

巧思妙解让你思路大开



绝无仅有的巧学精品

算得巧

应用题和图形题

陈效师 / 著



中国少年儿童新闻出版总社
中国少年儿童出版社

巧思妙解让你思路大开 · 绝无仅有的巧学精品

帮你学数学 · 丛书

算得巧

应用题和图形题

陈效师 / 著



图书在版编目(CIP)数据

算得巧. 应用题和图形题/陈效师著. —北京: 中国少年儿童出版社, 2006. 11

(帮你学数学)

ISBN 7-5007-8231-4

I. 算... II. 陈... III. 数学课-小学-解题 IV
. G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 094480 号

SUAN DE QIAO YINGYONGTI HE TUXINGTI



出版发行: 中国少年儿童新闻出版总社
中国少年儿童出版社

出版人: 海 飞

执行出版人: 赵恒峰

策 划: 司 布

装帧设计: 刘 静

责任编辑: 许碧娟

责任校对: 葛鸿玉

责任印务: 刘宏兴

社 址: 北京市东四十二条 21 号

邮政编码: 100708

总编室: 010-64035735

传 真: 010-64012262

发行部: 010-84037667 010-64032266-8269

h t t p: //www.ccppg.com.cn

E-mail: zbs@ccppg.com.cn

印刷: 河北新华印刷二厂

经销: 新华书店

开本: 880×1230 1/32

印张: 8.75

2006 年 8 月第 1 版

2006 年 8 月河北第 1 次印刷

字数: 166 千字

印数: 15000 册

ISBN 7-5007-8231-4/G·6153

定价: 13.50 元

图书若有印装问题, 请随时向印务部退换。

目 录

上篇 巧解应用题

死鱼也是鱼

——善于从变中抓住不变/3

“特别特”也是方法

——极端化方法/8

土豆为什么煮不熟?

——倒过来思考/13

“草船借箭”的启示

——变更思路/18

尝“尿”的教训

——从整体上把握问题/24

数学调度员

——假设情节/29

汽水瓶换汽水

——先借后还/37

“球灯”之谜

——万变觅踪/42

烧水的顺序

——化为熟悉的问题/48

登场人物介绍



风趣幽默的王老师



爱动脑筋的李强



聪明的赵聪



观察细致的张明



勤奋的卫勤勤

蜻蜓的“翅痣”

——条件的转化/54

巧求平均身高

——“移多补少”/60

爸爸是爷爷的儿子

——用不同眼光看“1”/65

并不简单的竞赛题

——巧设整体“1”/74

由绳子测井谈起

——巧用对应法/81

祖孙三代 100 岁

——巧用“份数”解题/88

难分辨的一家人

——巧用列表法/95

由“分遗产”谈起

——巧用比例解题/103

“鸡兔杂技团”

——巧用放缩法/113

菠萝换桃子

——巧用代换法/120

“光棍儿”不苦

——巧用消去法/127

巧解 5 秒抢答题

——盯住等量关系/134

下篇 巧解图形题

数学“大风车”

——旋转变换/145

神奇的船闸

——平移变换/152

由将军饮马说起

——对称变换/159

有头无尾的小鱼

——剪剪拼拼/165

方石块的启示

——等分图形/174

谁能数出 13 亿人?

——数数技巧/180

寻找两个“与众不同”的

——等积变换/188

到底放着几只碗?

——空间想象/196

巧移硬币的游戏

——重叠问题/202

镜中电子表

——多角度思维/210

林肯巧断冤案

——合情合理/218

由断臂维纳斯说开去

——寻求复原/226

鲁班立柱

——巧添辅助线/236

请把帽子摘下来

——逆向思维/243

数学“大气球”

——扩大、缩小/250

赵爽的勾股图说

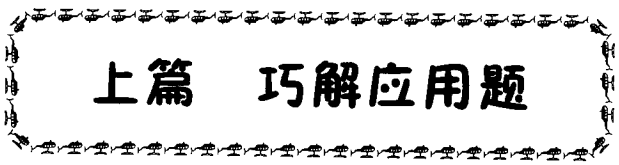
——等量关系/255

车过太平湖

——数学“摆渡”/261

旧题新做活接、割

——拼接、截割/267



上篇 巧解应用题



死鱼也是鱼

——善于从变中抓住不变

王老师是位受欢迎的老师。同学们都盼望王老师给高年级数学课外小组上课。

这是王老师上的第一节课。

“今天，先给大家出一道抢答题。”王老师扫视了一下小组中的每一个成员。

这句话，使全组同学的每一根神经立即被调动起来，他们跃跃欲试。

王老师说：“鱼缸里有 9 条鱼，死了 4 条，还剩几条？”

这时，同学们的紧张情绪立刻松弛下来，他们怀疑这位王老师是不是备错了课或者是走错了门。

一位性子急的女同学——卫勤勤，抢先举手，站起来说：“老师，还剩 5 条。”

她的回答引起了哄堂大笑。他们笑什么呢？是笑老师捉弄他们，还是笑卫勤勤太傻冒了？

一位叫李强的同学并没有笑，他素以爱动脑筋而闻名。他说：“答案应当仍是 9 条！”





4

王老师满意地点了点头,说:“鱼缸里的活鱼部分变为死鱼,情况确实发生了变化。但是,死鱼也是鱼,鱼的条数没变。题中,鱼是个实实在在的不变量,当然是9条了。”

这时,同学们恍然大悟,这才知道王老师的葫芦里卖的是什么药。

王老师为了让同学们理解不变量在解题中的作用,又出了几道有趣的数学题。



1. 王红喝了一杯奶

王红倒满一杯牛奶。她喝了一杯牛奶的 $\frac{1}{6}$,然后加满了水,又喝了一杯牛奶的 $\frac{1}{3}$,再倒满后又喝了半杯,又



加满了水,最后把一杯都喝了。问王红喝的牛奶多,还是水多?

这道题的通常算法是,算出每次喝了多少牛奶、多少水。这样,问题就复杂了,就是学过百分比浓度的同学也要费不少劲。

其实,只要冷静地审题就会发现,题中有一句至关重要的话:王红“最后把一杯都喝了”。也就是说,王红从头到尾实实在在地喝了一杯牛奶。这是本题中的一个重要的不变量。于是,问题就变得单一了:求王红喝了多少水?

这道题中,共倒了3次水:第一次倒了 $\frac{1}{6}$ 杯水,第二次倒了 $\frac{1}{3}$ 杯水,第三次倒了 $\frac{1}{2}$ 杯水。总共倒了:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1(\text{杯})。$$

这样答案就有了:王红喝了一杯牛奶、一杯水,喝的牛奶和水同样多。



从题目的纷繁变化中,一定要抓住不变量,这是化难为易的思维捷径。

2. 思路不要跟狗跑

有一年,苏步青教授去德国访问。在电车上,一个数学家给他出了一道难题:“一个甲,一个乙,相对而行,



他们相距 50 千米,甲每小时走 3 千米,乙每小时走 2 千米。甲带着一只狗,狗每小时跑 5 千米;狗跑得比人快,它同甲一起出发,碰到乙的时候向甲跑去,碰到甲的时候又向乙跑去。问这只狗一共跑了多少千米路?”

苏教授下车之前就解出来了。你知道,他是怎么想的吗?

这道题最让人迷惑不解的是那只狗。如果你的思路跟着狗跑,那就肯定上当了。

当狗在做变向跑动的同时,人在相向而行。甲、乙两人之间的距离(50 千米)、他们的速度(甲每小时走 3 千米,乙每小时走 2 千米)都是已知的,因此相遇时间就是一个不变量。

根据我们学过的知识,求得

$$50 \div (3 + 2) = 10 (\text{小时}).$$

也就是说,尽管狗在甲、乙两人之间跑来跑去,但它所用的时间是固定的——10 小时。显然,狗一共跑了

$$5 \times 10 = 50 (\text{千米}).$$



这道题的巧妙之处在于:狗跑的时间是借助于甲、乙两人相向而行间接给出的。

你是否还发现,狗跑的距离正好是甲、乙相距的距离——50 千米。

3. 男工人数不变中有变

某车间有 400 人,其中男工占 12.5%,调走一部分





女工后,男工占全车间的 20%,问调走多少名女工?

这道题中,显然男工人数是个不变量。这道题的复杂性在于,尽管男工人数没变,但男工在车间总人数中所占的百分比变了。

这个变化是由女工人数减少造成的。女工人数减少,说明车间总人数(整体 1)发生了变化,于是,男工人数占总人数的比例由 12.5%变为 20%。

既然男工人数是个不变量,那我们可以先把男工人数求出来:

$$400 \times 12.5\% = 50(\text{人}).$$

由于女工调走一部分后,50 人占车间总人数的 20%,这时车间总人数为

$$50 \div 20\% = 250(\text{人}).$$

于是可求出女工调走的人数为 $400 - 250 = 150$ (人),列综合式为

$$400 - 400 \times 12.5\% \div 20\% = 150(\text{人}).$$



这种问题要求我们不仅要善于找出不变量,还要善于观察不变量在数量关系中的变化。





“特别特”也是方法 ——极端化方法

在今天的数学课上，王老师聊起了家常。

“你们都知道，北京西单有个‘特别特’。据说很早以前，香港就有了以这个名字命名的商店。这个名字从左到右和从右到左都一样。现在，请问大家，这个名字是什么意思？”王老师侃侃而谈。

赵聪和张明争先发言。

赵聪说：“特别特就是说，他们的商品很有特色，比特别的还特别。”

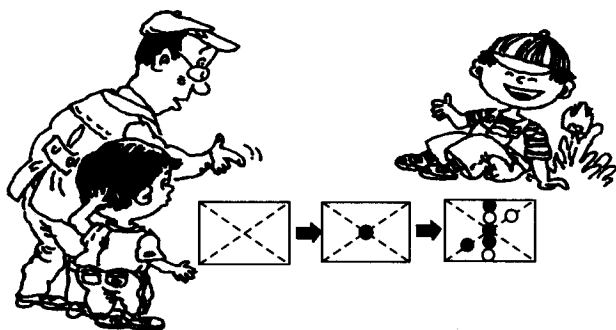
张明说：“特别特就是特特别。”

王老师笑着说：“张明总结得很好。其实，不光是商品，有时候数学中也需要‘特特别’。我们把问题的条件进行极端化的改造，常常能使题中的数量关系变得更清楚，使其中的规律一目了然。”

接着，王老师出了一道智力竞赛题：

两个人利用围棋子在棋盘上做游戏。他们相继往棋盘上放上一枚棋子，棋子可以挨着，但不许重叠，这样



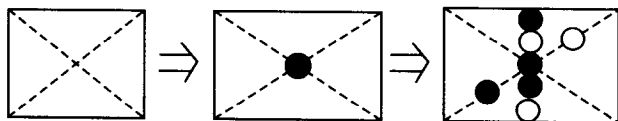


下去,最后棋盘上只剩下一个位置时,谁放下最后一枚,谁就算胜了。请问,先放的胜还是后放的胜?

这时,数学小组的同学们互相争论起来。有的说,下棋总是先手占先,所以先放棋子的为胜方;有的说,这可不一定,只能试一试才能见分晓。

王老师说:“这是一个由来已久的难题,粗看起来问题很复杂,可一旦先考虑它的极端情况,就能看出胜利属于谁了。现在我们假设这张棋盘非常小,小到只能放下一枚棋子,那么显然先放者必获胜。为了保证这种先手的优势,放第一枚棋子相当重要。现在,再把棋盘放大。由于长方形棋盘的对称中心是两条对角线的交点,所以,先放者在对称中心放下第一枚棋子,然后与对手一直保持对称放子,最后肯定是先放者获胜(见下图)。”

“极端化不是目的而是手段,问题经过极端化处理



后,容易获得有益的信息。”王老师做了小结。

接着数学小组转入了深入讨论。



1. 假设一段公路为 0 千米

三段公路共长 100 千米,其中一段比最短的一段长 7 千米,比最长的短 5 千米,求各段公路的长。

这个题,不妨假设最短的公路为 0 千米。于是,另两段公路分别为 $0+7$ (千米), $0+7+5$ (千米)。

这三段公路的总长为 $0+7+12=19$ (千米)。它和实际长相差: $100-19=81$ (千米)。为什么差这么多呢?原因是最短的不是 0,而是 $81\div 3=27$ (千米)。

于是,最短的公路为 27 千米,其他两段分别是 $27+7=34$ (千米), $34+5=39$ (千米)。

2. 只有 4 个人的班级

一次考试,全班的平均分数为 70 分。其中 $\frac{3}{4}$ 的人及格,他们的平均分数为 80 分,问不及格的人的平均分数是多少?

这个问题的难度在于不知道班上有多少人。为了简化题中的各种关系,不妨假设这个班只有 4 个人。显然,及格的人数是 3,不及格的人数是 1。全班总分为 $70\times 4=280$ (分),及格的人的总分为 $80\times 3=240$ (分),所以不及格人的总分是 $280-240=40$ (分)。因为不及格的人仅 1 人,这个总分就是不及格人的平均分数。列



出综合算式：

$$\begin{aligned}& (70 \times 4 - 80 \times 3) \div (4 - 3) \\&= 40 \div 1 \\&= 40.\end{aligned}$$



看来，这道题中起决定作用的是及格和不及格人数占全班人数的比例，与具体人数的多少没有关系。

有人可能不大相信这点，总认为这不是实际情况。这里我们不妨借用一个字母 k ：假设及格人数为 $3k$ ，不及格人数为 k 。这样做与原题交待的及格人数占全班人数的 $\frac{3}{4}$ 相吻合，列出综合算式为

$$\begin{aligned}& (70 \times 4k - 80 \times 3k) \div (4k - 3k) \\&= 40k \div k \\&= 40.\end{aligned}$$

这个算式与上面算式实质上是一致的，区别只不过是除数和被除数统统扩大了 k 倍，自然商不会改变。

全班人数为 4 最简单，这种极端情况并不影响计算的结果。

3. 弟弟还没有出生

一个家庭由丈夫、妻子、女儿和儿子组成，他们的年龄和是 73 岁。丈夫比妻子大 3 岁，女儿比儿子大 2 岁。4 年前这个家庭成员的年龄和是 58 岁。请问：这个家

