

丛书主编 王全坤

龙门新学案

LONGMEN XINXUEAN

学法全解

主编 王全坤

初二代数



龙门书局

LONGMEN BOOK HOUSE





龙门新学案

学法全解

初二代数

主 编 王金坤
编 者 王金坤 李建华 陈爱荣
徐珍秀 方秀林

龍 門 書 局
北 京

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，
凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话：(010)64034160 13501151303(打假办)

邮购电话：(010)64000246

图书在版编目(CIP)数据

龙门新学案·学法全解·初二代数/昭武，文正主编；王金坤分
册主编. —北京：龙门书局，2004.6

ISBN 7-80191-813-4

I. 龙… II. ①昭…②文…③王… III. 代数课—初中—
教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 049544 号

责任编辑：田 旭 王 巍

封面设计：耕者设计工作室

龙 门 书 局 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

<http://www.longmen.com.cn>

北京市东华印刷厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2004年6月第 一 版 开本：890×1240 A5

2004年6月第一次印刷 印张：10 7/8

印数：1-20 000 字数：324 000

定 价：12.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

龙门新学案·学法全解

编委会



总策划 文 正

总主编 昭 武 文 正

编 委 郭乃华 赵维坤 晓 雨 项建明

孙 见 贝嘉禄 叶伟国 陈明刚

文 正 昭 武

执行编委 田 旭 王 巍

前言

随着教育部新课程标准的颁布和新教材在全国范围内的推广,新的教育理念正越来越深入人心。为适应新课标、新教材的教学需要,我们精心组织编写了这套《龙门新学案·学法全解》丛书。

策划这套丛书的宗旨是培养学生的兴趣;解决学生的学习方法;提高学生的能力。丛书的编写遵循学生的学习规律,在注意培养学生学习兴趣的同时,积极帮助学生掌握正确的学习方法,努力使学生获得更多的基础知识、基本技能及有关现代科技,切实提高学生搜集处理信息的能力、自主获取新知识的能力、分析解决实际问题的能力、交流与合作的能力。

本丛书是从学生需要的角度编写的。编写中,我们依据教育教学规律,抓住预习、听讲、复习、作业、小结五个环节,采用师生对话交流的方式,用亲切有趣的语言激发学生、调动学生的学习积极性。丛书尽可能地反映老师们的教学经验和体会。它介绍的是学生最需要的东西;它是学生学习的拐杖和良师。

全书根据教材分同步到课或节编写。每单元或章前加“本章综述”(不出现栏目名),列出知识网络结构图,简述该章的知识内容,指出学习目标、中(高)考中的热点及学习该章的关键点。

每节(课)设置三大块、若干栏目,具体如下:

课前预习

资料卡片 选编与该节(课)知识相关的资料。着重“培养学生的兴趣”,以起导入作用,引导学生进入课文内容。其中有的是生动、活泼又短小精悍的故事,读后耐人寻味。

预习导航 通过提问,向学生展示预习所要达到的效果。复习相关内容,扫清学习该节(课)障碍,教会学生如何预习,提高学习效率。

课堂解疑

要点点击 (教材解读)指出该节(课)学习重点、难点、热点。从梳理知识、培养能力、指导学习方法等方面逐条加以分析、点拨。

典型例解 精选与该节(课)有关的经典问题或新颖综合题进行解说,在评析中指明解题思路,同时指出思维误区,并予以点拨。例题的类型全,形式新。

规律总结 (学有所得)小结学习方法、解题规律等(引导学生自己总结)。

课后巩固

教材链接 针对教材中的习题,提供解题思路和参考答案。

新题展示 精选与该节(课)有关的最新题型,予以讲解。

能力训练 分两层训练题。“基础题”重在检测基础知识;“综合题”旨在激活思维,突出创新能力和动手能力的培养。总题量按每节(课)30分钟左右设定。书后附参考答案。

本章综合复习

中(高)考链接 精选近三年最新颖、最典型的考题,以考查该单元(章)知识为主,题后附详解,对考题中所涉及的知识点进行归纳,并在可能的情况下,对考题作出预测。

解题方法 归纳总结重要的解题思维方法,并简要举例说明。

本章检测 设计一套该单元(章)测试题(附值100分时,时限60分钟)。书后附参考答案。

期末测试

根据全书内容设置一套期末自测题,自我检查一学期来的学习情况。题量100分钟,满分100分。书后附评分标准和参考答案。

在编写本套丛书中,我们得到了江苏、北京、山东、黑龙江、山西、陕西、湖北、江西等地战斗在教学第一线的许多全国著名的特、高级教师、教研人员的大力支持和帮助,并参阅、借鉴了全国较成功的教辅图书和期刊。在此对他们一并表示最真挚的谢意。

中学生学习,教材是学习的范本,考试的蓝本。学好用好教材,全面提高学习能力并不是一件容易的事。本学案以新理念、新内容、新学法,作一次有益的尝试,愿它成为广大中学生学习的好帮手,复习的好助手,生活的好朋友。

本书初稿由王炳金主编,贤友清、范连杰副主编,王炳金、贤友清、范连杰、于斌等参加编写,本书出版由于金坤主编,王金坤、李建华、陈爱荣、徐珍秀、方秀林编写。

愿这套书为培养你的学习兴趣,创新精神,为形成自主、合作、探究的学习方式推波助澜,给你的学习带来愉快和进步。

您在阅读本书时,如有什么意见和建议,请随时与我们联系,以便再版时改进。

目 录

 第八章 因式分解	(1)
8.1 提公因式法	(1)
8.2 运用公式法	(18)
8.3 分组分解法	(37)
本章综合复习	(55)
 第九章 分式	(63)
9.1 分式	(64)
9.2 分式的基本性质	(72)
9.3 分式的乘除法	(85)
9.4 分式的加减法	(100)
9.5 含有字母系数的一元一次方程	(118)
探究性活动: $a=bc$ 型数量关系	(130)
9.6 可化为一元一次方程的分式方程及其应用	(135)
本章综合复习	(151)
 第一学期期末测试	(159)
 第十章 数的开方	(162)
10.1 平方根	(163)
10.2 用计算器求平方根	(175)



10.3 立方根	(181)
10.4 用计算器求立方根	(190)
10.5 实数	(194)
本章综合复习	(207)
 第十一章 二次根式	(212)
11.1 二次根式	(213)
11.2 二次根式的乘法	(221)
11.3 二次根式的除法	(235)
11.4 最简二次根式	(252)
11.5 二次根式的加减法	(262)
11.6 二次根式的混合运算	(276)
11.7 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简	(294)
本章综合复习	(306)
 第二学期期末测试	(317)
 参考答案	(320)



第八章 因式分解



8.1 提公因式法



资料卡片

苏步青的故事

为学应须毕生力，攀高贵在少年时

——苏步青

苏步青 1902 年 9 月出生在浙江省平阳县的一个山村里。虽然家境清贫，可他父母省吃俭用，拼死拼活也要供他上学。他在读初中时，对数学并不感兴趣，觉得数学太简单，一学就懂。可是，后来的一堂数学课影响了他一生的道路。

那是苏步青上初三时，他就读的浙江省六十中来了一位刚从东京留学归来的教数学课的杨老师。第一堂课杨老师没有讲数学，而是讲故事。他说：“当今世界，弱肉强食，世界列强依仗坚船利炮，都想蚕食瓜分中国。中华亡国灭种的危险迫在眉睫，振兴科学，发展实业，救亡图存，在此一举。‘天下兴亡，匹夫有责’，在座的每一位同学都有责任。”他旁征博引，讲述了数学在现代科学技术发展中的巨大作用。这堂课的最后一句话是：“为了救亡图存，必须振兴科学。数学是科学的开路先锋，为了发展科学，必须学好数学。”苏步青一生不知听过多少堂课，但这一堂课使他终身难忘。

杨老师的课深深地打动了，给他的思想注入了新的兴奋剂。当天晚上，苏步青辗转反侧，彻夜难眠。在杨老师的影响下，苏步青的兴趣从文学转向了数学，并从此立下了“读书不忘救国，救国不忘读书”的座右铭。





17岁时,苏步青赴日留学,并以第一名的成绩考取东京高等工业学校,在那里他如饥似渴地学习着.在完成学业的同时,写了30多篇论文,在微分几何方面取得令人瞩目的成果,并于1931年获得理学博士学位.

课 前 预 习

预习导航

本节我们主要学习因式分解的意义及它与整式乘法的区别和联系,学习用提公因式法把多项式进行因式分解.请同学们在预习本节内容时注意:什么叫多项式的因式分解?为什么要进行因式分解?因式分解与多项式乘法有什么关系?什么叫做多项式各项的公因式?怎样确定一个多项式的公因式?什么叫提公因式法?怎样运用提公因式法进行因式分解?它的依据是什么?并通过以下问题的解答,检验预习效果.

1. 计算.

$$(1) 5a(b-3c) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) (s + \frac{1}{2}t)^2 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) (5m+3n)(5m-3n) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(4) (x+3)(x-5) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(5) (m+n)(x+y) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 根据第1题的计算,把下列多项式分解因式.

$$(1) 5ab - 15ac = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) \frac{1}{4}t^2 + st + s^2 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) 25m^2 - 9n^2 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(4) x^2 - 2x - 15 = \underline{\hspace{2cm}};$$





(5) $mx + my + nx + ny =$ _____.

3. 下列各式中,从左边到右边的变形是因式分解的是 ()

A. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

B. $3a - 6b + 9c = 3(a - 2b) + 9c$

C. $3m^2 - m = m^2(3 - \frac{1}{m})$

D. $m^2 + mn - mp - m(m + n - p)$

4. $2a^2b^3$ 与 $6a^3b^2$ 的公因式是 _____, 多项式 $2a^2b^3 - 6a^3b^2$ 因式分解的结果是 _____.

5. 多项式 $4x^2y^2 - 8xy^3 + 12y^4$ 的公因式应确定为 _____, 它的系数是原多项式各项系数的 _____, 它所含的字母是原多项式中各项都含有的字母, 且各字母的指数是原多项式中次数 _____ 的. 所以, 因式分解: $4x^2y^2 - 8xy^3 + 12y^4 =$ _____.

6. 分解因式.

$m(a+b) + n(a+b) =$ _____;

$4a(x-y)^2 - 2(x-y)^3 =$ _____.

7. 分解因式.

$a(x-y) + b(y-x) = a(x-y) - b(\underline{\hspace{1cm}}) = (x-y)(\underline{\hspace{1cm}});$

$a(x-y)^3 - b(y-x)^3 = a(x-y)^3 + b(\underline{\hspace{1cm}})^3 = (x-y)^3(\underline{\hspace{1cm}});$

$27a(m-n+p) + 9b(n-m-p)$

$= 27a(m-n+p) - 9b(\underline{\hspace{1cm}})$

$= 9(m-n+p)(\underline{\hspace{1cm}}).$

8. 对于多项式 $-2x^2 + 4xy - 6xz$ 该怎样分解因式? 请写出结果. 你做对了吗?

通过预习, 我们对什么是因式分解、怎样运用提公因式法分解因式有了大概的认识. 现在我们可以进一步深入学习了. 请同学们要特别注意以下几点: (1) 因式分解是多项式乘法的逆变形; (2) 多项式的第一项的系数是负数时, 一般要先提出“-”号.

课堂解疑

教材解读

本章从“如何计算场地的面积”及“一个数的平方等于它本身的数有几个”这两个问题引入,说明因式分解可以适当简化运算步骤、因式分解在解方程中的作用.从式子 $ma+mb+mc=m(a+b+c)$ 及 $x^2-x=x(x-1)$,引入因式分解的概念,说明因式分解与多项式乘法的关系.

本节首先通过观察多项式 $ma+mb+mc$ 各项都含有一个公有的因式 m ,说明什么叫做多项式各项的公因式,然后回顾分配律 $m(a+b+c)=ma+mb+mc$,反过来,便得到多项式 $ma+mb+mc=m(a+b+c)$ 这一因式分解的形式,揭示了什么叫做提公因式法及如何运用提公因式法分解因式.

1. 因式分解的概念

把一个多项式化成几个整式的积的形式,这种式子变形叫做把这个多项式因式分解,也叫做把这个多项式分解因式.

注意 ① 因式分解是对多项式而言,如 $8x^3y^2=4xy \cdot 2x^2y$ 不能叫因式分解.因为 $8x^3y^2$ 是单项式.如 $\frac{a+1}{a}=\frac{1}{a}(a+1)$ 也不是因式分解,因为它的左边不是多项式.

② 因式分解的结果是几个整式的积,如 $2a+2b+4c=2(a+b)+4c$,
 $a^2-b^2=(a+b)^2 \cdot \frac{a-b}{a+b}$, $x^2-3x+2=x(x-3)+2$ 等都不是因式分解.

③ 因式分解与整式乘法互为逆变形.如 $(3x-2)(3x+2)=9x^2-4$,
 $a(x+y-z)=ax+ay-az$, $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ 等都是整式乘法,反过来,
 $9x^2-4=(3x+2)(3x-2)$, $ax+ay-az=a(x+y-z)$, $x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$ 等都是因式分解.



2. 提公因式法

(1) 公因式: 一个多项式中各项都含有的因式叫做这个多项式的公因式.

如 m 是多项式 $ma+mb+mc$ 各项的公因式; d 是多项式 $ad+bd+cd$ 各项的公因式.

(2) 提公因式法: 如果一个多项式的各项有公因式, 可以把这个公因式提到括号外面, 将多项式写成因式乘积的形式, 这种分解因式的方法叫做提公因式法.

注意 ① 正确找出多项式各项的公因式是提公因式法的关键, 找多项式各项公因式的方法是: 公因式的系数是多项式各项系数的最大公约数; 字母取各项中都含有的相同的字母; 相同字母的指数取次数最低的.

如多项式 $6x^3y^3-9x^2y+3x^2y^3z$ 因式分解, 各项系数的最大公约数是 3, 各项都含有的相同字母是 x, y, z , x 的指数最低是 2, y 的指数最低是 1, 因此各项的公因式是 $3x^2y$.

② 多项式各项的公因式可以是单项式, 也可以是多项式.

如多项式 $3a(b+c)-2(b+c)$ 各项的公因式是 $b+c$; $12b(a-b)^2-8(a-b)^3$ 各项的公因式是 $4(a-b)^2$.

分配律是提公因式法的依据, 它的实质是分配律的“逆用”. 即 $m(a+b+c) \xrightarrow[\text{提公因式法}]{\text{分配律}} ma+mb+mc$.

如 $4x^2y^2z-12x^3y^4+4x^2y^3=4x^2y^2(z-3xy^2+1)$.

提公因式法分解因式的一般步骤: ① 找出多项式各项的公因式; ② 提公因式并确定另一个因式. 提公因式时, 可用原多项式除以公因式, 所得的商即为提出公因式后剩下的另一个因式, 也可用公因式分别去除原多项式的每一项, 求得剩下的另一个因式.

如把多项式 $8x^3y^2-12xy^3z$ 分解因式, 提公因式 $4xy^2$ 时, 用 $4xy^2$ 分别去除原多项式的每一项, 得 $(8x^3y^2 \div 4xy^2 - 12xy^3z \div 4xy^2) = (2x^2 - 3yz)$, 即 $8x^3y^2-12xy^3z=4xy^2(2x^2-3yz)$.

注意 ① 提公因式要彻底, 也就是说当一个多项式提出公因式后, 剩下的另一个因式中应该再也不能提公因式了. 否则, 就是在找出多项式各





项的公因式时没有找正确,如多项式 $4m^3 - 16m^2 + 26m$ 分解因式的结果是 $2m(2m^2 - 8m + 13)$, 而不是 $m(4m^2 - 16m + 26)$.

②分解因式时不能漏项,一般地,提公因式后,括号里的多项式项数应与原多项式的项数一致.如分解因式 $2x^3 - 6x^2y + 2x$, 提公因式 $2x$ 后,剩下的另一个因式应是 $x^2 - 3xy + 1$, 千万不能将 1 漏掉,写成 $x^2 - 3xy$.

③如果多项式的首项系数是负数时,一般应先提出“-”号,使括号内的第一项的系数是正数,然后再对括号内的多项式提公因式.如 $-8x^2y - 12xy^2 = -(8x^2y + 12xy^2) = -4xy(2x + 3y)$.

典例剖析

例 1 下列由左边到右边的变形,哪些是因式分解,哪些不是?

(1) $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$;

(2) $a^2 - b^2 - 1 = (a+b)(a-b) - 1$;

(3) $8m^3n = 4m^2 \cdot 2n$;

(4) $xy - x - y + 1 = xy(1 - \frac{1}{y} - \frac{1}{x} + \frac{1}{xy})$;

(5) $(a+2)(a-2) = a^2 - 4$;

(6) $2\pi R + 2\pi r = 2\pi(R+r)$.

解 (1)、(6)是因式分解,(2)、(3)、(4)、(5)都不是因式分解.

【点评】 因式分解是对多项式而言的,被分解的是多项式,分解的结果应该是几个整式的积.如(2)、(5)中,等式的右边不是积的形式,其中(5)进行的是乘法运算;(4)虽然分解成了积的形式,但因式 $(1 - \frac{1}{y} - \frac{1}{x} + \frac{1}{xy})$ 不是整式;(3)的左边 $8m^3n$ 不是多项式,所以这些变形都不是因式分解.总之,判断一个式子是不是因式分解,关键看它是不是把多项式变成了几个整式的积.

例 2 分解因式 $10x^4y^2z^3 - 35x^2y^3z^4 + 15x^4y$.

解 $10x^4y^2z^3 - 35x^2y^3z^4 + 15x^4y$

$$=5x^2y(2x^2yz^3-7y^3z^2+3x)$$

【点评】 首先确定多项式中各项的公因式，公因式的确定方法是：看各项系数10、-35、15，它们的最大公约数是5；再看各项中相同的字母 x 、 y ，取 x 的指数最低的是2、 y 的指数最低的是1，从而这个多项式的公因式是 $5x^2y$ ，然后再提公因式，即用这个公因式去除原多项式的每一项得另一个因式，把它们写成积的形式。

这类题目常见错误有两类，一类是公因式找错了，忘记了系数取最大公约数，或者各项中未找全相同的字母，或者相同的字母的指数没有取次数最低的，从而导致找错了公因式；另一类是提公因式后，多项式的各项除以公因式所得的另一个因式写错了。

例3 把下列各式分解因式。

$$(1) 2x^2-6xy+x$$

$$(2) -4m^3+12m^2-22m$$

解 (1) $2x^2-6xy+x=x(2x-6y+1)$

$$(2) -4m^3+12m^2-22m$$

$$=-(4m^3-12m^2+22m)$$

$$=-2m(2m^2-6m+11)$$

【点评】 第(1)小题公因式是 x ，提公因式后，原多项式的各项分别除以 x 所得的商分别是 $2x$ 、 $-6y$ 、 1 ，所以原式分解因式为 $x(2x-6y+1)$ ，而不是 $x(2x-6y)$ ，这就是说，1作为项的系数通常可以省略，但如果单独成一项时，它在因式分解中不能漏掉。第(2)小题，这个多项式的第一项的系数是负数，要先提出“-”号，使括号内的第一项是正的，提出负号时，括号里各项都要改变符号。同时，因式分解必须彻底，即分解到不能再分解为止。如第(2)小题的结果是 $-2m(2m^2-6m+11)$ ，而不是一 $m(4m^2-12m+22)$ ，不要忘记提取各项系数的最大公约数。

例4 把下列各式分解因式。

$$(1) 4x^2y^3(a+b)-2x^2y(a+b);$$

$$(2) 3m(x-y)-n(y-x);$$

$$(3) 4(b-a)^2+2(a-b)^2;$$



$$(4) 2(a-3)^2 - a + 3.$$

【分析】 对于含有括号的多项式, 因式分解时不要急于将括号去掉, 要仔细观察式子的特点. 有些多项式不去掉括号, 直接分解因式更方便.

(1) 首先应当考虑原多项式的两项的公因式是什么? 它们的公因式是 $2x^2y(a+b)$. 这里我们把 $(a+b)$ 看作一个整体, 在提公因式时整体提出.

(2) 把 $3m(x-y)$ 和 $-n(y-x)$ 分别看作一项, 由于 $y-x=-(x-y)$, 所以 $-n(y-x)$ 可变形为 $n(x-y)$, 由此可见这个多项式的公因式为 $x-y$.

(3) 这里的 $(a-b)^2 = [- (b-a)]^2 = (b-a)^2$, 从而公因式是 $2(b-a)^2$.

(4) 多项式 $2(a-3)^2 - a + 3 = 2(a-3)^2 - (a-3)$, 它可看作二项式, 公因式是 $a-3$.

解 (1) $4x^2y^2(a+b) - 2x^2y(a+b) = 2x^2y(a+b)(2y-1)$

$$\begin{aligned} (2) & 3m(x-y) - n(y-x) \\ &= 3m(x-y) + n(x-y) \\ &= (x-y)(3m+n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) & 4(b-a)^3 + 2(a-b)^2 \\ &= 4(b-a)^3 + 2(b-a)^2 \\ &= 2(b-a)^2[2(b-a)+1] \\ &= 2(b-a)^2(2b-2a+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) & 2(a-3)^2 - a + 3 \\ &= 2(a-3)^2 - (a-3) \\ &= (a-3)[2(a-3)-1] \\ &= (a-3)(2a-7) \end{aligned}$$

【点评】 (1) 前面题目中的公因式都是单项式, 这里的公因式是多项式, 只要把这个多项式看作一个整体, 就容易理解相应的解法了.

(2) 本例解题过程中, 利用了下列关系:

$$a-b = -(b-a) \quad (a-b)^2 = (b-a)^2$$

$$(a-b)^3 = -(b-a)^3 \quad (a-b)^4 = (b-a)^4$$

……你能从中得到什么规律吗?

(3) 写因式分解的结果时, 单项式要写在多项式的前面.





(4) 分解因式时,如果某个因式带有中括号,一般情况要整理一下,把中括号去掉,如第(3)题.另外,如果把 $4(b-a)^2$ 变形为 $-4(a-b)^2$,也可以提公因式 $-2(a-b)^2$,但这样就要出现改变符号的问题,因此我们还是应当尽可能选择偶次幂进行变形.

(5) 第(4)题 $2(a-3)^2 - a + 3$ 的因式分解,先利用添括号法则将原多项式转化成 $2(a-3)^2 - (a-3)$ 的形式.添括号时,一定要注意被括进括号里的各项符号.

例5 利用简便方法计算.

(1) $6.5 \times 200.4 + 4.8 \times 200.4 - 1.3 \times 200.4$;

(2) $203^2 - 609$;

(3) $9 \times 10^{2003} - 10^{2004} + 10^{2003}$.

解 (1) $6.5 \times 200.4 + 4.8 \times 200.4 - 1.3 \times 200.4$

$$= 200.4 \times (6.5 + 4.8 - 1.3)$$

$$= 200.4 \times 10$$

$$= 2\,004$$

(2) $203^2 - 609$

$$= 203^2 - 203 \times 3$$

$$= 203 \times (203 - 3)$$

$$= 203 \times 200$$

$$= 40\,600$$

(3) $9 \times 10^{2003} - 10^{2004} + 10^{2003}$

$$= 9 \times 10^{2003} - 10 \times 10^{2003} + 10^{2003}$$

$$= 10^{2003} \times (9 - 10 + 1)$$

$$= 10^{2003} \times 0$$

$$= 0$$

【点评】 本例中的数据较复杂,不易直接计算,但仔细观察其中各数的特点,不难发现结构特点.第(1)题各项中都含有 200.4 这个因数,所以可先进行因式分解,然后再计算.第(2)题中 609 中含有因数 203,也可先因式分解.第(3)题各项中均含有因数 10^{2003} ,同样先提公因式 10^{2003} .由此