 分步设问,梯次递进

2006年的很多数学试题在设计上先搭一个台阶,引导考生的思路,便于考生上手.

4. 试题没有偏题怪题

2006年数学试题不偏不怪,难度适中,考生只需从基本概念入手就可以解决问题,而不需要高难的技巧.比如数学三第(11)、(18)、(23)题等题,这些试题考查了基本的概念和原理,考生只有基本功过硬才能得高分,而只靠背题型、临时突击掌握一些解题的套路是不行的.

5. 试题难度下降

与2005年相比,2006年数学试题的难度进行了有效的调整,难度有所下降,符合考生的实际水平.试题降低了对高难度技巧的要求,但不降低对知识点的要求.

三、思考与建议

通过阅卷，我们发现考生存在的问题有：

（1）考生存在的主要问题是，基础知识不牢固，很多考生只是背题型，按照套路做题，对基本概念不够重视，理解不深，不能灵活应用，不能从基本概念入手解决问题．

（2）考生存在的另一个问题是综合运用知识的能力较差，其原因是数学解题能力没有达到要求，遇到新题型不能综合地应用知识解决问题．

针对上述存在的问题，建议考生在复习中首先强化基本概念、基本理论和基本运算，然后加强综合训练．考生应注意积累解题方法，一题多解的题目要选择简便解法，以便节省时间，提高效率．

第2部分

新增考点专题训练

概率论与数理统计

▶ 关于几何分布及其应用

【题 1】 用还原抽样方式从 1,2,…,9 等九个阿拉伯数字中一个接一个地抽取数字,直到出现被 3 整除的数字为止,则被 3 整除的数字出现在第三次抽取的概率为________.

【分析】 易见,从 1,2,…,9 等九个阿拉伯数字中随意抽出的一个数,能被 3 整除的概率 $p = 1/3$. 以 X 表示题中要求的抽样次数,则 X 的概率分布为

$$\boldsymbol{P}\{X = n\} = p(1-p)^{n-1} \quad (n = 1,2,\cdots),$$

即参数为 $p = 1/3$ 的几何分布 . 因此被 3 整除的数字出现在第三次抽取的概率为

$$\boldsymbol{P}\{X = 3\} = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{27}.$$

【题 2】 重复做一系列独立试验,每次试验成功的概率为 $p(0 < p < 1)$,试验做到第 n 次成功停止,试求试验次数 X 的数学期望 $\boldsymbol{E}(X)$.

【解】 设随机变量 X_i 为第 $(i-1)$ 次试验成功后到再一次试验成功时的试验次数, $1 \leqslant i \leqslant n$. 显然,$X = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$, 而且对每一个 X_i,它的可能性取值为 $1,2,\cdots,k,\cdots$.

当 $X_i = k$ 时,它表示前 $(k-1)$ 次试验失败,而第 k 次试验成功,即

$$\boldsymbol{P}\{X_i = k\} = (1-p)^{k-1}p.$$

因而,

$$\boldsymbol{E}(X_i) = \sum_{k=1}^{\infty} k\boldsymbol{P}\{X_i = k\} = \sum_{k=1}^{\infty} k(1-p)^{k-1}p = p\frac{1}{[1-(1-p)]^2} = \frac{1}{p}.$$

故

$$\boldsymbol{E}(X) = \boldsymbol{E}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}(X_i) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{p} = \frac{n}{p}.$$

【题 3】 已知随机变量 X 和 Y 相互独立且服从同一(几何)分布：

$$P\{X=k\}=P\{Y=k\}=pq^{k-1}\quad(k=1,2,\cdots).$$

对于 $k=1,2,\cdots,n(n\geqslant 2)$，试求 $P\{X=k\mid X+Y=n\}$.

【解】 对于任意 $n\geqslant 2$，因为 X 和 Y 相互独立，故由全概率公式，有

$$\begin{aligned}P\{X+Y=n\}&=\sum_{k=1}^{n-1}P\{X=k,Y=n-k\}\\&=\sum_{k=1}^{n-1}P\{X=k\}P\{Y=n-k\}\\&=\sum_{k=1}^{n-1}pq^{k-1}pq^{n-k-1}\\&=(n-1)p^2q^{n-2}.\end{aligned}$$

根据条件概率的定义，对于任意 $k=1,2,\cdots,n(n=2,3,\cdots)$，有

$$\begin{aligned}P\{X=k\mid X+Y=n\}&=\frac{P\{X=k,X+Y=n\}}{P\{X+Y=n\}}\\&=\frac{P\{X=k,Y=n-k\}}{P\{X+Y=n\}}\\&=\frac{P\{X=k\}P\{Y=n-k\}}{P\{X+Y=n\}}\\&=\frac{pq^{k-1}pq^{n-k-1}}{(n-1)p^2q^{n-2}}=\frac{1}{n-1}.\end{aligned}$$

【题4】 独立地重复进行某项试验，直到首次成功为止，每次试验成功的概率为 p. 假设前5次试验每次的试验费用为10元，从第6次起每次的试验费用为5元. 试求该项试验的总费用的期望值 a.

【解】 (Ⅰ) 以 X 表示试验的总次数，首先求 X 的概率分布. 设 $A_k=\{$第 k 次试验成功$\}(k=1,2,\cdots)$，则 $P(A_k)=p$；X 的概率分布为

$$P\{X=n\}=P(\overline{A}_1\cdots\overline{A}_{n-1}A_n)=pq^{n-1}(n=1,2,\cdots),$$

其中 $q=1-p$. 于是试验的总次数 X 服从参数为 p 的几何分布.

(Ⅱ) 现在求试验的总费用的期望值 a. 由条件知，试验的总费用

$$Y=\begin{cases}10X, & 若 X\leqslant 5,\\ 50+5(X-5), & 若 5>X\end{cases}=\begin{cases}10X, & 若 X\leqslant 5,\\ 25+5X, & 若 5>X.\end{cases}$$

该项试验的总费用是一随机变量，其期望值为

$$\begin{aligned}a&=EY\\&=10\sum_{n=1}^{5}npq^{n-1}+\sum_{n=6}^{\infty}(25+5n)pq^{n-1}\\&=5p\sum_{n=1}^{5}nq^{n-1}+5p\sum_{n=1}^{\infty}nq^{n-1}+25q^5,\end{aligned}$$

其中

$$\int_0^q\sum_{n=1}^{5}nt^{n-1}\mathrm{d}t=\sum_{n=1}^{5}q^n=\frac{q-q^6}{1-q},$$

$$\sum_{n=1}^{5}nq^{n-1}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}q}\left(\frac{q-q^6}{1-q}\right)=\frac{5q^6-6q^5+1}{(1-q)^2}=\frac{5q^6-6q^5+1}{p^2};$$

$$p\sum_{n=1}^{\infty} nq^{n-1} = p\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}q}\left(\frac{q}{1-q}\right) = p\frac{1}{(1-q)^2} = \frac{1}{p};$$

$$a = \boldsymbol{E}Y = \frac{5}{p}(5q^6 - 6q^5 + 2) + 25q^5 .$$

例如,设 $p = 0.8, q = 0.2$,得 $a = 12.498$ 元;设 $p = q = 0.5$,得 $a = 19.6875$ 元;设 $p = 0.2, q = 0.8$,得 $a = 41.808$ 元;设 $p = 0.1, q = 0.9$,得 $a = 70.4775$ 元.

第3部分

全真模拟经典试题

要求与建议

1. 考生一定要在全面复习之后，再做本书中的模拟训练试题.
2. 考生做本书模拟试题时，一定要动手做，而且要写出来.这样有利于提高解题速度和解答正确性.
3. 不会的题目不要马上看答案，也不要一边查公式定理一边做.
4. 每套题要独立完成，做完后最好约几个同学一起讨论.
5. 对于本书十套经典模拟试题，考生最好用考试规定时间(180 分钟) 完成每套试题，以便较真实地检查自己的水平，查漏补缺，从而在后面冲刺复习阶段有的放矢.
6. 做完题要注意归纳总结，千万不可就题做题.建议考生对每道试题做以下事情(写在本书每道试题的空白处)：
   (1) 概括每道试题的考查知识点(注：本书每道试题至少包含两个知识点)；
   (2) 总结每道试题所属题型的解题思路、方法和技巧(注：本书解答部分编者已给出，建议考生用自己的语言进行总结)；
   (3) 做对的题再探究本书介绍以外的解题方法(注：本书对绝大部分试题均介绍了几种解题方法)；
   (4) 做错的题查找错因(注：本书对部分试题给出了错误的解法)；
   (5) 归纳每道试题所考查知识点的衔接点.
7. 由于本书所编试题综合性较强，难度要高于 2006 年考试试题，因此希望考生遇到难题不要气馁，记住“失败是成功之母”，胜利往往在于再坚持.

模拟试题(一)

得分	评卷人

一、选择题:1 ~ 10 小题,每小题4 分,共40 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内.

(1) 若函数 $f(x) = \tan x - \arctan x$ 与函数 $g(x) = Ax^k$ 当 $x \to 0$ 时是等价无穷小量,则

(A) $A = \frac{3}{2}, k = 2$.　　(B) $A = \frac{2}{3}, k = 2$.

(B) $A = \frac{3}{2}, k = 3$.　　(D) $A = \frac{2}{3}, k = 3$.

【　　】

(2) 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x^2}{x}, & x > 0, \\ \arcsin^2 x \cdot g(x), & x \leqslant 0, \end{cases}$ 其中 $g(x)$ 是有界函数,则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处

(A) 极限不存在.　　(B) 极限存在,但不连续.

(C) 连续,但不可导.　　(D) 可导.

【　　】

(3) 反常积分 $\int_{-\pi}^{+\infty} e^{-x}\sin x dx$

(A) 取值为零.　　(B) 取值为负.　　(C) 取值为正.　　(D) 发散.

【　　】

(4) 已知正数 a,b 满足 $a < b$,若函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续,在 (a,b) 内可导,且 $xf'(x) < f(x)$ 当 $x \in (a,b)$ 时成立,则

(A) $af(x) > xf(a)$.　　(B) $bf(x) > xf(b)$.

(B) $xf(x) > bf(b)$.　　(D) $xf(x) > af(a)$.

【　　】

(5) 设 $I = \iint\limits_{x^2+y^2\leqslant 1}(x^2+y^2)d\sigma$, $J = \iint\limits_{|x|+|y|\leqslant 1} 2|xy|d\sigma$, $K = \iint\limits_{|x|+|y|\leqslant 1}(x^2+y^2)d\sigma$,则 I,J,K 的大小关系是

(A) $I < J < K$.　　(B) $J < K < I$.

(C) $K < I < J$.　　(D) $K < J < I$.

【　　】

(6) 设 $y(x)$ 是微分方程 $y'' + 2y' + 2y = 0$ 满足条件 $y(0) = 1$ 与 $y'(0) = 6$ 的特解,则 $\int_0^{+\infty} y(x)dx =$

(A) 1.　　(B) 2.　　(B) 3.　　(D) 4.

【　　】

(7) 向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 的秩为 r,则下列说法中不正确的是

(A) 若 $\mathrm{r}(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_{s-1}) = r$,则 $\boldsymbol{\alpha}_s$ 必可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_{s-1}$ 线性表出.

(B) 若 $\mathrm{r}(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_{s-1}) = r-1$,则 $\boldsymbol{\alpha}_s$ 必是 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 的极大线性无关组的成员.

(C) 向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 中,任意 $r-1$ 个向量均线性无关.

(D) 存在不全为 0 的数 $k_1,k_2,\cdots,k_{r+1}$,使等式

$$k_1\boldsymbol{\alpha}_1 + k_2\boldsymbol{\alpha}_2 + \cdots + k_{r+1}\boldsymbol{\alpha}_{r+1} = \mathbf{0}$$

成立.

【　　】

(8) 设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶矩阵,对于齐次线性方程(Ⅰ)$\boldsymbol{A}^n\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ 和(Ⅱ)$\boldsymbol{A}^{n+1}\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$,必有

(A) (Ⅱ)的解是(Ⅰ)的解,(Ⅰ)的解也是(Ⅱ)的解.

(B) (Ⅰ)的解是(Ⅱ)的解,但(Ⅱ)的解不是(Ⅰ)的解.

(C) (Ⅱ)的解是(Ⅰ)的解,但(Ⅰ)的解不是(Ⅱ)的解.

(D) (Ⅰ)的解不是(Ⅱ)的解,(Ⅱ)的解也不是(Ⅰ)的解.

【　　】

(9) 假设 (X,Y) 服从二维正态分布,其联合概率密度为

$$f(x,y) = \frac{1}{4\pi}\mathrm{e}^{-\frac{x^2+y^2}{4}},$$

则一定有

(A) $\dfrac{X}{Y}$ 服从正态分布.　　(B) $\dfrac{X^2}{Y}$ 服从 χ^2 分布.

(C) $\dfrac{X}{Y^2}$ 服从 t 分布.　　(D) $\dfrac{X^2}{Y^2}$ 服从 F 分布.

【　　】

(10) 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自参数为 $p(0<p<1)$ 的 0-1 分布总体 X 的简单随机样本,则样本均值 $\overline{X}$ 的概率分布为

(A) 参数是 p 的 0-1 分布.

(B) 二项分布 $B(n,p)$.

(C) 参数是 p 的几何分布.

(D) $\boldsymbol{P}\{\overline{X} = \dfrac{k}{n}\} = \mathrm{C}_n^k p^k(1-p)^{n-k}, k = 0,1,\cdots,n$.

【　　】

得分	评卷人

二、填空题:11 ~ 16 小题,每小题 4 分,共 24 分.把答案填在题中横线上.

(11) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 可导且 $f(0)=0$,又

$$f'(\ln x) = \begin{cases} 1, & 0 < x \leqslant 1, \\ \sqrt{x}, & x > 1, \end{cases}$$ 则 $f(x) =$ ________.

(12) 设正值函数 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上连续，则函数 $F(x)=\int_1^x\left[\left(\frac{2}{x}+\ln x\right)-\left(\frac{2}{t}+\ln t\right)\right]f(t)\,dt$ 的最小值点 $x=$________.

(13) 差分方程 $y_{t+1}-y_t=3^t-2$ 满足条件 $y_0=\frac{5}{2}$ 的特解是________.

(14) 设函数 $f(x)=(x-1)^5e^{-x}$，则 $f(x)$ 在点 $x=1$ 处的 10 阶导数 $f^{(10)}(1)=$________.

(15) 若矩阵 $A=\begin{bmatrix}2&1&1\\0&3&0\\-1&a&4\end{bmatrix}$ 只有一个线性无关的特征向量，那么这个线性无关的特征向量是________.

(16) 袋内有 a 个红球与 $2a$ 个白球，每次随机地摸出一个球，若是红球，则将该球放回去并且再加进 a 个红球，然后再从袋中任取一个球，如果仍是红球，则再将该球放回并加进 a 个红球，如此继续，直至摸到白球为止，则第 n 次才摸到白球的概率是________.

三、解答题：17 ~ 24 小题，共 86 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

得分	评卷人

(17) **(本题满分 10 分)**

如图，一个容积为 V(单位：立方米) 的粮仓，它的顶部是高与底圆半径都是 R(单位：米) 的圆锥形顶棚，底部是半径为 R 的圆形地基，侧面是高与底圆半径分别是 H(单位：米) 与 R 的圆柱面形的围墙．若每平方米地基与每平方米围墙的造价是每平方米围墙造价的两倍，求使粮仓造价最便宜的 H 与 R．