时代科技速递

高二年级

江蘇教育出版社

时代科技速递

（高二年级）

主　编　戈致中
执行主编　王荣根　周庆林

江苏教育出版社

时 代 科 技 速 递

（高二年级）

戈致中　主编
责任编辑　恺　俏

出版发行：江　苏　教　育　出　版　社
（南京市马家街 31 号，邮政编码：210009）
网　　址：http://www.edu-publisher.com
经　　销：江　苏　省　新　华　书　店
照　　排：江　苏　苏　中　印　刷　厂
印　　刷：南　通　韬　奋　印　刷　厂
（南通市南大街 97 号，邮政编码：226001）

开本 880×1240 毫米　1/32　印张 4　插页 1　字数 88 400
2001 年 1 月第 1 版　　2001 年 1 月第 1 次印刷

ISBN　7　5343—4068—3

G・3763　　定价：5.30 元

目　　录

斐波纳奇数列与黄金分割

在我们生活的世界中，有许多动植物的生长、繁殖看似杂乱无章，无规律可循，但生物学家与数学家们却从不同的角度对这些现象加以归纳分析，总结出了许多有趣的规律。例如，意大利数学家斐波纳奇（Leonardo Fibonacci 1170～1240）在他的《算法之书》中记载了一个特别有趣的问题，即：“如果每对大兔每月能产下一对小兔，而每对小兔生长两个月就成大兔，假如不发生伤亡现象，那么由一对小兔开始，一年后可以繁殖成多少对兔子？”现在我们用“成”表示已成熟的一对小兔子，“小”表示未成熟的一对小兔子，因为一对小兔子生下两个月就开始生小兔子，所以可画出下图：

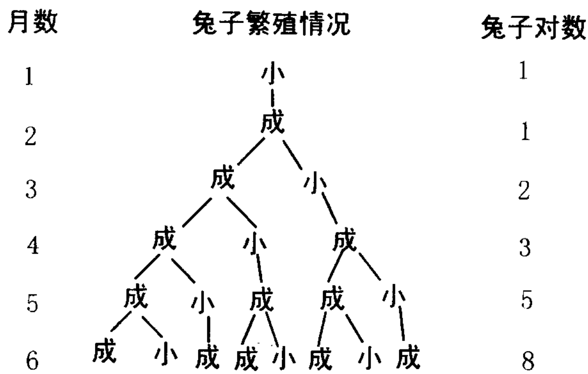

图1　斐波纳奇的兔子繁殖问题

按照图1可继续写出：7～12月兔子数分别为13、21、34、55、89、144。可见满一年时，一对刚出生的兔子可变成144对，由兔子的繁殖问题引出了一个数列：1、1、2、3、5、8、13、21、34、55、89、144……，历史上称它为兔子数列。现在科学家经过进一步研究，发现蜜蜂和许多动物的繁殖及植物的生长也符合兔子数列，如花瓣数是斐波纳奇数的花有延龄草、野玫瑰、美洲血根草、大波斯菊、百合花、蝴蝶花（图2）等。叶、细枝和茎的排列形式称做叶序，选择茎上一片叶子，

从它开始数叶片(假定没有一片折断),直至与所选叶片在同一直线上的叶片为止,数得的叶片数(所选第一片不计)在许多植物中通常是斐波纳奇数,例如榆树、樱桃树和梨树等。

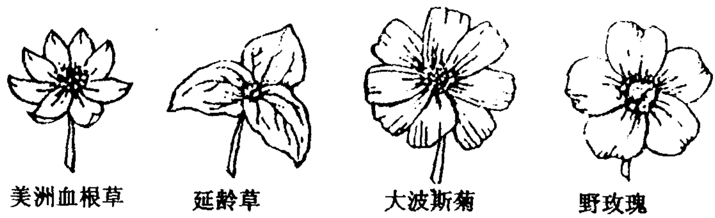

图 2 花瓣数是斐波纳奇数的花

这个数列的特征是 $U_1=U_2=1, U_{n+2}=U_{n+1}+U_n(n\in N)$,后人求出它的通项为 $F_n=\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right]$,一个正整数项数列的通项公式竟要用无理数来表达,这是一个令人惊讶的结果。经过研究,又发现了这个数列的许多重要性质及应用,特别令人惊讶的是 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{U_{n+1}}{U_n}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$,这便与开普勒所说的几何学珍宝“黄金分割”联系起来了。一个特殊数列与美妙的黄金分割之间为什么会产生如此密切的联系?它们之间是否还有其他联系?它们在人们的日常生活中到底有哪些用处?这些问题都有待于我们进一步地去研究和探讨。

黄金分割又称 0.618 法,意大利著名画家达·芬奇把这个比的欣赏重点转到使线段构成的中外比的分割上,据说达·芬奇在他的绘画中由于运用这个比例,使得画十分优美,例如世界名画《维纳斯的诞生》中有七个相邻的黄金分割点。从古希腊到现在,都有人认为这种比例在造型艺术中有美学价值,如工艺美术及日用品的长和宽的设计比例、建筑物的高与宽的比等。舞台上报幕员站在舞台宽度的黄金分割点的位置时最美丽,音响效果最佳。现代医学研究还表明,黄金比对人们自我保健有重要作用。如人生存的最佳气温 23℃,它恰好是正常体温 37℃的 0.618 倍;吃饭最好吃六七成饱;饮食中“六分粗、四分精”;运动与静养的比例关系最好是“四分动、六分静”。这些日常生活中的常识都与黄金分割有如此密切的关系,不能不使人心动而去研究它。使人更惊

异的是,许多生物的形体比例也符合黄金比。

既然斐波纳奇数列与黄金分割在人们的日常生活中有着广泛的用处,且两者又存在一种特殊联系,那么我们在学习时就要去进一步探究它们的更新更广的用途,从理论上认识到它们相互联系的特殊性和必然性。

“虚数”的产生与发展

正像无理数的产生一样，虚数的产生经历了一个漫长的岁月。古希腊毕达哥拉斯学派的门徒希伯索斯在一次偶然的机会中，对正方形的对角线与边长之比能否表示成一个有理数产生了疑问，并由此引起了他对这一问题的兴趣，他认识到一个奇怪的新数的存在，这一结论引起了毕达哥拉斯学派的恐慌，希伯索斯这位无理数的发现者也因此付出了生命的代价。然而无独有偶，400 多年前，意大利“怪杰”数学家卡丹在解方程时也发现了一个“怪物”，他提出了这样一个问题：两数和是 10，积是 40，求这两数。用现代方程符号求得两个数为 $5+\sqrt{-15}$ 和 $5-\sqrt{-15}$，他对此不能理解，但承认它是数，称它为“诡辩数”。这使当时的数学家们都感到惊异(后来对数的发明者纳皮尔称之为“实数的鬼魂”)。卡丹说：“不管我的良心受到多大的责备，但是，的的确确 $5+\sqrt{-15}$ 和 $5-\sqrt{-15}$ 的和为 10，积刚好等于 40！”直到 1637 年伟大数学家笛卡儿把它称为“想象中的数”(汉语“虚数”一词即由此译出)，才使得它在数的大家族中拥有一席之地。18 世纪瑞士数学家欧拉还是说虚数只存在于“幻想之中”，1777 年在他的论文中首次使用 i 表示 $\sqrt{-1}$。真正提出合理解释的是挪威数学家韦塞尔，他于 1798 年在丹麦科学院的学报上给出了虚数的图象表示。到 1801 年，德国伟大数学家高斯创建了高斯平面，并系统地使用了 i 这个符号，才给虚数提出了合理的直观的解释，使它渐渐地通行于全世界。他不仅把复数与实数一样用点来表示，而且还用有序数对 (a,b) 来表示 $a+bi$；使得复数的某些运算也像实数一样“代数化”，这就深刻地揭示了复数的“数性”，并于 1832 年第一次提出了“复数”这个名词。虚数也因此有了合法地位。

虚数的出现，为无理数摆脱了困境。因为尽管无理数与有理数相比，不那么“有理”，但是与“虚数”相比较它是真正存在的，因此人们通常把有理数与无理数统称为实数，从而区别于虚数。实数与虚数，高斯把它们合称为复数。

随着虚数逐渐合理、合法化，特别是虚数的向量表示法(几何化)的产生，使得它成为自然科学，特别是物理学的重要工具。它可用来解决许多平面几何和平面解析几何的有关问题，可进行物理中的许多矢量的运算，而且它在流

体力学、电磁学、热力学、理论物理、弹性力学、天体力学等理论和技术领域中也有着十分广泛、深刻的应用。虚数不再虚无缥缈了，而是实实在在的且极为重要的数。它给数学带来了根本的变革，给数学的研究带来了新的思维方式。

最后，我们讲一个故事，来帮助同学们形象地理解虚数的实在性。

从前，有一个富于冒险精神的年轻人，在他曾祖父的遗物中发现了一张羊皮纸，上面记载了一项宝藏，它是这样写着的：

乘船至北纬××，西经××，即可找到一座荒岛。岛的北岸有一大片草地。草地上有一株橡树和一株松树，还有一座绞架，那是我们过去用来吊死叛变者的。从绞架走到橡树，并记住走了多少步；到了橡树，向右拐个直角再走这么多步，在这里打个桩。然后回到绞架那里，朝松树走去，同时记住所走的步数；到了松树向左拐个直角再走这么多步，在这里也打个桩。在两个桩的正中挖掘，就可找到宝藏。

这道指示很清楚，所以这位年轻人就租了一条船开往目的地。他找到了这座岛，也找到了橡树和松树，但失望的是绞架不见了，天长日久的风雨侵蚀，绞架已烂成泥土，毫无痕迹。于是这位年轻的冒险家陷入了绝境。在狂乱中，他在地上乱掘起来。但是，地方太大了，一切都是白费气力，他只好乘兴而来，败兴而归。

这是一个令人伤心的故事，然而更令人伤心的是：如果这个小伙子懂点数学，特别是虚数，他本来是有可能找到这宝藏的。现在我们来为他找找看，尽管为时已晚，于他无补了！

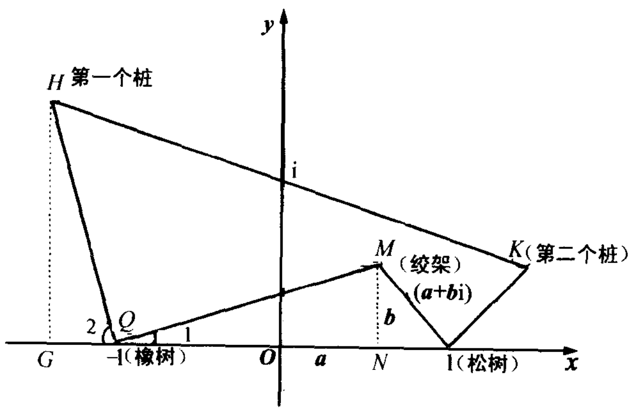

图 1　找宝故事中的数学

我们把这个岛看成一个复平面，过两株树干画一直线作为实轴，过两树的中点与实轴垂直作虚轴，并以两树距离的一半作为长度单位。这样，橡树用 -1 来表示，松树则用 1 来表示。我们不

知道绞架在何处，不妨用 M 来表示它。M 应当是一个复数，设 $M=a+bi$，如图 1 所示。在 Rt△MNQ 与 Rt△HGQ 中，

$\because MQ=HQ,\angle N=\angle G,\angle 1=\angle 3,\therefore \mathrm{Rt}\triangle MNQ\cong \mathrm{Rt}\triangle HGQ,GQ=MN,QN=GH$

设 $H=x+y\mathrm{i}$

第一个桩 H 点：$x=GO=-1+(-b)=-1-b$

$$y=GH=QN=1+a$$

$$\begin{aligned}\therefore x+y\mathrm{i}&=(-1-b)+(1+a)\mathrm{i}\\&=-1+b\mathrm{i}^2+(1+a)\mathrm{i}\\&=-1+(1+a+b\mathrm{i})\mathrm{i}\\&=-1+(a+b\mathrm{i}+1)\mathrm{i}\\&=-1+(M+1)\mathrm{i}\end{aligned}$$

同理，第二个桩 K 点，$1+(M+1)\mathrm{i}$

因为宝藏室在两根桩的正中间，所以我们由复数的中点公式可知，应当求出上述两个复数之和的一半，即

$$\frac{H+K}{2}=\frac{1}{2}[-1+(M+1)\mathrm{i}+1+(-M+1)\mathrm{i}]=\frac{1}{2}\cdot 2\mathrm{i}=\mathrm{i}$$

现在可以看出，M 所表示的绞架的未知位置已在运算过程中消失了。不管这绞架在何处，宝藏总在 i 这个点上。所以说，如果这个小伙子能够做这么一点点数学运算，那么他就不必要在整个岛上盲目乱掘，从而可以轻易地找到他的宝藏，绝不会“入宝山而空返”了。顺便提一句，不少同学在听了这个故事，知道了解法之后，仍然问：“老师，i 这个点到底在哪里呀？”这是因为提问的同学不懂得虚轴的单位是 1，而不是 i。那么表示 i 的点在哪里？——即是在 y 轴上(x 轴上方)距离原点 1 个单位的地方。因松、橡两树的位置已定，故其距离之半也已定。再具体一点，即是 i 在 y 轴上和原点的距离为松、橡两树距离之半的点上。

结论：虚数不是虚无缥渺的数，是客观存在且极其有用的数。然而至今仍然沿用“虚数”这一名词，只不过是想让人们去了解它这段神秘的历史。

同学们，发挥你们的聪明才智吧！也许有朝一日数集会在你的手里扩展，你会找到对人类有更大用处的新数。

从汽车灯与抛物线谈起

你乘坐汽车在夜间行驶时可曾注意到，汽车前面的两束灯光像探照灯似的，把车前的路照得又亮又远。你如果仔细观察过，会发现汽车前灯后面的反射镜具有抛物线的形状，事实上它们是抛物面（抛物线环绕它们的对称轴旋转形成的空间曲面），明亮的光束是由位于抛物线反射镜焦点上的光源产生的，因此光线是沿着与抛物线对称轴平行的方向反射出去的（图 1）。为什么从焦点发出光经抛物线反射后就平行于对称轴呢？其实这里有一个数学原理。

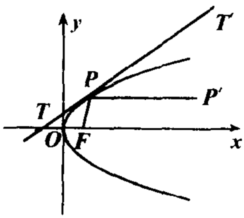

图 1　抛物面反射镜

设 $P(x_1,y_1)$是抛物线 $y^2=4px(p>0)$上任意一点，其焦点是 $F(p,0)$，过 P 引平行于 x 轴的直线 PP'，则 PF、PP' 和过点 P 的切线 TT' 成等角。理由简述如下：

$PF^2=(x_1-p)^2+{y_1}^2$ …………………… ①

又∵ P 在抛物线上，故${y_1}^2=4px_1$ ………… ②

由①②得，$PF^2=(x-p)^2+4px_1=(x_1+p)^2$ ……………………………………………… ③

切线 PT 方程是：$y_1y=2p(x+x_1)$，令 $y=0$，则 $x=-x_1$

$\therefore OT=-x_1$，$\therefore TF=x_1+p$ …………………………………… ④

由③④得 $TF=PF$，$\therefore \angle TPF=\angle T$

又 $PP' /\!/ TO$，$\therefore \angle P'PT'=\angle T$，$\therefore \angle TPF=\angle P'PT'$

这个问题说明光线由焦点发出后经抛物线镜面反射（过入射点且与抛物线相切的直线为镜面），反射光线平行于对称轴。

你夜间乘坐汽车时还会发现，由于驾驶的需要，汽车前灯的光束时而由强变弱，射程由远变近。这是因为车灯反光镜内有两个光源，明亮的光束由焦点发出，暗弱的光束由非焦点处发出。弱光的光源不在焦点上，结果光线的行进不与对称轴平行，光只向上下射出，向上射出的被屏蔽，所以只有向下射出的近光、弱光，如图 2 所示。

抛物线是一种古老的曲线，它是由梅内克缪斯（约公元前 375 年～前 325

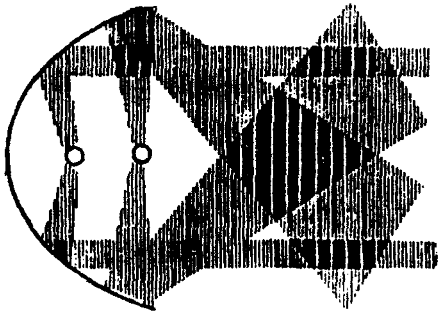

图 2　汽车前灯的光束

年)在试图解决立方体积问题时发现的。多少世纪以来,已经得到了有关抛物线的一系列的用途。例如,伽利略(1564～1642)证明抛射体的行进路线是抛物线。今天人们可以到五金商店去买一台高效抛物线电热器,它虽然只有1 000瓦,但是它与用1 500瓦的其他类型的电热器产生同样多的热量。

所以我们现在所学习的许多二次曲线表面上看似乎与我们的生活实际毫无牵连,但是随着人们对它们研究的不断深入,它们在日常生活中的作用就会越来越大。所以我们在学习二次曲线时,要注意观察它与我们实际生活的联系。

电脑发展史话

从某种意义上说，电子计算机的广为应用是现代化社会的重要标志之一。电子计算机作为信息处理工具已在相当程度上代替了人脑的功能，所以人们称它为“电脑”；又因为电子计算机在它的功能不断强大的同时体积却愈来愈微型化，所以人们又称它为“微机”。

任何一种技术都是从简单到复杂逐渐发展成熟起来的。现在世界上到底有多少种技术？谁也说不清楚。但可以这么说，没有哪一种技术能像电子计算机这样发展迅速，也没有哪一种技术能像电子计算机这样对人类的影响普遍而巨大。

细说起来，计算机应分为机械计算机和电子计算机两类。从第一台机械计算机诞生到第一台电子计算机诞生经历了长达300年的历史；而从仅有运算功能、运算缓慢、体积庞大的第一台电子计算机发展到当今具有综合信息处理功能、每秒钟运算上亿次、体积缩小到数万分之一的“微电脑”却只有短短50年。

有趣的是，我国的故宫博物馆之“博”确实名不虚传。它里面到底藏有多少宝贝，至今也没有彻底搞清楚。不是吗？到20世纪60年代初，才有人发现该馆竟藏着2台机械计算机，到70年代又发现了8台。这10台计算机分为“盘式”和“筹式”两种类型。据考证，有6台盘式计算机是帕斯卡型的，估计是康熙年间法国的来华传教士与中国数学家根据帕斯卡计算机原理制造的。有一台是著名德国数学家莱布尼茨送给康熙皇帝的。其余的筹式计算机则是中国人的独创，原理估计是受传统计算工具“算盘”的启发。

有着“火山般天才”美称的著名科学家帕斯卡，于1642年制成世界上第一台只能计算加、减法且不超过6位数的机械计算机。这种计算机里面并排装着一些齿轮，齿轮相互咬合组成拨号盘，每个拨号盘上有0～9这10个数字，低位盘拨动10圈，它前面的高位盘就自动转1圈，实现了机械化自动进位。后来莱布尼茨在此基础上进行改造与发展，利用梯形轴齿轮结构及齿数的变换使计算功能扩展到了乘法和除法，实现了四则运算。再后来，经过法国托马

斯、俄国奥德内尔等人的改良，使得手摇式计算机风行世界，直到20世纪20年代都一直是人们主要的“先进”计算工具之一。尽管还谈不上真正意义上的自动计算，但人们毕竟看到了“用机器代替思维”的希望。

常言道：“失败乃成功之母”。从这个意义上说，计算机发展史上的一次大飞跃，应当归功于英国数学家查尔斯·巴贝奇。他曾经是剑桥大学赫赫有名的卢卡斯讲座教授，但为了潜心研制自动计算机——差分机，他毅然辞去了这一多少数学家梦寐以求的职位。自费研制一段时间后，英国政府给予他经济上的资助。他设计的差分机包括三个寄存器，寄存器很像算盘，是直接计算的部分。寄存器有一根垂直轴，轴上带有6个数字轮，轮上有分别代表0~9的10个位置。这种差分机与莱布尼茨手摇计算机的不同点在于它能完成系列化的运算，具备了程序设计的萌芽。但由于缺乏高精密的制造工艺支持，10年的努力没有太大的进展，政府取消了资助，他放弃了差分机。放弃差分机不等于放弃理想，他又雄心勃勃地开始了“分析机”的研究历程。他希望这种新型计算机能完全自动执行操作者指定的一系列运算。在几百年前的条件下，要想实现这一愿望的难度是可想而知的。他的理想终于未能实现。至此，也许我们只能感受到他的努力与失败。不过，他的那些非凡的构想却给后人留下了极具启发性的宝贵财富。

有“电子计算机之父”的约翰·冯·诺伊曼是匈(牙利)裔美籍数学家，普林斯顿大学终身教授。20世纪40年代，他深感电子计算机的重要，于1945年3月起草了一个名为《离散变量自动电子计算机》(简称EDVAC)的设计报告。在这个长达101页的报告中，不但明确了电子计算机由5个部分组成：计算器、控制器、存储器以及输入和输出设备；而且还明确了采取二进制，用电子元件开与关表示“0”和“1”，用这两个数字的组合表示任何数，充分发挥电子元件的开关变换功能，实现高速运算。所有这些，都标志着电子计算机时代的真正开始。因而，《EDVAC》报告理所当然是计算机发展史上划时代的文献；而诺伊曼被誉为“电子计算机之父”也是当之无愧的。

1946年2月15日，世界上第一台电子计算机终于在美国宾夕法尼亚大学一间170平方米的大厅里诞生了。这台电子计算机取名“埃尼阿克”，其身躯庞大，内有18 800个电子管、70 000只电阻、10 000只电容器、1 500只继电器，重达30吨，功率170千瓦，造价48万美元。“埃尼阿克”的加法运算速度是5 000次/秒，乘法运算速度是340次/秒。这样的速度现在看来并不快，但在当时却

已算得上神速。当时为显示“埃尼阿克”的运算高速，曾让它和一门16英寸口径的大炮进行竞赛，在大炮击发的同时，让“埃尼阿克”对炮弹的飞行轨迹、弹着点进行计算。在人们的想象中，计算机再怎么快，也赶不上炮弹的飞行。但事实告诉人们，在炮弹着地前，“埃尼阿克”确实已经完成了全部数据的运算。现在，电子计算机正日新月异地走向高度智能化和微型化。随着电子线路超大规模集成化的发展，计算机被植入人脑、血管等脏器已不再是一种设想，而是指日可待的了。当然，这样的计算机再叫微机也就显得不合适，而该称微微机了。