



《数学奥林匹克丛书》

数 学 奥林匹克 教 材

(普及版)

小学五年级用

首都师范大学出版社

数学奥林匹克丛书

数学奥林匹克教材

(普及版)

小学五年级用

中国教育学会数学教育研究发展中心 审定

首都师范大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学奥林匹克教材:普及版/中国教育学会数学教育研究发展中心审定.-北京:首都师范大学出版社,1994.8

(1999 重印)

(数学奥林匹克丛书)

小学五年级用

ISBN 7-81039-387-1

I. 数… II. 中… III. 数学-小学-教学参考资料
IV. G624.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (94) 第 09905 号

首都师范大学出版社

(北京西三环北路 105 号 邮政编码 100037)

北京昌平兴华印刷厂印刷 全国新华书店经销

1994 年 8 月第 1 版 1999 年 9 月第 11 次印刷

开本:787×1092 1/32 印张:6.125

字数:120 千 印数:196,501~215,500 册

定价:5.60 元

数学奥林匹克丛书编委会

顾问 裘宗沪

常务编委 方运加 余文熊 董凤举 戴汝潜

编委 (以姓氏笔划为序)

方运加 刘京友 余文熊 周春荔

彭 林 董凤举 裘宗沪 戴汝潜

策划编辑 董凤举

本书作者 徐 旭 任明龙 谢巧红 赵金标

前 言

体育奥林匹克是关于灵活、力量与美的竞赛，第一次体育奥林匹克始于公元前776年。解数学难题同样需要灵活机智、力量与美，因而就有了数学奥林匹克，最早举行的数学奥林匹克只是100多年以前的事情。我国于1956年首先在部分地区(北京、上海等)开始举办省、市一级的高中数学竞赛，1978年举办全国性高中学生数学竞赛，1983年举办全国性初中学生数学竞赛。现在数学奥林匹克已几乎被全国每一位中小学学生所知晓、所向往。

首都师范大学出版社是为数不多的在国内最早出版数学奥林匹克图书的出版社。到目前为止，已出版数学奥林匹克用书30余种，发行量500余万册，受到了越来越多的中小學生、学生家长及老师的欢迎和好评，并得到了上级有关部门的肯定，还有10余个图书品种在日本、台湾公开出版发行。

现在这套由中国教育学会数学教育研究发展中心和首都师范大学出版社联合推出的10余种中小學生数学奥林匹克用书，是对以前所出图书的一种补充和完善，作者阵容强大，有中央教育科学研究所数学研究室的专家，有北京数学奥林匹克研究所的研究员，有获得'94全国小学数学奥林匹克总决赛学校队团体总分第一名荣誉的参赛队教练员，还有北京数学奥林匹克业余学校的教练员等。全书从小学三年级起到初中三年级止，每个年级一册。另配有供赛前强化训练和供平时常规训练之用的试题库。试题库覆盖面大，信息量强，

题型新颖，有坡度有力度，全部题目附答案，所附题解说明充分地展示了数学解题的基本技巧和基本方法。

近几年，数学奥林匹克图书的出版工作，若用如火如荼来形容也并不过份。无疑，这些图书的出版对天才青少年的教育及成长具有莫大的帮助。然而天才青少年总是少数，为数众多的是上千万的普普通通的中小學生。这些学生中间未必就没有天才，许多天才还没有出现或者还没有被老师、家长发现。如何尽早的发现并培养天才青少年？如何使为数众多的普通中小學生由怕数学，转变为爱数学，由不习惯于数学解题转变为擅长数学解题？这是我们数学工作者及数学教育工作者多年研究的一个课题，也正是我们编写这套普及版数学奥林匹克图书的一个目的。正像体育奥林匹克强调人人参与一样，数学奥林匹克也特别强调人人参与。

数学是研究物质世界中数和形的科学。从算术到代数，从常量到变量，从微积分到概率论，从概率论到模糊数学，……，虽然基本知识在延伸拓展提高，然而解决问题的基本方法和基本技巧却是相通的，甚至是一致的。触类旁通，举一反三，这就是一种良好的数学素质。从小培养孩子们的数学头脑（注意，不一定人人都成为数学家，但人人都自觉地用数学，是我们所应提倡的），也是我们编书的目的之一。

数学来源于五彩的客观世界，但数学图书却往往给人以枯燥乏味之感。为改变这种状况，我们在编写此书时（尤其是小学生用书）特别注意溶基本知识、基本技能和基本方法于丰富有趣的语言材料中去，其目的是吸引更多的中小學生自觉自愿地坐下来，从第一页阅读到最后一页，从第一道习题做到最后一道习题。

我们还认真地处理了与现行中小学数学教材的关系，仔

细地研读了中国数学会数学普及工作委员会制定的中小学数学竞赛大纲。全书由浅入深，深入浅出，图文并茂，言简意清。

在编写这套丛书时，得到了有关教育部门的大力支持和帮助，并参阅了国内外大量的图书，在此一并致谢。

我们希望这套丛书能真正成为广大青少年的良师益友，并诚恳地希望得到广大读者的批评指正。

董凤举

目 录

一、小数的运算	1
二、二十四点	5
三、灵活求出和差积商	9
四、裂项	12
五、分拆	16
六、奇妙的分数	21
七、方位、角度	30
八、比较和对称	36
九、分地、量地	40
十、变换	44
十一、切切拼拼	51
十二、体积和表面积	59
十三、数数、算算	67
十四、应用题之一	73
十五、简单方程	79
十六、简单的不定方程	84
十七、数的整除特征	87
十八、质数、质因数分解	91
十九、余数和尾数	95
二十、最大公约数和最小公倍数	101
二十一、整除的应用	108
二十二、行程问题	113

二十三、巧断真伪	120
二十四、加法原理和乘法原理	129
二十五、最大和最小	133
二十六、最多和最少	140
二十七、抽屉原理	146
二十八、穷举法与树形图	149
二十九、包含与排除	155
三十、数学游戏与最佳对策	159
自测练习一	163
自测练习二	166
自测练习三	169
自测练习四	172
参考答案	176

一、小数的运算

小数的四则运算是小学数学中非常重要的内容之一，也是同学们在学习过程中较难的一个内容。在带有小数的四则运算中，要注意小数点的位置，合理地扩大若干倍（或缩小），使问题尽可能简化。

例1 一个三位小数四舍五入后成为4.80，原来的三位小数可能是哪些小数？

分析与解答 我们分两种情况考虑：四舍；五入。

四舍不进位得4.80，那么原来千分位上数字只能是1，2，3，4，所以原数为4.801，4.802，4.803，4.804。

五入进位后得4.80，那么原数百分位上的数为9，十分位上的数字为7，而千分位上的数字只能是5、6、7、8、9。所以原数为4.795，4.796，4.797，4.798，4.799。

答：原来的三位小数可能是4.801，4.802，4.803，4.804，4.795，4.796，4.797，4.798，4.799。

例2 一个数与它自己相加、相减、相除其和、差、商相加的和为8.6，这个数是几？

分析与解答 我们知道，一个数与它自己相减的差等于0，一个不等于零的数与它自己相除的商等于1。根据“和、差、商相加的和是8.6”这个条件可知：一个数 $\times 2 + 0 + 1 = 8.6$

$$(8.6 - 1) \div 2 = 3.8$$

答：这个数等于3.8。

例3 如果把0.0000000012简单记作 $0.\overbrace{00\cdots0}^{8\text{个}0}12$ ，下面有三个小数 $a = 0.\overbrace{00\cdots0}^{99\text{个}0}12$ ， $b = 0.\overbrace{00\cdots0}^{100\text{个}0}25$ ， $c = 0.\overbrace{00\cdots0}^{101\text{个}0}8$ ，求

$$a + (b \times c) - (a + b)$$

分析与解答 题中条件给出 a, b, c 三个数的小数部分位数很多，必须十分注意加减乘除四种运算对小数点的不同处理，我们可以将解的过程用三步展示如下：

第一步：求 $b \times c, a + b$

根据乘积的小数点的位数等于各个乘数的小数点的位数之和法，则知： $b \times c = \underbrace{0.00\cdots025}_{100\text{个}0} \times \underbrace{0.00\cdots08}_{101\text{个}0} = \underbrace{0.00\cdots02}_{201\text{个}0}$ ，根

据二个小数相加的法则得：

$$a + b = \underbrace{0.00\cdots012}_{99\text{个}0} + \underbrace{0.00\cdots025}_{100\text{个}0} = \underbrace{0.00\cdots0145}_{99\text{个}0}$$

第二步：求 $a + (b \times c)$

根据小数的除法法则， a 和 $b \times c$ 的小数点同时向右移 202 位，即得 $\underbrace{1200\cdots0}_{101\text{个}0} + 2 = \underbrace{600\cdots0}_{101\text{个}0}$

第三步：求 $a + (b \times c) \div (a + b)$

$$\begin{aligned} a + (b \times c) - (a + b) &= \underbrace{600\cdots0}_{101\text{个}0} - \underbrace{0.00\cdots0145}_{99\text{个}0} \\ &= \underbrace{5999\cdots9}_{101\text{个}9} \underbrace{99\cdots9855}_{99\text{个}9} \end{aligned}$$

例4 把下列各题中的“☆”换成适当的数字，并确定原来被乘数和被除数的小数点的位置。

$$\begin{array}{r}
 (1) \quad \begin{array}{r} \star\star 5 \\ \star\star.\star \\ \hline 2\star\star \\ \star\star\star \\ \hline 1\star\star.30 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 (2) \quad \begin{array}{r} \star 8.\star\star \\ 1.\star \overline{) \star\star\star\star\star} \\ \star 0 \\ \hline \star 7 \\ \star\star \\ \hline \star\star\star \\ \star\star\star \\ \hline 0 \end{array}
 \end{array}$$

分析与解答 (1) 由末尾是1☆☆.30可以推得2☆☆为230, ☆☆5为11.5, 又由上可推知☆☆.☆为10.2

(2) 由商的个位上是8和☆0, 可以推出除数1.☆为1.2, 且商的首位上是5, 被除数的首位上是6, 即可知☆0为60, 因为 $12 \times 8 = 96$, 所以☆☆为96 ☆7为97, 由除法的最后一步即知1☆☆为12的倍数, 所以1☆☆为 $12 \times 9 = 108$.

$$\begin{array}{r}
 \text{答: } (1) \quad \begin{array}{r} 11.5 \\ 10.2 \\ \hline 23\ 0 \\ 115 \\ \hline 117.30 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 (2) \quad \begin{array}{r} 58.09 \\ 1.2 \overline{) 69.708} \\ 60 \\ \hline 97 \\ 96 \\ \hline 108 \\ 108 \\ \hline 0 \end{array}
 \end{array}$$

练 习 一

一、选择(在正确答案下面的○内涂上颜色)

1. 下列两组算式

(1) 商最大是 $[2.021 + 0.08, 2021 + 8, 2021 \div 0.8,$

$2.021 \div 0.8]$

(2) 积最大是 $[999.9 \times 99.99, 999.9 \times 999.9, 9999 \times 99,$

二、二十四点

小朋友经常用扑克牌玩一种叫“二十四点”的游戏。游戏的方法是任取四张扑克牌，然后利用加、减、乘、除、括号将牌点组合起来，使总牌点为24，谁算得快，谁就获胜。这是一种如何合理巧妙地利用运算符号的游戏。在小学数学竞赛中，类似于这样的问题也时常出现。

例1 在五个0.5中间加上怎样的运算符号和括号，能使下列各式等号成立：

$$(1) 0.5 - 0.5 - 0.5 + 0.5 - 0.5 = 0$$

$$(2) 0.5 + 0.5 - 0.5 - 0.5 + 0.5 = 0.5$$

$$(3) 0.5 \times 0.5 + 0.5 \times 0.5 - 0.5 = 1$$

$$(4) 0.5 - 0.5 - (0.5 - 0.5) + 0.5 = 1.5$$

$$(5) (0.5 + 0.5) \times 0.5 + 0.5 - 0.5 = 2$$

分析 本题应从所要求的数出发，根据四则运算的顺序，灵活应用运算符号和有关知识。在考虑此题时，应当掌握有关1和0这两个数在四则运算中的特征

答：(1) $(0.5 + 0.5 + 0.5) \times (0.5 - 0.5) = 0$

$$(2) (0.5 - 0.5) + (0.5 - 0.5) + 0.5 = 0.5$$

$$(3) (0.5 + 0.5) + 0.5 - (0.5 + 0.5) = 1$$

$$(4) 0.5 + 0.5 + 0.5 + 0.5 - 0.5 = 1.5$$

$$(5) [(0.5 + 0.5) \times 0.5 + 0.5] + 0.5 = 2$$

小朋友你也试试看还有其它解法吗？

例2 在下列的四个算式中的四个方框内分别填上加、减、乘、除四种运算符号，使得到的四个算式的答数之和尽可能大，那么这个和等于多少？

$$6 \square 0.3 = 0 \quad 6 \square \frac{1}{0.3} = 0 \quad 6 \square 0.\dot{3} = 0 \quad 6 \square \frac{1}{0.\dot{3}} = 0$$

分析 这一题我们的总原则是：要使这四个算式的和数尽可能大，就必须使每一个算式的答数尽可能地大，但由于加、减、乘、除四种运算是限定的，所以我们必须从全局出发作出选择。先将 0.3 , $0.\dot{3}$, $\frac{1}{0.3}$, $\frac{1}{0.\dot{3}}$ 按大小排列

$$0.3 < 0.\dot{3} < \frac{1}{0.3} = 3 < \frac{1}{0.\dot{3}} = \frac{10}{3}$$

再把四种运算分为两类：加减和乘除。注意乘除运算对答数的影响，根据加减乘除的运算规律，我们作如下的选择

对最大数 $\frac{10}{3}$, 选择乘法 $6 \times \frac{1}{0.3}$

对 0.3 选择除法 $6 \div 0.3$

对 $\frac{1}{0.\dot{3}}$ 选择加法 $6 + \frac{1}{0.\dot{3}}$

对 $0.\dot{3}$ 选择减法 $6 - 0.\dot{3}$

把上述四种运算的结果相加，答数为 $54\frac{2}{3}$ ，该数为尽可能大的数。

下面的例子和上面所述的例子相反

例3 下面是一个没有写完的等式

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 = 99$$

在等式左边的数字之间，只插入一些加号，就可以使等式成立。

分析与解答 首先在两个相连数之间，如果没有插入加号，就应该看作一个多位数。由于 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8$

$+9=45$ ，与所要求的99尚差54，如果去掉一个加号，例如2与3之间加号去掉， $2+3=5$ 就变成了23，这样就增加了 $23-5=18$ 。一般地在相邻的二个整数 a 与 $a+1$ 之间把加号去掉，将增加 $10a+(a+1)-[a+(a+1)]=9a$ ，因此数字后面加号去掉就可以增加54。

答： $1+2+3+4+5+67+8+9=99$

$$1+23+45+6+7+8+9=99$$

$$12+3+4+56+7+8+9=99$$

例4 请把1到9的9个数字填入圆圈，使等式成立：

$$\begin{cases} \bigcirc + \bigcirc = \bigcirc \\ \bigcirc - \bigcirc = \bigcirc \\ \bigcirc \times \bigcirc = \bigcirc \end{cases}$$

分析与解答 从加减法入手，解答的可能性很多，要试很多次才能确定，而从乘法入手，解答的可能性很少，只有 $2 \times 3 = 6$ ， $2 \times 4 = 8$ 两种，最多只要试两次就可以确定下来了。

$$\text{答：} \begin{cases} 4+5=9 \\ 8-7=1 \\ 2 \times 3=6 \end{cases}$$

该题还有其它答案，小朋友不妨试一下。

练习二

1. 请你从 $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$ 、 $()$ 、 $[]$ 中，挑选出合适的符号填进算式，使得等式成立。

$$1 \div 2 \div 3 = 1$$

$$1 \div 2 \div 3 \div 4 = 1$$

$$(1+2-3) \div 4 = 1$$

$$1 \div 2 \div 3 \div 4 \div 5 \div 6 = 1$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7 = 1$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8 = 1$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 = 1$$

2. 在下列的式子中添上加号和减号使等式成立:

$$9\ 8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1 = 21$$

(1) 请你仔细想一想, 有几种不同的插入?

(2) 将右边的21换成20, 还能变成等式吗?

3. 请把从1到9的九个数字填入圆圈, 使等式成立。

$$\begin{cases} \bigcirc + \bigcirc = \bigcirc \\ \textcircled{8}\textcircled{4} \times \bigcirc = \bigcirc\bigcirc\bigcirc \end{cases}$$