

电 工 基 础

中 册

电工原理教研组编

西安交通大学

1963. 1

序 言

本冊为电工基础課程中的非綫性电路部分，共分五章。由于非綫性电路中所發生的現象以及分析的方法都与綫性电路有較大差別，所以在体系的安排上也有所不同。这样的体系仅是初步嘗試，欠妥之处恐不在少数，只有在試用过程中不断改进。

在內容方面，总的說来較教学大綱所規定的要略多一些。有些內容是供參考的，并不要求在課內讲授，也不要求同学作为課程規定內容来掌握。所以把它們列入，主要是考慮到目前的因材施教以及同學們日后进一步深入参考所需。

由于采取集体討論，分工負責編写的方式，同时又因時間緊迫，最后不及很細致地审閱訂正，因此不同部分在語气上以及在某些問題的提法上前后不統一或甚至互相出入的地方将不在少数。請使用本讲义的同志們和同學們，多提批評与改正的意見，以便修改时参考。

本冊由邱关源，范丽娟，夏承銓三同志編写，具体分工为第一章，第四章 §4-1—§4-5（夏），第二章，第三章（范），第四章 §4-6，§4-7，第五章（邱）。

西安交大电工原理教研室

一九六二年五月

电工基础

(非线性电路部分)

目 录

第一章 非线性电路概论..... (1)

§ 1-1 引论..... (1)

§ 1-2 非线性电阻元件..... (3)

§ 1-3 非线性电感元件..... (9)

§ 1-4 非线性电容元件..... (12)

第二章 具有非线性电阻的电路..... (17)

§ 2-1 非线性电阻电路的图介法..... (17)

§ 2-2 具有一个或二个非线性电阻复杂电路..... (21)

§ 2-3 非线性电阻的有条件线性化..... (23)

§ 2-4 简单的整流电路..... (25)

§ 2-5 非线性直流电路平衡状态的稳定性..... (30)

§ 2-6 非线性电阻电路中的重复性过渡过程..... (35)

第三章 磁路与铁芯线圈..... (43)

§ 3-1 磁路与磁路定律..... (43)

§ 3-2 直流磁路的计算..... (48)

§ 3-3 具有永久磁铁的简单磁路..... (57)

§ 3-4 交变磁通下的铁芯损失..... (60)

§ 3-5 交流磁路中电流和磁通的波形..... (70)

§ 3-6 频率三倍器..... (74)

§ 3-7 交流磁路的計算	(75)
§ 3-8 鉄芯綫圈	(78)
第四章 含有非綫性电感或非綫性电容的电路	(82)
§ 4-1 鉄共振	(82)
§ 4-2 带有控制繞組的鉄芯綫圈	(89)
§ 4-3 磁放大器	(94)
§ 4-4 鉄磁頻率二倍器	(95)
§ 4-5 含有非綫性电容的电路	(97)
§ 4-6 鉄芯綫圈接通到直流电压, 非綫性电路中过渡过程 的計算方法	(98)
§ 4-7 鉄芯綫圈接通到正弦电压	(106)
第五章 相平面	(110)
§ 5-1 研究非綫性电路的相平面方法	(110)
§ 5-2 等傾綫法	(119)

第一章 非綫性电路概論

§ 1-1 引論

§ 1-3 非綫性电感元件

§ 1-2 非綫性电阻元件

§ 1-4 非綫性电容元件

§ 1-1 引 論

1] 由綫性元件所构成的电路称为綫性电路。綫性元件的参数 r 、 L 、 C 与电流或电压无关。

要知道，“綫性元件”和“綫性电路”只不过是一种科学抽象。实际存在的电路元件和电路都是非綫性的。非綫性电路元件的参数 r 、 L 、 C 是电流或电压的函数。

含有非綫性电路元件的电路称为非綫性电路。

在工程中，有很多电路虽然严格地說是非綫性的，但其非綫性程度却那样微弱，以致略去非綫性的特点而采取綫性化的处理时，还能得到足够准确的结果。这就是为什么我們要研究綫性电路的一个重要理由。

但是，在工程实际中也有不少电路，其非綫性程度是比较强烈的。这时若采取綫性化的处理方法，便得不到正确的結論，甚至会完全不符合实际情况。值得注意，在某些非綫性电路中所发生的一些现象，从原則上講，是不能出现在綫性电路之中的，例如：自激振荡、跳跃现象、高次谐波与子谐波响应、整流、稳压、稳流、放大、调制、检波、变频等等。如果不考虑电路的非綫性特征，那么便无法了解上述现象。

2] 为了研究非綫性电路，必須根据基尔霍夫兩定律列出电路的方程式，这些方程是一組非綫性微分方程。而对于非綫性微分方程，在目前还没有普遍有效的方法去求解。

在轉向非綫性电路的分析时，自然要发生一个问题：从前所学到的那些綫性网络的理論，能否用于非綫性电路之中？这是一个需要慎重考虑的问题。这里有一个很重要的情况，那便是：叠加原理不适用于非綫性系统。然而，在綫性网络理論中，很多定理或方法都涉及到叠加原理。所以，关于綫性网络理論在非綫性电路中的适用性的问题，应当一一审定。

应当指出，迴路电流法和节偶电压法都不能用以求解非綫性电路。等效发电机定理在一般情况下不适用于非綫性电路。在非綫性电路中没有互易特性。富氏积分、拉氏或海氏变换对于求解非綫性电路的过渡过程并无帮助。

对偶原理本不限于綫性电路，不过，在非綫性电路中，对偶元件的非綫性特性也应彼此对偶，否则便不能运用对偶原理。

3] 为了分析发生在非綫性电路中的种种现象，我們希望解出相应的非綫性微分方程。然而，非綫性微分方程的完整解答往往求不出来。所以，我們要求助于近似計算。近似計算通常是从定性分析着手，在得到了有关問題的全局分布、可能现象等方面的知識以后，进而借助于定量分析的方法求出准确的数字答案。图解法与数字計算法是計算非綫性电路的主要方法。实验研究在非綫性电路的分析中佔据十分重要的地位，有时，解答的形式要靠实验的結果来确定。

人們在非綫性微分方程方面的研究工作，已經进行了許多年，算起来，前后已有 80 余年的历史。

法国数学家龐卡萊 (H. Poincaré) 和俄国数学家李雅普諾夫 (A. M. Ляпунов) 分別在上世紀 80 与 90 年代間，对非綫性微分方程进行了巨大的工作。他們二位是微分方程定性論方面的奠基人。当时他們所关心的是有关天体运动方面的問題。本世紀初，荷兰学者范德坡 (B. van der Pol) 分析了三极管振荡器的自激过程，他还提出了一种求解强迫振动系統周期解答的方法 (后来称为范德坡方法)。

本世紀三十年代，苏联学派兴起。莫斯科学派中的芒架尔特塔姆 (Л. И. Мандельштам)、巴巴列克西 (Н. Л. Папалекси)、安德罗諾夫 (А. А. Андронов)、維特 (А. А. Витт)、哈依金 (С. Э. Хайкин) 以及基輔学派中的克雷洛夫 (Н. М. Крылов) 博戈柳博夫 (Н. Н. Боголюбов) 等氏对非綫性电路的过渡过程和自激振荡等方面进行了一系列开拓性的工作。苏联学派紧密联系实际，他們圍繞着无綫电电子学、自动控制、自动調整等近代学科进行非綫性电路的研究工作。苏联学派繼承并发展了龐卡萊与李雅普諾夫的工作，同时又大大发展了范德坡方法。

4] 人們对非綫性电路的研究，从綫性化的处理开始，进而采取非綫性分析的方法去研究一些独特的电路现象，現在已經进入主动利用非綫性电路的阶段。人們創造出大量的非綫性元件，去实现种种的控制目的。

无线电电子学、自动控制、自动调整以及计算技术等现代学科，对非线性电路的理论与实际提出一系列的要求。这正是非线性理论发展的动力和源泉。

最近十余年来，新材料和新元件不断涌现。例如出现了：晶体三极管、隧道二极管以及其他半导体元件；超冷管^{*}，具有矩形滞线特性的铁芯线圈和电容器等等。

快速数字计算机要求元件的动作速度更进一步提高，同时还希望元件的尺寸更进一步微型化。因此，电阻和电感元件有采用薄膜材料的趋势。

§2. 非线性电阻元件

1] 电阻元件的特性，是用加在元件两端的电压 u 与流经元件的电流 i 之间的关系来说明的。

对于线性电阻元件， u 与 i 之间具有正比关系： $u = ri$ 。其中电阻 r 不随 u 或 i 变化。

而对于非线性电阻元件， u 与 i 之间则具有非线性的函数关系： $u = f(i)$ 。这个函数关系常称为伏安特性。

元件的伏安特性是从实验中测量出来的，因此，通常用一条曲线来表示，而不是采用解析表达式。

图 1-1 和 1-2 分别表示线性与非线性电阻的伏安特性曲线，伏安特性通常有两种画法，一种是以 u 为横坐标， i 为纵坐标，另一种是 i 为横坐标， u 为纵坐标。图中还绘出它们的电路符号图。

2] 定义非线性电阻元件的静态电阻 $r_{静}$ 为：

$$r_{静} = r_s = \frac{u}{i}$$

在非线性电阻元件中，由于 u 和 i

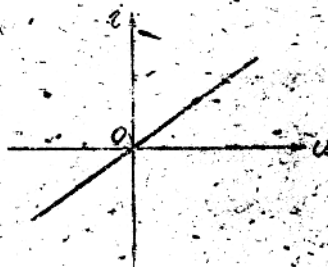


图 1-1

* Cryotron 这个英文字系已故的 D.A. Buck 所创（1956 年正式见于文献）。我国有人把它译作“冷子管”，但自然界中并无“冷子”这种粒子。故为避免误解起见，在此采用“超冷管”这一译名。超冷管的结构与工作原理见本章末尾的注。

之間沒有正比關係，故 $r_{靜}$ 並非一個常量，而是隨 u 或 i 變化的一個量。

從圖1-2可以看出， $r_{靜}$ 正比於 $\tan\alpha$ ，即：

$$r_{靜} = r_s = \frac{u}{i} = \frac{m_u}{m_i} \tan\alpha$$

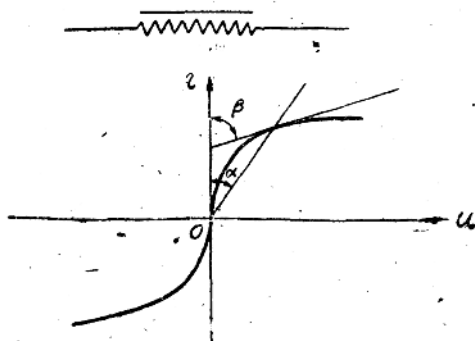


圖 1-2

其中 m_u 和 m_i 分別表示電壓與電流的標度。

為了說明在變動情況下電壓與電流之間的相互關係，茲定義非線性電阻元件的動態電阻 $r_{動}$ 為：

$$r_{動} = r_d = \lim_{\Delta i \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{du}{di}$$

自然， $r_{動}$ 也是一個隨 u 或 i 而變的量。從圖1-2可以看出， $r_{動}$ 正比於 $\tan\beta$ ，即：

$$r_{動} = r_d = \frac{du}{di} = \frac{m_u}{m_i} \tan\beta$$

應當指出，此處所謂動態電阻，仍然是從靜態特性曲線上求出來的。一般所談的伏安特性都是指靜態伏安特性而言，靜態伏安特性是在直流條件下測量出來的。但是，在頻率比較高時，靜態特性和動態特性可能有比較顯著的差別。這種差別的產生，一方面是由於元件的分布電容和分布電感的影响，另一方面也由於元件的慣性所致。

可見，我們在靜態特性上所定義的動態電阻，只能用來處理那些變化速率並不十分快的過程。

3) 對於無源電阻元件，因為 u 與 i 同方向，故 $r_{靜}$ 總是正的，但

是， $r_{动}$ 却可正可負。例如，图 1-2 所示的那种伏安特性，其动态电阻是正的，而图 1-3 所示的伏安特性，其动态电阻却是負的。显然，負动态电阻說明伏安特性曲綫具有下傾的綫段。

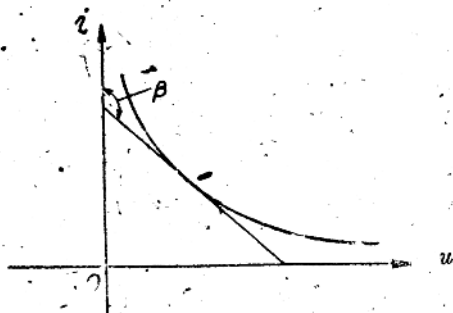


图 1-3

4) 非綫性电阻元件的伏安特性取决于元件内部所发生的物理过程。

依照特性曲綫是否对称于原点，非綫性电阻元件可以分为对称的和不对称的两种。属于对称特性的有：矽砾陶 (тирит)、相同电极間的电弧等。属于不对称特性的有：各类电子管与晶体管、輝光管与閘流管、汞弧整流器、硒整流器、氧化銅整流器等。

图 1-4 和 1-5 分别表示矽砾陶与电弧的伏安特性。

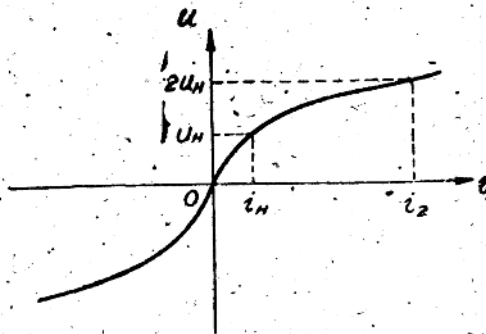


图 1-4

图 1-6, 和 1-7 分别表示热电子真空二极管与輝光管的伏安特性。

图 1-8、1-9 和 1-10 分别表示晶体二极管、氧化銅整流器以及汞弧

整流器的伏安特性。

图1-8, 1-9与1-10的伏安特性表明, 这类不对称元件的反向电阻远远大于正向电阻, 也就是说, 它们具有单向导电性。单向导电性常常用来实现整流之目的, 亦即利用这类元件把交流变成直流。

此外, 依照元件对交流反应的快慢, 非线性电阻元件又可以分为慢性的和非慢性的两种。前面所介绍的那些元件, 在频率不很高时, 都可以看作是非慢性的非线性电阻元件, 它们的电阻随着电流与电压的瞬时值变化。在非慢性电阻元件中, 由于瞬时值之间存在有非线性关系, 故 u 与 i 不能同时保持正弦的波形。在慢性电阻元件中, 电阻的大小不能作迅速的变化。例如, 白炽灯便是这种元件, 它具有较大的热惯性。当灯丝电流按照工频变化时, 灯丝温度来不及跟随电流的瞬时值变化。所以, 在一个周期内, 灯丝温度实际上是不变的。灯丝电阻取决于灯丝温度,

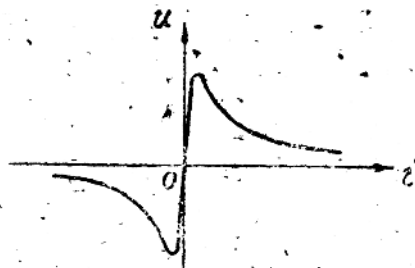


图 1-5

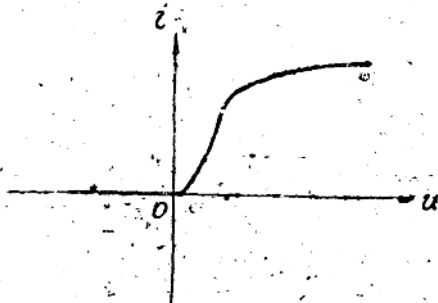


图 1-6

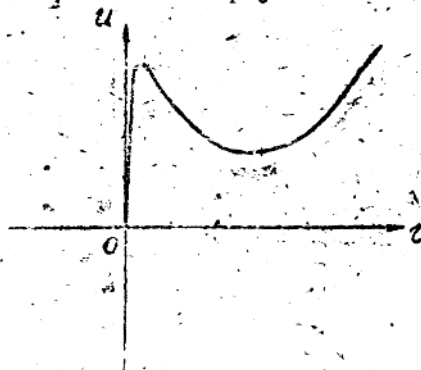


图 1-7

所以在一個周期內白熾燈的電阻實際上也是不變的。燈絲溫度隨着電流的有效值變化，故其電阻亦隨着電流的有效值改變。可見，白熾燈的電壓與電流之間的非線性關係，僅僅表現在有效值上；至於電壓與電流之間的瞬時值

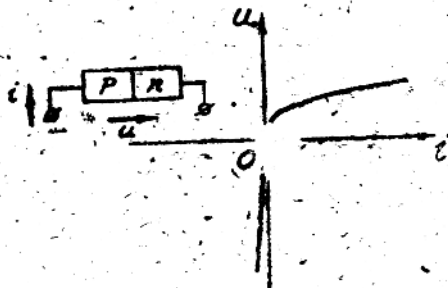


圖 1-8

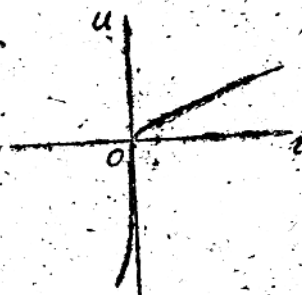


圖 1-9

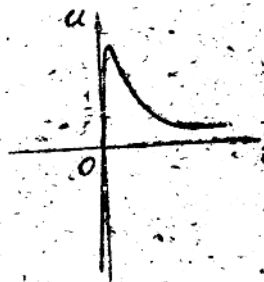


圖 1-10

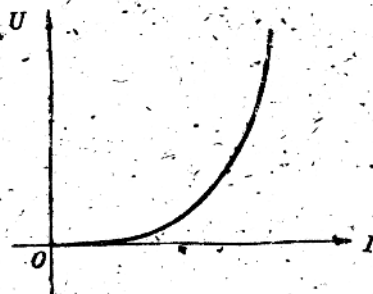


圖 1-11

关系,却仍然是线性的。所以,惯性电阻元件的 u 与 i 可以同为正弦波形。

惯性元件的伏安特性是用有效值来表示的。

图 1-11 表示白炽灯的伏安特性。

5] 上述元件都只有两个端钮,它们的伏安特性是不能加以控制的。具有三个端钮的非线性电阻元件,提供了对伏安特性进行控制的可能性。

图 1-12 表示热电真空三极管的伏安特性。由图可见,伏安特性是受栅极电压 u_g 控制的。

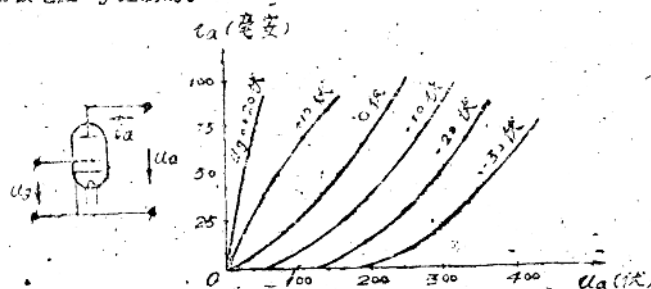


图 1-12

图 1-13 表示晶体三极管的伏安特性。由图可见伏安特性是受射极电流 i_e 控制的。

在图 1-13 中, E, B, C 分别代表发射极、基极、收集极。图中所表示的是一种共基极电路,亦即输入与输出端钮中都包括基极端钮。特性曲线位于第三象限之内,这说明 u_{CB} 与 i_C 的实际方向和图中标记的正方向恰恰相反。

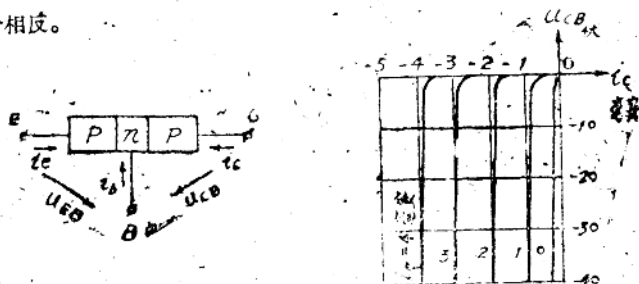


图 1-13

6] 综观以上诸段,我们可以把所提到的非线性电阻元件的伏安特性归纳成限压型的、限流型的、 δ 型的。

显然，砂砾陶、晶体二极管具有限压型的伏安特性，它们的特征是在当元件内的电流相当大时，其端电压只随着电流作缓慢变化，换言之，电压有被限制在一定范围之内的发展趋势。热真空二极管、白炽灯具有限流型的伏安特性，它们的特征是在当元件两端的电压相当大时，其中的电流只随着电压作缓慢变化，换言之，电流有被限制在一定范围之内的发展趋势。

辉光管具有 δ 型的伏安特性。这是因为：假若把伏安特性曲线绘在以 i 为纵坐标以 u 为横坐标的平面上，那么辉光管的伏安特性便具有 δ 型的特征，这可以从图1-7看得出来。

还有一类 N 型的伏安特性。它的得名是由于元件的伏安特性曲线，在以 i 为纵坐标以 u 为横坐标的平面上，具有 N 型的特征。具有 N 型伏安特性的元件，可用隧道二极管作为代表。隧道二极管又称为江崎二极管，它是由一个 $p-n$ 结形成的。这种 $p-n$ 结的过渡层很薄，通常不超过100Å，而且 p 型与 n 型半导体内的杂质含量比普通的晶体管浓得多。

图 1-14 表示隧道二极管的伏安特性。

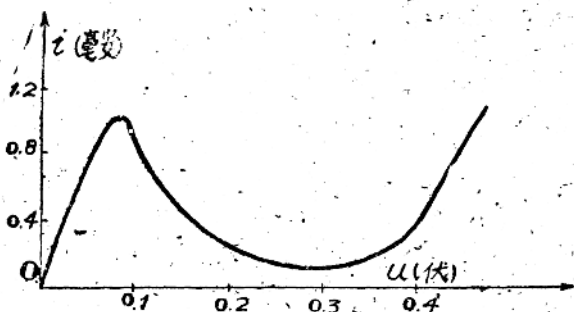


图 1-14

§1-3 非线性电感元件

1] 电感元件的特性是用磁通链 ψ 与电流 i 之间的关系来说明的。

对于线性电感元件，其 ψ 与 i 之间具有正比关系：

$$\psi = Li$$

其中电感 L 不随 i 或 ψ 变化。

对于非线性电感元件，其 ψ 与 i 间具有非线性的函数关系：

$$\psi = f(i)$$

上述函数关系有时称为韦(伯)安(培)特性。

韦安特性系从实验中测量出来的,通常用一条曲线来表示。图1-15表示线性电感的韦安特性曲线,图1-16则表示非线性电感的韦安特性。图中还画出它们的电路符号图。

件的静态电感 $L_{\text{静}}$ 为:

$$L_{\text{静}} = L_s = \frac{\psi}{i}$$

由于非线性元件的 $L_{\text{静}}$ 与 i 或 ψ 有非线性关系,故 $L_{\text{静}}$ 是一个随着 i 或 ψ 变化的量。从图1-16可以看出, $L_{\text{静}}$ 正比于 $\tan \alpha$, 即:

$$L_{\text{静}} = L_s = \frac{\psi}{i} = \frac{m_{\psi}}{m_i} \tan \alpha$$

其中 m_{ψ} , m_i 分别为 ψ 与 i 的标度。

为了研究变动情况,兹定义非线性电感元件的动态电感 $L_{\text{动}}$ 为:

$$L_{\text{动}} = L_d = \lim_{\Delta i \rightarrow 0} \frac{\Delta \psi}{\Delta i} = \frac{d\psi}{di}$$

$L_{\text{动}}$ 也是一个随 i 或 ψ 变化的量。从图1-16可以看出, $L_{\text{动}}$ 正比于 $\tan \beta$, 即:

$$L_{\text{动}} = L_d = \frac{d\psi}{di} = \frac{m_{\psi}}{m_i} \tan \beta$$

在非线性电感两端所感应的电动势,是用 $L_{\text{动}}$ 来计算的,即:

$$e = - \frac{d\psi}{dt} = - \frac{d\psi}{di} \frac{di}{dt} = - L_{\text{动}} \frac{di}{dt}$$

由于 $L_{\text{动}}$ 仍然是从静态韦安特性上计算出来的,所以它只适用于频率不太高的情况。当频率甚高时,静态韦安特性和动态韦安特性相差很远,

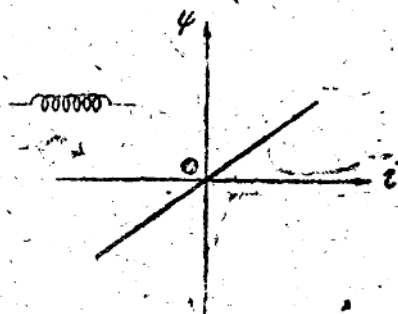


图 1-15

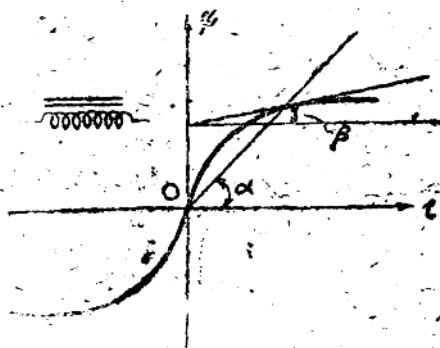


图 1-16

此时按照静态韦安特性进行计算是不准确的。

3] 铁芯线圈是一种最普通的非线性电感元件，它的 $\psi \sim i$ 特性是由铁芯材料的特性、芯子的几何尺寸以及线圈绕组的分布情况等因素来决定的。

以电工矽钢片作为芯子的铁芯线圈，其韦安特性曲线如图 1-17 所示。此外特性曲线具有迴线式的特征。除了饱和磁滞迴线之外，尚有许多非饱和的小迴线，它们的顶点构成了基本韦安特性曲线。

在计算时，为了简单起见，常用基本韦安特性曲线代替实际上的迴线，这在磁滞迴线的形状比较瘦长时，误差是不大的。

为了进行定性分析，基本韦安特性曲线又常常利用下列解析表达式来表示：

$$\psi = a_1 \psi + b_1 \psi^3 + c_1 \psi^5 + \dots$$

$$i = a_2 \psi + b_2 \psi^3$$

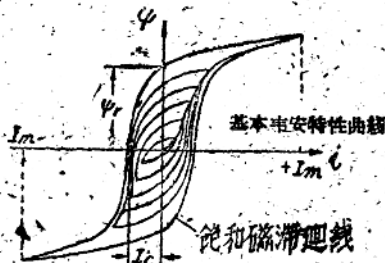


图 1-17

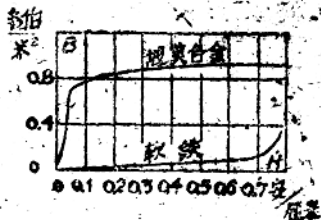
在以上两种表示法中， $a_1, b_1, c_1, \dots$ 以及 a_2, b_2 皆为常数，其值可根据实际磁化曲线算出。在上面两种表达式中，第一种用得较多，而且常常只取其开首两项。

4] 有些设备的铁芯工作在微弱的磁场之中，但却要求高度的磁感应强度，电流互感器便是这类设备中的一个例子。这种设备的铁芯，可以用坡莫合金*制成。坡莫合金是一种铁镍合金，其中镍约佔 78.5%。它的最大磁导率可达 $100,000\mu_0 \sim 200,000\mu_0$ 之譜。图 1-18 繪出了坡莫合金与软铁的 $B-H$ 磁化曲线。

坡莫合金性能不太稳定，易受机械振动与机械应力的影响。

在高频技术中所用的电感元件，为了减小涡流损耗，其芯子常用磁介质或铁氧磁物制成。

把粉状铁磁体和粘合剂混在一起，搅拌均匀后压制而成的芯子称为磁介



* Permalloy

質。磁介質中的鉄磁体可以是碳基鉄或者是鋁矽鉄，也能用磁鉄矿，它們的作用是提商芯子的导磁系数。磁介質的粘台剂通常是虫胶、酞醯树脂、聚苏合香烯或者液态玻璃，它們的作用是把鉄磁粉末粘台在一起，并且使粉末之間彼此絕緣以減少渦流。一些磁介質的性能列在表一之中：

表一 若干磁介質的性能

名 称	$\frac{\mu}{\mu_0}$	导磁系数的 温度系数(1/°C)	应用范围
压制碳基鉄	8	$+2 \times 10^{-5}$	100兆周以下的各种鉄芯。
压制鋁矽鉄BH-15	15	-7×10^{-5}	50-150千周的各种鉄芯。
压制鋁矽鉄BH-6	6	-4×10^{-5}	45兆周以下的高頻綫圈的 骨架
压制磁鉄矿	7	$+15 \times 10^{-5}$	广播与无线电设备的骨架 及装甲芯子。

鉄淦氧是一种陶瓷，通常是以 $ZuO-Fe_2O_3$ 或者 $NiO-Fe_2O_3$ 作为基本成分。各种氧化物混过碾細并調拌后施以模压，然后在 $800-1400^\circ C$ 的温度下焙燒，如此便得鉄淦氧陶瓷。和磁介質相比，鉄淦氧磁物有更大的导磁系数（ $\frac{\mu}{\mu_0}$ 約几百至几千），同时損耗亦較小。

快速数字计算机中的記憶职能，可以利用鉄磁物质的剩余磁性来实现。此时希望材料的 $B-H$ 迴线具有矩形的形状。現代磁放大器也需要这种材料作为芯子。

鉄—鋅鉄淦氧磁物以及經过机械压缩的鎳—鋅鉄淦氧磁物具有和矩形相近的磁滯迴綫。图 1-19 表示鉄—鋅鉄淦氧磁物的 $B-H$ 特性。

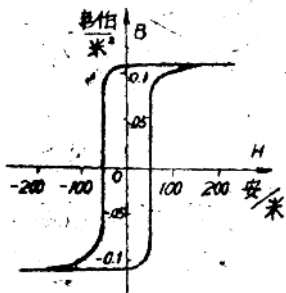


图 1-19

§1-4 非线性电容元件

1] 电容元件的特性是用电荷 q 与电压 u 間的关系來說明的。

对于线性电容元件，其 q 与 u 間具有正比关系： $q = Cu$ 。其中电容 C 不

随 u 或 q 变化。

对于非线性电容元件，其 q 与 u 间具有非线性的函数关系： $q=f(u)$ ，这一函数关系可称为极化特性或库（伦）伏（特）特性。

库伏特性系从实验中测量出来的，通常用一条曲线来表示。图 1-20 与图 1-21 分别表示线性与非线性电容元件的库伏特性。图中还给出了它们的电路符号图。

2] 定义非线性电容元件的静态电容 $C_{\text{静}}$ 为：

$$C_{\text{静}} = C_s = \frac{q}{u}$$

由于在非线性电容元件中， q 与 u 间没有正比关系，故 $C_{\text{静}}$ 是一个随着 q 或 u 变化的量。从图 1-21 可以看出， $C_{\text{静}}$ 正比于 $\tan \alpha$ ，即：

$$\begin{aligned} C_{\text{静}} = C_s &= \frac{q}{u} = \\ &= \frac{m_q}{m_u} \tan \alpha, \end{aligned}$$

其中 m_q 与 m_u 分别为 q 与 u 的标度。

为了研究变动情况，兹定义非线性电容元件的动态电容 $C_{\text{动}}$ 为：

$$\begin{aligned} C_{\text{动}} = C_d &= \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta u} = \\ &= \frac{dq}{du} \end{aligned}$$

$C_{\text{动}}$ 也是一个随 u 或 q 变化的量。从图 1-21 可以看出， $C_{\text{动}}$ 正比于 $\tan \beta$ ，即：

$$C_{\text{动}} = C_d = \frac{dq}{du} = \frac{m_q}{m_u} \tan \beta$$

通过非线性电容的电流，是用动态电容来计算的，即：

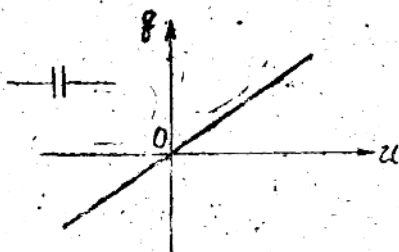


图 1-20

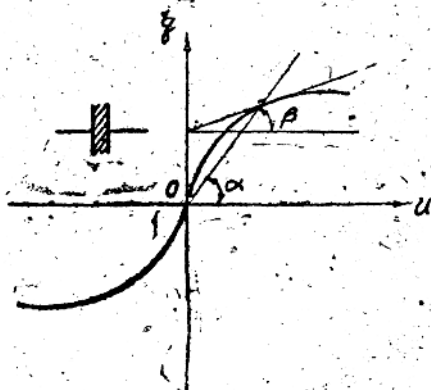


图 1-21