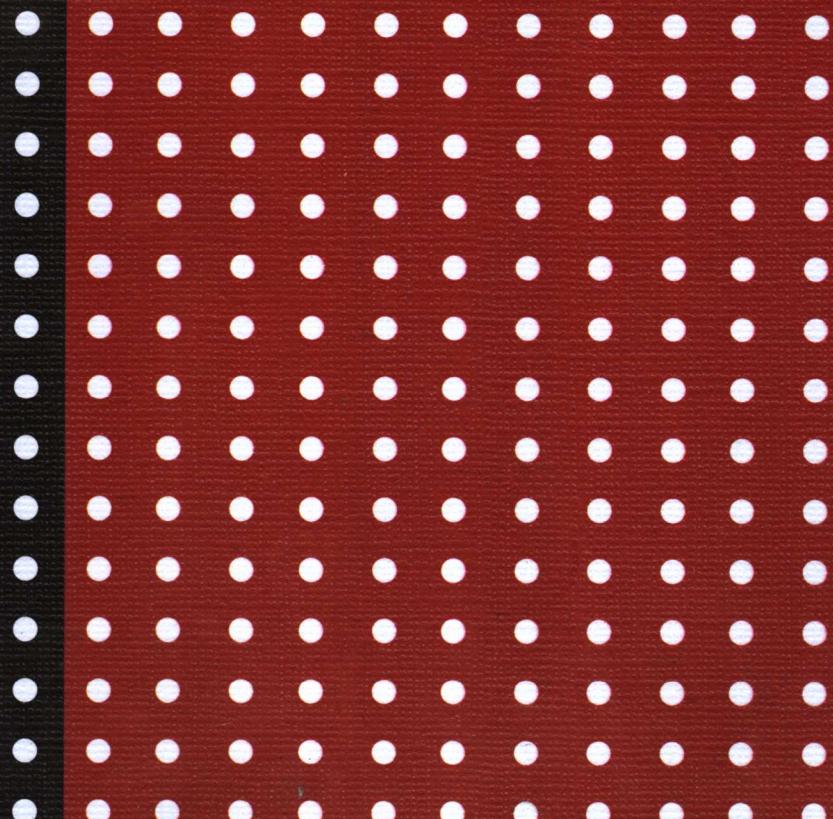


21世纪高等学校电子信息工程型规划教材

# 电磁场基础

钟顺时 编著

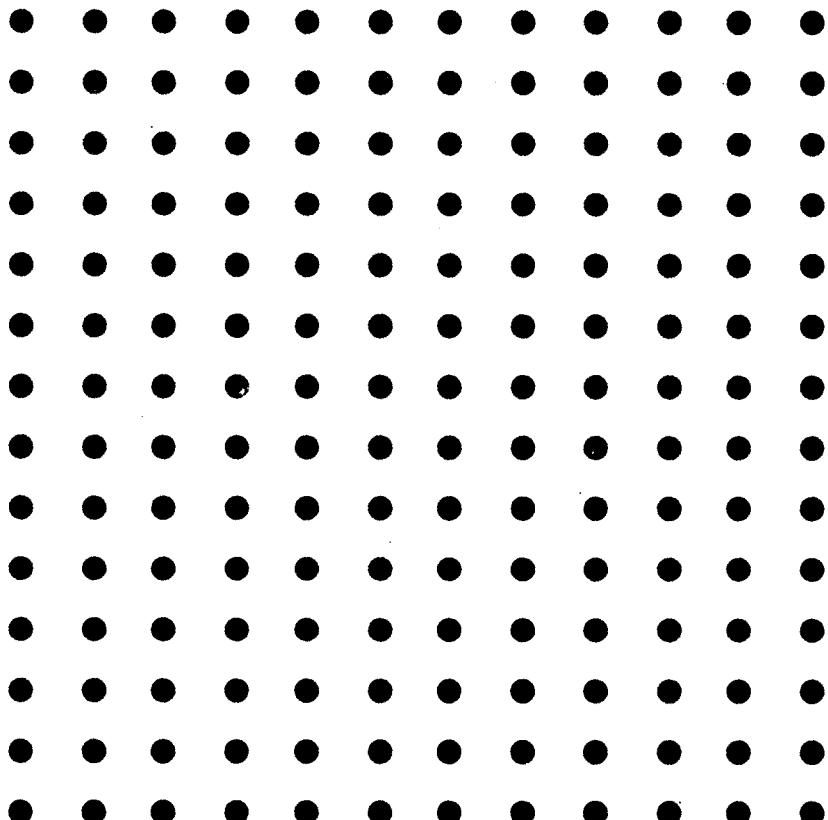


清华大学出版社

21世纪高等学校电子信息工程型规划教材

# 电磁场基础

钟顺时 编著



清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书系统地阐述了宏观电磁场和电磁波的基本规律、基本计算方法及其应用。全书共分 8 章：矢量分析、电磁场基本方程、静电场及其边值问题的解法、恒定电场和恒定磁场、时变电磁场和平面电磁波、平面电磁波的反射与折射、电磁波的辐射与散射、天线基础等。

本书内容精练，注重实践性和新颖性，物理概念清晰，文字易懂，便于自学。书中例题多达 80 道，插图 230 幅，列表约 40 张，书末备有丰富的附录。可供大学本科电子信息类专业作“电磁场理论基础”、“电磁场与电磁波”或“电磁场与天线基础”等课程的教科书，也可作科技人员的自学读本或参考书。

版权所有，翻印必究。举报电话：010-62782989 13501256678 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签，无标签者不得销售。

本书防伪标签采用特殊防伪技术，用户可通过在图案表面涂抹清水，图案消失，水干后图案复现；或将表面膜揭下，放在白纸上用彩笔涂抹，图案在白纸上再现的方法识别真伪。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

电磁场基础/钟顺时编著. —北京：清华大学出版社，2006.6

(21 世纪高等学校电子信息工程型规划教材)

ISBN 7-302-12612-7

I. 电… II. 钟… III. 电磁场 - 高等学校 - 教材 IV. O441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 015402 号

出版者：清华大学出版社 地 址：北京清华大学学研大厦

http://www.tup.com.cn 邮 编：100084

社 总 机：010-62770175 客户服务：010-62776969

责任编辑：魏江江

印 装 者：北京鑫海金澳胶印有限公司

发 行 者：新华书店总店北京发行所

开 本：185×260 印张：20 字数：498 千字

版 次：2006 年 6 月第 1 版 2006 年 6 月第 1 次印刷

书 号：ISBN 7-302-12612-7/TN·310

印 数：1~4000

定 价：26.00 元

# 出版说明

随着我国高等教育规模的扩大和产业结构调整的进一步完善，社会对高层次应用型人才的需求将更加迫切。各地高校紧密结合地方经济建设发展需要，科学运用市场调节机制，合理调整和配置教育资源，在改革和改造传统学科专业的基础上，加强工程型和应用型学科专业建设，积极设置主要面向地方支柱产业、高新技术产业、服务业的工程型和应用型学科专业，积极为地方经济建设输送各类应用型人才。各高校加大了使用信息科学等现代科学技术提升、改造传统学科专业的力度，从而实现传统学科专业向工程型和应用型学科专业的发展与转变。在发挥传统学科专业师资力量强、办学经验丰富、教学资源充裕等优势的同时，不断更新其教学内容、改革课程体系，使工程型和应用型学科专业教育与经济建设相适应。

为了配合高校工程型和应用型学科专业的建设和发展，急需出版一批内容新、体系新、方法新、手段新的高水平电子信息类专业课程教材。目前，工程型和应用型学科专业电子信息类专业课程教材的建设工作仍滞后于教学改革的实践，如现有的电子信息类专业教材中有不少内容陈旧（依然用传统专业电子信息教材代替工程型和应用型学科专业教材），重理论、轻实践，不能满足新的教学计划、课程设置的需要；一些课程的教材可供选择的品种太少；一些基础课的教材虽然品种较多，但低水平重复严重；有些教材内容庞杂，书越编越厚；专业课教材、教学辅助教材及教学参考书短缺，等等，都不利于学生能力的提高和素质的培养。为此，在教育部相关教学指导委员会专家的指导和建议下，清华大学出版社组织出版本系列教材，以满足工程型和应用型电子信息类专业课程教学的需要。本系列教材在规划过程中体现了如下一些基本原则和特点：

(1) 系列教材主要是电子信息学科基础课程教材，面向工程技术应用培养。本系列教材在内容上坚持基本理论适度，反映基本理论和原理的综合应用，强调工程实践和应用环节。电子信息学科历经了一个多世纪的发展，已经形成了一个完整、科学的理论体系，这些理论是这一领域技术发展的强大源泉，基于理论的技术创新、开发与应用显得更为重要。

(2) 系列教材体现了电子信息学科使用新的分析方法和手段解决工程实际问题。利用计算机强大功能和仿真设计软件，使得电子信息领域中大量复杂的理论计算、变换分析等变得快速简单。教材充分体现了利用计算机解决理论分析与解算实际工程电路的途径与方法。

(3) 系列教材体现了新技术、新器件的开发利用实践。电子信息产业中仪器、设备、产品都已使用高集成化的模块，且不仅仅由硬件来实现，而是大量使用软件和硬件相结合方法，使得产品性价比很高，如何使学生掌握这些先进的技术、创造性地开发利用新技术是本系列教材的一个重要特点。

(4) 以学生知识、能力、素质协调发展为宗旨，系列教材编写内容充分注意了学生创新

能力和实践能力的培养,加强了实验实践环节,各门课程均配有独立的实验课程和课程设计。

(5) 21世纪是信息时代,学生获取知识可以是多种媒体形式和多种渠道的,而不再局限于课堂上,因而传授知识不再以教师为中心,以教材为惟一依托,而应该多为学生提供各类学习资料(如网络教材,CAI课件,学习指导书等)。应创造一种新的学习环境(如讨论,自学,设计制作竞赛等),让学生成为学习主体。该系列教材以计算机、网络和实验室为载体,配有很多辅助学习资料,提高学生学习兴趣。

繁荣教材出版事业,提高教材质量的关键是教师。建立一支高水平的以老带新的教材编写队伍才能保证教材的编写质量和建设力度,希望有志于教材建设的教师能够加入到我们的编写队伍中来。

**21世纪高等学校电子信息工程型规划教材编委会**

联系人: 魏江江 [weijj@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:weijj@tup.tsinghua.edu.cn)

# 前 言

随着信息时代的到来,电磁场理论的应用日益普遍,电磁场课程已成为电子信息类专业本科生必修的一门专业基础课。本书是在获上海市高校优秀教材奖的“八五”规划教材《电磁场理论基础》<sup>[14]</sup>的基础上,结合教学体会,为适应 21 世纪科技与教育的新发展而重新编写的。适用于“电磁场理论基础”、“电磁场与电磁波”等课程 60~80 学时的教学。

本书主要特色是:

1. 起点较浅,由浅入深,化难为易。在第 1 章“矢量分析”中,比较系统地介绍了有关矢量分析的基本知识。为照顾这方面知识尚少的读者,以小字排印,补充了一些推导与定理的证明,并对坐标变换和场论运算给出了更详尽的说明。穿插复习了复数、复变函数等知识,并对平面电磁波的运算引入了很方便的简化算法,又引入相位匹配条件,便于处理反折射的相位关系等。为避免手写时混淆,在矢量符号上加短横线,而不再采用黑体印刷。并对有些加注“\*”号的章节,或其他较广、较深的内容,采用小字排印,便于读者取舍。
2. 由一般到特殊,加深理解,增大时变场篇幅。与传统的由静态场到时变场的“综合法”叙述方式不同,本书采用“演绎法”处理。先介绍描述一般矢量场特性的亥姆霍兹定理,以此为基础引出麦克斯韦方程组,然后依次讨论它对静电场、恒定电场和恒定磁场及时谐场的应用。通过反复运用,加深理解。并节省了静态场的学时,增大了时变场篇幅。
3. 加了绪论,增强举例,联系实际。绪论中,通过两幅图阐述了本课程的意义。书中引用了亚洲通信卫星、国际通信卫星等实例,又有光纤通信介绍、隐身飞机进展、电离层传播的简化分析、电磁波对人体的热效应、水下通信、微波炉、微带天线实例、天线罩与架空输电线分析等。每章都有大量例题与习题,而且列表丰富实用。
4. 理论严谨,启发创新,图文并茂。书中不但深入讨论了麦克斯韦方程组,强调其普遍指导意义,也指出它是相对真理;又给出了广义麦克斯韦方程组和对偶原理及等效性原理、互易定理等。从麦氏方程的导出,对赫兹发明的补充说明,到介绍笔者亲历的科研进展等,不少内容都着意于启发创新。并增添了一些阐述原理的图,又加了不少应用举例图。特别是,利用计算机技术改进了插图的质量,添加了三维图。光盘中还有动态的电磁波辐射过程、对称振子方向图随其臂长的变化、平面波的反射等形象演示。
5. 作为教学改革的一项尝试,本书还增加了具有特色的第 8 章:“天线基础”,既可作为新课程“电磁场与天线基础”的教材,又可供感兴趣的读者自学参考。

本书的编写得到上海大学课程建设基金的赞助和通信与信息工程学院领导的热情支持。编写过程中又得到钮茂德、杨雪霞等同事的支持和帮助,博士研究生梁仙灵和姚凤薇共同描绘了全部插图,姚凤薇并打印了第1章原稿。本书备有电子教案与习题解答光盘,该光盘是在解放军电子工程学院张建华教授和中国海洋大学延晓荣副教授的协助下完成的。在此一并向他们表示衷心的感谢!并向本书引用的参考文献的作者们致以敬意。同时,深切缅怀敬爱的老师、中国科学院前院士毕德显教授和美国工程院前院士罗远祉教授。

由于本人水平有限,时间也较紧迫,书中的差错和不当之处在所难免,敬请读者不吝指正。

钟顺时

2006年5月于上海

# 目 录

绪论 .....	1
<b>第 1 章 矢量分析 .....</b>	<b>3</b>
§ 1.1 矢量代数 .....	4
1.1.1 矢量表示法与和差运算 .....	4
1.1.2 标量积和矢量积 .....	4
1.1.3 三重积 .....	5
§ 1.2 矢量场的通量与散度, 散度定理 .....	6
1.2.1 矢量场的通量 .....	6
1.2.2 散度的定义与运算 .....	7
1.2.3 散度定理 .....	10
§ 1.3 矢量场的环量与旋度, 斯托克斯定理 .....	12
1.3.1 矢量场的环量 .....	12
1.3.2 旋度的定义与运算 .....	13
1.3.3 斯托克斯定理 .....	15
§ 1.4 标量场的方向导数与梯度, 格林定理 .....	17
1.4.1 标量场的方向导数与梯度 .....	17
1.4.2 格林定理 .....	18
§ 1.5 亥姆霍兹定理 .....	21
1.5.1 散度和旋度的比较 .....	21
1.5.2 亥姆霍兹定理 .....	21
§ 1.6 曲面坐标系 .....	22
1.6.1 圆柱坐标系 .....	22
1.6.2 球面坐标系 .....	23
1.6.3 三种坐标系的变换 .....	24
1.6.4 场论运算公式 .....	26
习题 .....	29
<b>第 2 章 电磁场基本方程 .....</b>	<b>32</b>
§ 2.1 静态电磁场的基本定律和基本场矢量 .....	33
2.1.1 库仑定律和电场强度 .....	33

2.1.2 高斯定理,电通密度 .....	34
2.1.3 电流密度,电荷守恒定律 .....	37
2.1.4 毕奥-萨伐定律,磁通密度 .....	38
2.1.5 磁通连续性原理与安培环路定律,磁场强度 .....	41
<b>§ 2.2 法拉第电磁感应定律和全电流定律.....</b>	<b>42</b>
2.2.1 法拉第电磁感应定律.....	42
2.2.2 位移电流和全电流定律.....	44
2.2.3 全电流连续性原理.....	45
<b>§ 2.3 麦克斯韦方程组.....</b>	<b>46</b>
2.3.1 麦克斯韦方程组的微分形式与积分形式.....	46
2.3.2 本构关系和波动方程.....	49
2.3.3 电磁场的位函数.....	50
<b>§ 2.4 电磁场的边界条件.....</b>	<b>53</b>
2.4.1 一般情形.....	53
2.4.2 两种常见情形.....	55
<b>§ 2.5 坡印廷定理和坡印廷矢量.....</b>	<b>58</b>
2.5.1 坡印廷定理的推导和意义.....	58
2.5.2 坡印廷矢量.....	59
2.5.3 场与路的一些对应关系.....	61
<b>§ 2.6 惟一性定理.....</b>	<b>62</b>
<b>习题 .....</b>	<b>62</b>
<b>第3章 静电场及其边值问题的解法 .....</b>	<b>64</b>
<b>§ 3.1 静电场基本方程与电位方程.....</b>	<b>65</b>
3.1.1 静电场基本方程.....	65
3.1.2 电位定义 .....	65
3.1.3 电位方程 .....	66
<b>* § 3.2 静电场中的介质 .....</b>	<b>71</b>
3.2.1 介质的极化 .....	71
3.2.2 介质中的高斯定理,相对介电常数 .....	74
<b>§ 3.3 静电场中的导体与电容 .....</b>	<b>75</b>
3.3.1 静电场中的导体 .....	75
3.3.2 电容 .....	75
* 3.3.3 导体系的部分电容 .....	78
<b>§ 3.4 静电场的边界条件 .....</b>	<b>82</b>
3.4.1 $\bar{E}$ 和 $\bar{D}$ 的边界条件 .....	82
3.4.2 电位的边界条件 .....	83
<b>§ 3.5 静电场边值问题,惟一性定理 .....</b>	<b>86</b>
3.5.1 静电场边值问题 .....	86

3.5.2 静电场惟一性定理.....	86
§ 3.6 镜像法.....	87
3.6.1 导体平面附近的点电荷.....	88
3.6.2 导体劈间的点电荷.....	89
* 3.6.3 导体圆柱附近的线电荷 .....	90
§ 3.7 分离变量法.....	91
3.7.1 直角坐标系中的分离变量法.....	91
* 3.7.2 圆柱坐标系中的分离变量法 .....	96
* § 3.8 复变函数法 .....	101
3.8.1 解析函数 .....	102
3.8.2 复位函数法 .....	104
3.8.3 保角变换法 .....	107
习题.....	109
<b>第 4 章 恒定电场和恒定磁场 .....</b>	<b>114</b>
§ 4.1 恒定电场 .....	115
4.1.1 恒定电场基本方程 .....	115
4.1.2 恒定电场的边界条件 .....	115
4.1.3 静电比拟法 .....	116
§ 4.2 恒定磁场的基本方程和边界条件 .....	118
4.2.1 恒定磁场的基本方程 .....	118
4.2.2 恒定磁场的边界条件 .....	119
§ 4.3 恒定磁场的矢量磁位 .....	121
4.3.1 磁矢位 $\bar{A}$ 的定义与方程 .....	121
4.3.2 $\bar{A}$ 的微分方程与积分表示式 .....	122
* 4.3.3 $\bar{A}$ 的边界条件 .....	123
§ 4.4 电感 .....	124
4.4.1 自感 .....	124
4.4.2 互感 .....	129
习题.....	132
<b>第 5 章 时变电磁场和平面电磁波 .....</b>	<b>135</b>
§ 5.1 时谐电磁场的复数表示 .....	136
5.1.1 复数 .....	136
5.1.2 复矢量 .....	137
§ 5.2 复数形式的麦克斯韦方程组 .....	138
5.2.1 复数形式的麦氏方程组 .....	138
5.2.2 复数形式的波动方程和边界条件 .....	138
§ 5.3 复坡印廷矢量和复坡印廷定理 .....	140

5.3.1 复坡印廷矢量 .....	140
5.3.2 复坡印廷定理 .....	141
§ 5.4 理想介质中的平面波 .....	144
5.4.1 平面波的电磁场 .....	144
5.4.2 平面波的传播特性 .....	145
5.4.3 电磁波谱 .....	148
§ 5.5 导电媒质中的平面波 .....	149
5.5.1 导电媒质的分类 .....	149
5.5.2 平面波在导电媒质中的传播特性 .....	150
5.5.3 平面波在良导体中的传播特性, 集肤深度和表面电阻 .....	155
* 5.5.4 电磁波对人体的热效应 .....	160
* § 5.6 等离子体中的平面波 .....	161
5.6.1 等离子体的等效介电常数 .....	162
5.6.2 平面波在等离子体中的传播特性 .....	162
§ 5.7 电磁波的极化 .....	163
5.7.1 线极化 .....	164
5.7.2 圆极化 .....	164
5.7.3 椭圆极化 .....	165
习题 .....	169

## 第 6 章 平面电磁波的反射与折射 ..... 173

§ 6.1 平面波对平面边界的垂直入射 .....	174
6.1.1 对理想导体的垂直入射 .....	174
6.1.2 对理想介质的垂直入射 .....	177
* 6.1.3 对多层边界的垂直入射 .....	181
§ 6.2 平面波对理想导体的斜入射 .....	184
6.2.1 沿任意方向传播的平面波 .....	184
6.2.2 垂直极化波对理想导体的斜入射 .....	186
6.2.3 平行极化波对理想导体的斜入射 .....	190
§ 6.3 平面波对理想介质的斜入射 .....	192
6.3.1 相位匹配条件和斯奈尔定律 .....	192
6.3.2 菲涅耳公式 .....	195
§ 6.4 全折射和全反射 .....	198
6.4.1 全折射 .....	198
6.4.2 全反射 .....	199
6.4.3 表面波与光纤通信 .....	200
* § 6.5 传输线中的导行电磁波 .....	204
6.5.1 纵向场法 .....	204
6.5.2 导行波的分类 .....	206

习题.....	207
<b>第 7 章 电磁波的辐射与散射.....</b>	<b>210</b>
§ 7.1 时谐电磁场的位函数 .....	211
7.1.1 时谐场位函数的定义与方程 .....	211
7.1.2 时谐场位函数的求解, 格林函数.....	211
§ 7.2 电流元的辐射 .....	213
7.2.1 定义与其电磁场 .....	213
7.2.2 近区场 .....	215
7.2.3 远区场 .....	216
7.2.4 辐射方向图 .....	218
7.2.5 辐射功率和辐射电阻 .....	219
§ 7.3 对偶原理, 磁流元的辐射.....	220
7.3.1 广义麦克斯韦方程组, 对偶原理.....	220
7.3.2 磁流元和小电流环的辐射 .....	221
§ 7.4 电磁波的散射 .....	226
7.4.1 散射场定义, 瑞利散射 .....	226
7.4.2 雷达散射截面 .....	228
习题.....	230
<b>第 8 章 天线基础 .....</b>	<b>232</b>
§ 8.1 天线的功能与分类 .....	233
8.1.1 天线的功能 .....	233
8.1.2 天线的分类 .....	235
§ 8.2 天线电参数和传输方程 .....	236
8.2.1 方向性系数 .....	236
8.2.2 辐射效率和增益 .....	238
8.2.3 有效面积 .....	238
8.2.4 输入阻抗与电压驻波比 .....	240
8.2.5 极化 .....	241
8.2.6 带宽 .....	242
8.2.7 传输方程 .....	243
8.2.8 雷达距离方程 .....	246
§ 8.3 对称振子 .....	246
8.3.1 对称振子的电流分布和远区场 .....	246
8.3.2 对称振子的方向图、辐射电阻和方向系数 .....	248
8.3.3 对称振子的输入阻抗 .....	251
§ 8.4 天线阵 .....	252
8.4.1 二元阵与方向图乘积定理 .....	252

8.4.2 导体平面上的对称振子 .....	256
8.4.3 $N$ 元阵 .....	259
§ 8.5 微带天线 .....	266
8.5.1 引言 .....	266
8.5.2 微带贴片天线 .....	268
§ 8.6 等效性原理和口径天线 .....	280
8.6.1 等效性原理 .....	280
8.6.2 口径场法 .....	281
8.6.3 抛物面天线 .....	285
§ 8.7 互易定理, 天线方向图的测量 .....	286
8.7.1 互易定理的一般形式 .....	287
8.7.2 收、发天线方向图的互易性, 方向图的测量 .....	288
习题 .....	289
<b>附录 A 矢量分析公式 .....</b>	<b>293</b>
一、矢量恒等式 .....	293
二、矢量微分算子 .....	294
三、坐标变换 .....	295
<b>附录 B 常用数学公式和常数 .....</b>	<b>296</b>
一、三角函数 .....	296
二、双曲函数 .....	297
三、对数 .....	298
四、级数 .....	299
五、常数与换算 .....	300
<b>附录 C 符号和单位 .....</b>	<b>301</b>
<b>附录 D 无线电频段划分 .....</b>	<b>303</b>
<b>附录 E 主要人名编年表 .....</b>	<b>305</b>
<b>参考书目 .....</b>	<b>306</b>

# 绪 论

若以 1785 年库仑定律的提出作为电磁场定量分析的开始,电磁场理论的发展和应用至今也只有 220 年的历史。然而,正是它开创了人类生活的电气时代,并直接导致当前信息时代的到来。人们享受着随时可与千里之外的亲友交谈及从互联网上快速获取全球信息的充分便利。图 1 所示就是这些信息的传输方式。它包括:无线(移动)通信、卫星通信和光纤通信等。这些都是依靠电磁波(包括光波)来完成的。

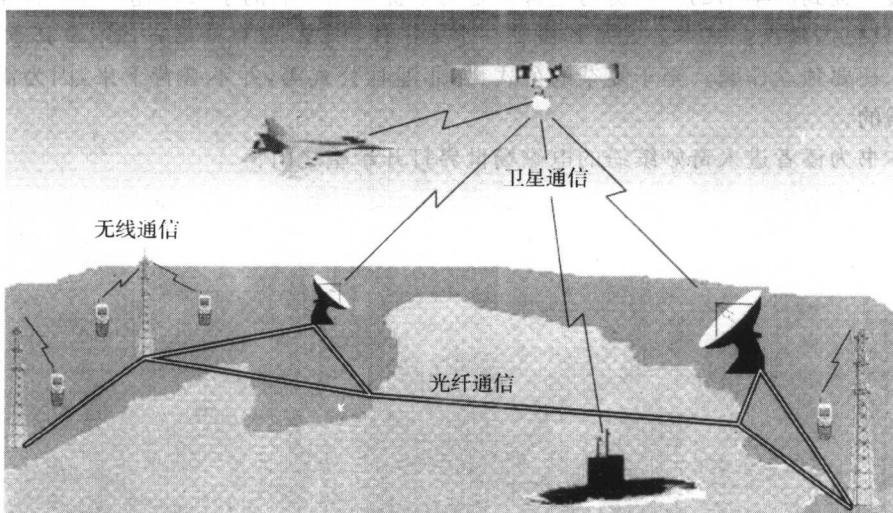


图 1 通信传输方式

不但通信,其他现代电子信息技术如广播、电视、雷达、导航、遥感、测控、射电天文和电子对抗等,都离不开电磁波的发射、控制、传输和接收。而从家用电器、工业自动化到天气预报,从电力、交通、食品、轻纺、探矿等工业与医疗卫生事业到农业和国防,无不涉及电磁场理论的应用。从学科上看,电磁学与很多学科紧密相关。如图 2 所示,它所服务的前、后邻正是通信、雷达等现代电子信息技术和微电子技术学科,而它的左、右邻则是电力和光学学科。电磁学一直是,将来仍然是交叉学科和新学科的孕育点。并且,它对培育创新精神、严谨的科学学风和科学的方法论等,都起着十分重要的作用。因此,我国和世界先进国家一样,各高等学校都把电磁场基础列为电子信息类本科生必修的专业基础课。

除可见光外,一般来说电磁场是看不见的,但却是客观存在的。我们不但可用仪表测出它,而且已能随时感受到它的存在。例如,我们拧开收音机就能听到电台的广播,打开微波炉就能把冷饭烧热,等等。在科学上,为了描述电磁场的强弱和特性,引入了电场强度和磁场强度等场量。它们是我们要研究的主要参量,正如电路理论中的电压、电流一样。由于电

磁场是分布于空间的,这些场量都是空间分布的量,即都是三维空间的点函数,并且是矢量,有三个坐标分量。为了反映矢量场的分布特性,又引入了“倒三角” $\nabla$ 运算。对于时变场,它还是时间的函数。因此,有人称电磁场课“四难”(“难教、难学、难考、难用”)。其实,这只是表明,正是这类课是最值得在大学学习的(容易的课程通过自学就能掌握了;另一方面,这是专业基础课,与专业课相比,其应用的面和时效性都要大得多,因而也更需要学)。同时也表明,它是需用心学的。为此,“What is the most important in learning any subject is to take interest in it.”(阿尔伯特·爱因斯坦语:学习任何学科,最重要的就是要对它发生兴趣)。自然,教师更需用心(爱心、专心、虚心)教。前言中提到的本书的一些努力也首先是为了提高同学们的学习兴趣。在具体学习方法上,这里只想提两点:基本公式及其概念一定要记住,例如,麦克斯韦方程组及其意义,边界条件等;还要独立作题。至于复杂的公式,如菲涅耳公式等,并不必背下来,因为需要时是可以查书的。

愿本书为读者进入奇妙缤纷的电磁场世界打开希望之门!

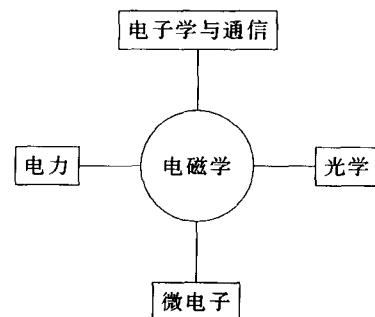


图 2 电磁学与其他学科的联系

# 第1章

## 矢量分析

电场和磁场都是矢量场，因此矢量分析是研究电磁场特性的基本数学工具之一。本章将系统地学习有关矢量分析的基本知识，重点是讨论矢量场的散度、旋度和标量场的梯度及相关的重要定理，主要是散度定理、斯托克斯定理和亥姆霍兹定理。工欲善其事，必先利其器。掌握矢量分析工具将为学习本课程奠定必要的基础。

## § 1.1 矢量代数

### 1.1.1 矢量表示法与和差运算

各种物理量可分为标量与矢量两大类。只有大小特征的量称为标量,如温度、能量、电位等。既有大小又有方向特征的量称为矢量,如力、速度、电场强度等。本书中在符号上加短横线来表示矢量,如  $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$ ,以示与其模(标量)  $A$ 、 $B$  的区别。模为 1 的矢量称为单位矢量,由符号上加“~”来表示,如  $\hat{x}$ 、 $\hat{y}$ 、 $\hat{z}$ ,它们分别表示直角坐标系中  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的单位矢量。

在直角坐标系中,矢量  $\bar{A}$  可表示为

$$\bar{A} = \hat{x}A_x + \hat{y}A_y + \hat{z}A_z \quad (1.1-1)$$

$A_x$ 、 $A_y$ 、 $A_z$  是矢量  $\bar{A}$  在三个相互垂直的坐标轴上的分量模,如图 1.1-1 所示。该矢量的模为

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \quad (1.1-2)$$

$\bar{A}$  的单位矢量为

$$\hat{A} = \frac{\bar{A}}{A} = \hat{x}\frac{A_x}{A} + \hat{y}\frac{A_y}{A} + \hat{z}\frac{A_z}{A} = \hat{x}\cos\alpha + \hat{y}\cos\beta + \hat{z}\cos\gamma \quad (1.1-3)$$

式中  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  分别是  $\bar{A}$  与  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴正向的夹角。由图 1.1-1 不难看出,  $A_z = A \cos\gamma$ , 并有  $A_x = A \cos\alpha$ ,  $A_y = A \cos\beta$ 。 $\cos\alpha$ 、 $\cos\beta$ 、 $\cos\gamma$  称为  $\bar{A}$  的方向余弦, 它们决定了  $\bar{A}$  的方向。由式(1.1-3)还可看出方向余弦的一个性质:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1 \quad (1.1-4)$$

两个矢量的和差运算在几何上可由“平行四边形”法则作图得出; 在数值上,两个矢量的和或差可由其对应分量相加或相减来算出。设

$$\bar{B} = \hat{x}B_x + \hat{y}B_y + \hat{z}B_z \quad (1.1-5)$$

则

$$\bar{A} \pm \bar{B} = \hat{x}(A_x \pm B_x) + \hat{y}(A_y \pm B_y) + \hat{z}(A_z \pm B_z) \quad (1.1-6)$$

### 1.1.2 标量积和矢量积

矢量的乘法有两种定义,依相乘结果为标量或矢量而分别称为标量积(点乘)和矢量积(叉乘)。标量积  $\bar{A} \cdot \bar{B}$  是一标量,其大小等于两个矢量模值相乘,再乘以它们间的夹角  $\alpha_{AB}$ (取小角,即  $\alpha_{AB} \leq \pi$ )的余弦:

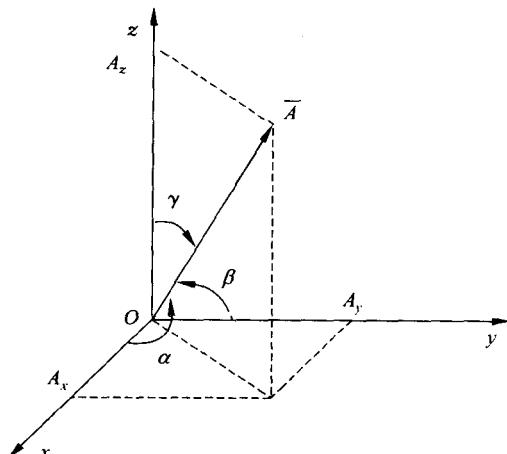


图 1.1-1 直角坐标系中矢量的分解