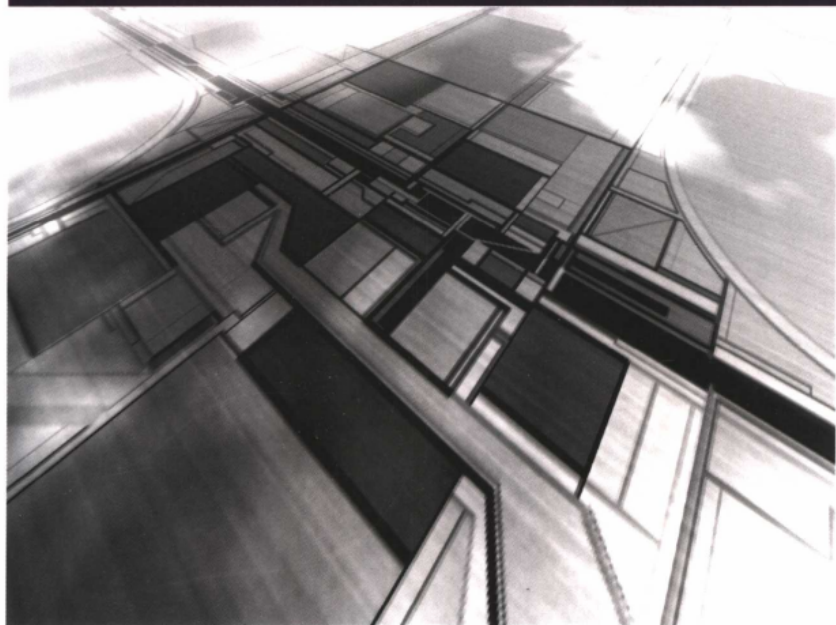


固体废物处理与资源化丛书

计算机与数学模型在固体废物处理 与资源化中的应用

金龙 赵由才 主编



Chemical Industry Press



化学工业出版社
环境科学与工程出版中心

固体废物处理与资源化丛书

生活垃圾卫生填埋技术

城市固体废弃物能源化利用技术

建筑垃圾处理与资源化

固体废物焚烧技术

固体废物预处理与分选技术

农业固体废弃物的处理与综合利用

医疗废物管理与污染控制技术

固体废物堆肥原理与技术

计算机与数学模型在固体废物处理与资源化中的应用

煤系固体废物资源化技术

ISBN 7-5025-8992-9



9 787502 589929 >

销售分类建议：环境/固体废物

ISBN 7-5025-8992-9

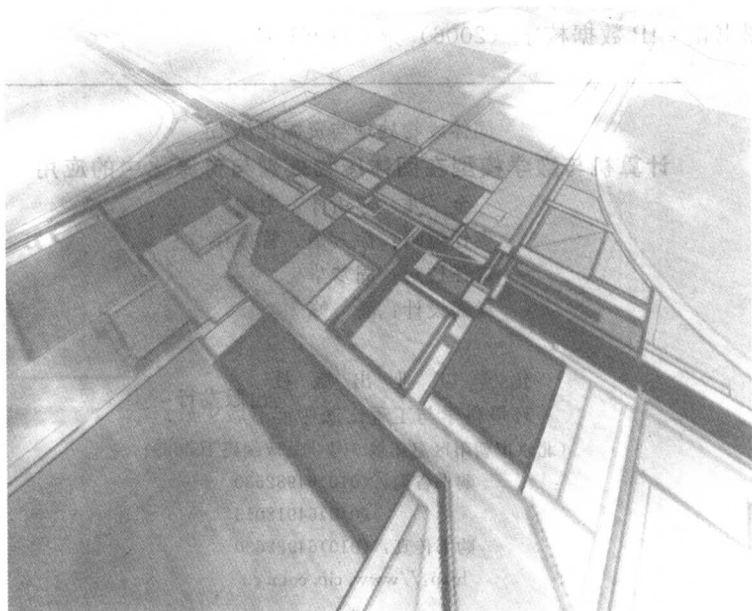
定价：36.00元

第1卷
环境工程

固体废物处理与资源化丛书

计算机与数学模型在固体废物处理 与资源化中的应用

金龙 赵由才 主编



化学工业出版社

环境科学与工程出版中心

地址：北京·朝阳·惠新东街10号 邮编：100029

本书是固体废物处理与资源化丛书之一，共分五篇：第一篇为基础篇；第二篇为固体废物管理、决策和优化数学模型篇；第三篇为填埋技术篇；第四篇为堆肥篇；第五篇为热处理篇。书中收集、分析了国内外有关固体废物处理与资源化的数学模型和计算机软件及其应用实例。

本书内容丰富、实用，富有前沿性。主要适合于从事固体废物处理与资源化科学技术研究的工程技术人员和管理人员等阅读和参考，也可供高等院校相关专业师生参阅。

图书在版编目 (CIP) 数据

计算机与数学模型在固体废物处理与资源化中的应用/
金龙, 赵由才主编. —北京: 化学工业出版社, 2006. 6
(固体废物处理与资源化丛书)
ISBN 7-5025-8992-9

I. 计… II. ①金…②赵… III. ①计算机应用-固体废物-废物处理②数字技术-模型-应用-固体废物-废物处理③计算机应用-固体废物-废物综合利用④数字技术-模型-应用-固体废物-废物综合利用 IV. X705-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 071061 号

固体废物处理与资源化丛书

计算机与数学模型在固体废物处理与资源化中的应用

金龙 赵由才 主编

责任编辑: 徐娟 管德存

责任校对: 周梦华

封面设计: 潘峰

*

化学工业出版社 出版发行
环境科学与工程出版中心

(北京市朝阳区惠新里 3 号 邮政编码 100029)

购书咨询: (010)64982530

(010)64918013

购书传真: (010)64982630

<http://www.cip.com.cn>

*

新华书店北京发行所经销

北京市彩桥印刷有限责任公司印装

开本 787mm×1092mm 1/16 印张 11¼ 字数 299 千字

2006 年 8 月第 1 版 2006 年 8 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-5025-8992-9

定 价: 36.00 元

版权所有 违者必究

该书如有缺页、倒页、脱页者, 本社发行部负责退换

序

随着我国国民经济和社会的发展，固体废物产生量在迅速增加。在我国的城镇中，以生活垃圾为主的固体废物的收集、运输、处理与处置、分类与分选、资源化循环利用等，不仅是当地政府的重要日常工作，也是当今社会可持续发展的核心内容。

固体废物处理与资源化，首先强调的是资源化，即物质的循环使用。所谓固体废物的资源化，一方面是固体废物通过简单加工后的再利用，另一方面是通过功能的改变而得到再利用。通过简单维修或转换使用者，不能认为是固体废物的资源化过程。分类的固体废物资源化过程应该比混合的各种固体废物资源化过程更容易实现。因此，实行固体废物分类收集、运输、储存和加工，是资源化的最佳路径，应该持之以恒地加以实施。

固体废物的处理，一般是指不考虑再利用的无害化方法，如生活垃圾的填埋与焚烧、放射性废物的固化与稳定化、危险废物的去毒化与安全填埋等。有机可降解废物的堆肥既是一种固体废物的处理方法，也是一种资源化方法。

近二十年来，我国在固体废物处理与资源化方面发展较快，越来越多的高等院校和科研单位开始进行固体废物的研究工作，许多企业也积极介入固体废物的处理与资源化行业，从业人员数量迅速增加。同时，我国政府和企业对固体废物处理与资源化方面的投入逐年增加，研究开发了一系列新技术、新方法，在传统技术的改造和改良方面也有进展。另外，国外大量相关企业也在我国开展业务，在管理和技术方面积累了许多经验教训。因此，全面总结和介绍国内外固体废物处理与资源化技术，对于发展我国的环境保护事业，具有重要的意义。

本书反映了国内外固体废物处理与资源化领域的发展现状和趋势，内容覆盖了生活垃圾、危险废物、一般工业废物、建筑废物、放射性废物等的处理与资源化各个方面，适于从事固体废物研究、开发、教学、培训和管理等的人员阅读参考。

赵由才

2004年1月

前 言

固体废物处理与资源化工程涉及许多学科，如化学、化学工程、生物学、物理学等。随着计算机和应用数学的发展，固体废物处理与资源化领域也越来越多地应用计算机和数学模型进行定量分析、科学预测，并为解决科学研究、技术开发和工程应用问题服务，由此出现了为固体废物处理与资源化服务的计算机应用软件和数学模型。而计算机和数学模型的广泛应用，又为固体废物处理与资源化科学技术的发展创造了条件。

目前，数学模型和计算机在固体废物处理与资源化领域中主要应用于以下四个方面。①管理领域：城市生活垃圾产量的预测，从而为未来垃圾收集、运输、处理处置系统规模确定提供依据；运输收集路线的优化，降低成本，提高经济效益；不同处理处置系统的科学选择，避免决策失误。②填埋技术领域：填埋场渗滤液预测、填埋场沼气产量预测、填埋场稳定化过程预测模型等，从而为填埋场设计、维护、周围环境保护、能源利用、终场修复提供科学依据。③堆肥技术领域：堆肥中微生物生长规律、有机成分降解速率和规律、稳定化评价模型等，为提高堆肥效率和堆肥厂运行做好科学指导。④焚烧热解技术领域：垃圾热值预测、垃圾焚烧过程中热量平衡计算、垃圾焚烧挥发模型等为焚烧热解装置的设计和产物预测提供了科学的依据。这些模型和软件分散在各种国内外文献中，迄今为止未加以全面总结，影响了这些用途广泛的模型和软件的应用，以及固体废物处理与资源化科学技术的发展。

本书由金龙、赵由才主编，王治国副主编，具体分工是：金龙编写第一章、第二章、第三章、第五章、第六章、第七章、第十章、第十一章，赵由才、金龙编写第四章、第八章，金龙、王治国编写第九章。由于时间仓促，加上国内尚未见到专门讲述和介绍数学模型和计算机在固体废物领域应用的书籍，没有参考和比较，因此不当之处在所难免。最后向所有被引用文献的研究学者表示感谢，希望本书能够起到抛砖引玉的作用，促进固体废物处理处置与资源化领域定量化工作的进一步发展。

编者

2006年1月

编委会主任

赵由才

编委会成员

(按姓氏汉语拼音排列)

边炳鑫	柴晓利	陈彬
方建民	黄仁华	李广科
龙燕	牛冬杰	宋立杰
王罗春	吴军	张华

目 录

第一篇 基础篇

第一章 运筹学基础	1	第二章 计算机软件的功能介绍	13
第一节 线性规划	1	第一节 Excel 软件介绍	13
一、线性规划的标准形式	1	一、Excel 软件数据分析功能介绍	13
二、线性规划的求解	2	二、Excel 数据分析应用实例	19
第二节 解释结构模型和层次分析法	4	第二节 MATLAB 软件介绍	22
一、层次分析法的基本概念	4	一、MATLAB 软件简介	22
二、层次分析法的主要步骤	4	二、应用举例	24
三、层次分析法的原理	5	第三节 SPSS 统计软件	25
四、举例	7	一、SPSS 统计软件简介	25
第三节 模糊数学知识	8	二、SPSS 统计软件主要菜单介绍	26
一、模糊集合概念	9	三、SPSS 统计软件在环境数据分析中的 常用作用介绍	28
二、模糊集合的基本运算	9		
三、模糊综合评价	10		

第二篇 固体废物管理、决策、优化数学模型篇

第三章 固体废物管理决策	30	应用	49
第一节 不确定型决策和序列决策在固体 废物管理中的应用	30	一、上海市城市管理处理处置系统选择 决策	49
一、不确定型决策	30	二、复杂的城市生活垃圾处理技术模糊 综合评价模型	52
二、风险型决策	32	第四章 城市生活垃圾产生量预测	56
第二节 解释结构模型和层次分析法在固体 废物管理决策中的应用	34	第一节 城市生活垃圾产量预测	56
一、案例 1——某市生活垃圾处理方案 评价与选择	34	一、模型建立、计算和求解	57
二、案例 2——上海市垃圾处理系统 决策	47	二、Excel 在求解中的应用	59
第三节 模糊法在固体废物管理决策中的 应用	49	第二节 城市生活垃圾运输路线优化	60
		一、建立模型	60
		二、模型实际应用	61

第三篇 填埋技术篇

第五章 填埋场科学选址	67	三、分析和讨论	77
第一节 层次分析法在填埋场选址中的 运用	67	第六章 填埋场渗滤液预测模型	78
一、简单结构模型的应用	67	第一节 填埋场渗滤液产量估算模型	79
二、复杂结构模型的应用	70	一、填埋场基本原理简介	79
第二节 基于熵权的卫生填埋场选址 评价的模糊集方法	73	二、渗滤液的产量预测	79
一、评价流程	73	第二节 填埋场渗滤液水质预测模型	86
二、实例分析	75	一、渗滤液的水质特征及变化规律	86
		二、渗滤液水质预测模型	88
		第三节 填埋场内水质迁移分布模型	94

一、有限元方法对垃圾渗滤液在土体中的扩散进行的静态和动态模拟计算	94	二、数学机理法	118
二、有机污染物迁移转化的动力学耦合数学模型	99	第八章 填埋场沉降模型和稳定化评价	122
第七章 产气和迁移、分布模型	103	第一节 数据分析法	122
第一节 厌氧分解产气原理和影响因素	103	一、回归分析	122
第二节 产气模型研究概述	104	二、灰色模型预测	125
一、国外产气模型研究	104	第二节 机理分析法	125
二、我国产气模型研究	108	一、沉降机理模型一	125
三、存在的不足之处	108	二、沉降机理模型二——热力学机理模型	129
第二节 一级耦合反应模型预测产气速率和产气量模型的建立和应用	109	第三节 稳定化综合评价	132
一、模型建立	109	一、实例背景	132
二、试验拟合	111	二、试验场中垃圾的稳定化过程	133
第三节 填埋气迁移和分布模型	115	三、填埋场稳定化评价模型的确立	136
一、数据分析法	116	四、老港试验场稳定化评价	138

第四篇 堆肥篇

第九章 堆肥模型	140	第二节 堆肥动力学模型	145
第一节 概述	140	一、高温堆肥中微生物的生长特征及动力学建模	145
一、堆肥化定义	140	二、堆肥过程中挥发性有机物的降解规律	149
二、堆肥化分类	140	第三节 堆肥稳定化综合评价	150
三、堆肥原料	140	一、建立评价因子的分级系统	150
四、堆肥的原则	141	二、模糊综合评价法的应用	151
五、堆肥化原理	141	三、总结	152
六、堆肥微生物	143		
七、影响堆肥化的因素分析	143		

第五篇 热处理篇

第十章 热解处理动力学模型	153	一、焚烧过程	160
第一节 城市生活垃圾典型组分的热解动力学模型研究	153	二、简化模型	160
一、试验组分和试验设备	153	三、建立模型	160
二、垃圾的热解特性分析	153	四、结论	164
三、热解动力学模型	154	第二节 CAO 垃圾焚烧系统热力模型研究	165
四、结果分析与讨论	155	一、CAO 焚烧炉热力分区模型	165
五、结论	156	二、稳燃性判别	167
第二节 污泥热解动力学模型	157	第三节 城市固体废物在流化床中燃烧的水分蒸发分析及其可视化计算	168
一、污泥的差热分析曲线	157	一、模型的建立	169
二、污泥的热解动力学参数的计算	158	二、实际计算过程中的微分方程数值解问题	172
三、结论	159	三、水分蒸发过程计算的具体实现及数据比较	173
第十一章 焚烧炉燃烧模型	160		
第一节 垃圾焚烧炉 Essenhigh 模型研究	160		

参考文献	176
-------------	-----

第一篇 基础篇

随着数学知识和计算机应用技术的发展,数学模型和计算机越来越广泛地应用于固体废物管理、处理和处置技术中。本篇主要介绍固体废物模型建立和求解中经常应用的数学基础知识、环境数学建模知识和计算机应用技术,从而为后续篇章的学习打下坚实的基础。

本篇主要涉及的基础数学知识有基础运筹学知识,如线性模型、动态规划、模糊数学知识等;涉及的计算机应用技术主要是介绍常用的计算机软件工具具有的建模和计算功能,以及功能实现过程。

第一章 运筹学基础

运筹学是一门应用科学,至今还没有统一且确切的定义。以下几个定义可以说明运筹学的性质和特点。莫斯(P. M. Morse)和金博尔(G. E. Kimball)曾对运筹学下的定义是:“为决策机构在对其控制下业务活动进行决策时,提供以数量化为基础的科学方法。”它首先强调的是科学方法,这含义不单是某种研究方法的分散和偶然的应用,而是可用于整个一类问题上,并能传授和有组织的活动。它强调以量化为基础,必然要用数学。但任何决策都包含定量和定性两方面,而定性方面又不能简单地用数学表示,如政治、社会等因素,只有综合多种因素的决策才是全面的。运筹学工作者的职责是为决策者提供可以量化方面的分析,指出那些定性的因素。另一定义是:“运筹学是一门应用科学,它广泛应用现有的科学技术知识和数学方法,解决实际中提出的专门问题,为决策者选择最优决策提供定量依据。”这个定义表明运筹学具有多学科交叉的特点,如综合运用经济学、物理学、化学中的一些方法。运筹学强调最优决策,“最”是过分理想了,在实际生活中往往用次优、满意等概念代替最优。因此,运筹学的又一定义是:“运筹学是一种给出问题坏的答案的艺术,否则的话,问题的结果会更坏。”

运筹学在固体废物模型中的应用主要是运筹学在管理决策学科中应用的延伸。主要用于城市固体废物处理处置系统的科学选择、卫生填埋场选址、生活垃圾运输路线的最优化设计等方面。为了使有兴趣的学者和本书读者对后续内容有深刻理解,本书在此处插入了一定量有关运筹知识的介绍,有兴趣的学者还可以进一步参考其他专门书籍,为以后学习或者研究打好基础。

第一节 线性规划

在一定条件下,人们做出决策时,总是受到许多约束条件的限制,同时存在一个单一目标,希望在约束条件下使得这个目标得以最大实现,当约束条件都是线性关系时,我们把这种模型叫做线性规划。

一、线性规划的标准形式

1. 线性规划的标准形式

目标函数:

$$\min z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

约束条件：

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i \quad (i=1,2,\dots,m)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j=1,2,\dots,n)$$

$$b_i \geq 0 \quad (i=1,2,\dots,m)$$

2. 非标准形式的转化

① 当目标函数是 $\max z$ 时，可以设 $y = -z$ ，则求 z 的最大值就可以转化为求 y 的最小值，即可转化为标准形式。

② 当约束条件为不等式，如 $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i$ ，则可以设 $x_{n+1} \geq 0$ ，则取适当的 x_{n+1} ，就可以使得不等式变为等式 $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - x_{n+1} = b_i$ ；同理如果是 $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i$ ，设 $x_{n+1} \geq 0$ ，取适当的 x_{n+1} 就可以使得 $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + x_{n+1} = b_i$ 。

③ 如果约束条件不满足 $b_i \geq 0$ ，可以在方程两边同乘以 -1 ，则约束条件右边为大于 0 的数。

因此从理论上说，任何线性表达式都可以通过上述三种方式转化为标准线性形式。

二、线性规划的求解

线性规划的求解最常用的是单纯形法，此处只对线性规划模型求解过程进行讲解，对其应用的定理不做证明，有兴趣的学者可以参考运筹学书籍。

对上述线性规划问题，设系数矩阵 A 的秩为 m ，称 A 的任一 $m \times m$ 的非奇异子矩阵 B 为此线性规划的一个基。不妨设 $A = (B, N)$ ，其中 $B = (P_1, P_2, \dots, P_m)$ ， $N = (P_{m+1}, P_{m+2}, \dots, P_{m+n})$ ， P_i 为相应的列向量。同时把向量 $X = (x_1, x_2, \dots, x_m, x_{m+1}, \dots, x_n)^T$ 中对应 P_1, P_2, \dots, P_m 的变量称为基变量，其余变量为非基变量 x_N ，并有 $X = (x_B, x_N)^T$ 。相应地有 $C = (c_1, c_2, \dots, c_m, c_{m+1}, \dots, c_n) = (C_B, C_N)$ 。

在上述定义的基础上，可以构建如下的单纯形表。

$$T(B) = \begin{pmatrix} b_{00} & b_{01} & \cdots & b_{0n} \\ b_{10} & b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m0} & b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_B B^{-1} b & C_B B^{-1} A - C \\ B^{-1} b & B^{-1} A \end{pmatrix}$$

式中， $b_{00} = C_B B^{-1} b$ ，即为目标函数值； $(b_{01}, b_{02}, b_{03}, \dots, b_{0n}) = C_B B^{-1} A - C$ 称为检验数； $(b_{10}, b_{20}, b_{30}, \dots, b_{m0})^T = B^{-1} b$ 为对应基 B 的可行解。

$$\begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix} = B^{-1} A$$

根据上述单纯形表进行判断：如果得到的检验数全部为非正数，则这时得到的 $B^{-1} A = (b_{10}, b_{20}, b_{30}, \dots, b_{m0})^T$ 即为最优解， b_{00} 即为最优目标值；若检验数中有正数，并且该检验数在单纯形表中对应的下面的列向量中的所有分量都为非正数，则问题无最优解；如果检验数有些为正，并且这些正数对应的列向量中有正分量，则需要换基迭代，直到所有检验数为非正数，可得规划问题的最优解。

换基迭代过程如下：第一步，求轴心项，即在所有 b_{0j} 大于零的检验数中，选取最大的

一个, 设为 b_{0s} , 其对应的非基变量对应向量 $P'_s = (b_{1s}, b_{2s}, b_{3s}, \dots, b_{ms})^T$, 用 P'_s 中非零的各分量 b_{is} 分别去除对应的 b_{i0} , 取相除结果中最小者, 设为 b_{r0}/b_{rs} , 则称 b_{rs} 为轴心项, 并在单纯形表中将其标记为 **【 b_{rs} 】**; 第二步, 在基 B 中, 调进 P_s , 换出 P_r , 得到新基 B_1 ; 第三步, 对基 B 的单纯形表, 进行适当的行初等变换, 使得向量 P'_s 变为单位向量 $[b_{rs}=1, \text{其余分量 } b_{is}=0, (0 \leq i \neq r \leq m)]$. 在进行行初等变换中, $b_{10}, b_{20}, b_{30}, \dots, b_{m0}$ 以及 b_{00} 的值也跟着改变, 得到新基 B_1 的单纯形表。

对新的单纯形表, 再次根据检验数进行判断, 若得到最优解, 则终止。否则继续进行换基迭代, 并再次执行判断, 直到得到最优解。

下面讲述一个具体算例, 以助于对上述过程的理解。

目标函数: $\min z = -2x_1 - 3x_2$

约束条件: $x_1 + 2x_2 \leq 8$

$4x_1 \leq 16$

$4x_2 \leq 12$

x_1, x_2 分别大于零

解: 先将不等式化为等式, 设 x_3, x_4, x_5 分别不小于零, 则上述三个不等式可化为如下标准的约束条件。

$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$

$4x_1 + x_4 = 16$

$4x_2 + x_5 = 12$

① 采用单纯形法, 建立初始单纯形表 (表 1-1)。

表 1-1 初始单纯形表

0			-2	-3	0	0	0	0	0	0		-2	-3	0	0	0	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_{r0}/b_{rs}	C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_{r0}/b_{rs}
0	x_3	8	1	2	1	0	0	4	0	x_5	12	0	【4】	0	0	1	3
0	x_4	16	4	0	0	1	0	—	检验数			2	3	0	0	0	

注意: 在矩阵表达式中, 检验数在最上面一行, 此处为了书写方便, 检验数放在最下面一行, 表 1-1 第一行为对应未知数在目标函数中的系数。

② 对上述做标志的一列进行变换, 使它成为基向量, 变换情况如下: 系数矩阵第四行除以 4, 第一行加上第四行的 -2 倍, 得表 1-2。

表 1-2 线性变换系数表

-9			-2	-3	0	0	0	0	-9		-2	-3	0	0	0	0	
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_{r0}/b_{rs}	C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_{r0}/b_{rs}
0	x_3	2	【1】	0	1	0	-1/2	2	3	x_2	3	0	1	0	0	1/4	—
0	x_4	16	4	0	0	1	0	4	检验数			2	0	0	0	-3/4	

x_1 对应检验数仍为大于零的数, 因此以它为换入变量, 通过变换使其成为基变量。

③ 系数矩阵第二行 + 第一行 $\times (-4)$, 得表 1-3。

④ 将第二行系数矩阵除以 2, 系数矩阵第一行 + 第二行 $\times 0.5$, 系数矩阵第三行 + 第二行 $\times 0.25$ 将 x_5 变为基变量, 得表 1-4。

表 1-3 线性变换系数表

-13									-13								
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_{r0}/b_{rs}	C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_{r0}/b_{rs}
2	x_1	2	1	0	1	0	-1/2	—	3	x_2	3	0	1	0	0	1/4	12
0	x_4	8	0	0	-4	1	【2】	4	检验数			0	0	0	0	1/4	

表 1-4 线性变换系数表

-14									-14								
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_{r0}/b_{rs}	C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_{r0}/b_{rs}
2	x_1	4	1	0	0	1/4	0		3	x_2	2	0	1	1/2	-1/8	0	
0	x_5	4	0	0	-2	1/2	1		检验数			0	0	-1.5	-1/8	0	

所有检验数都小于零，满足了判断要求，因此最小值为 -14，此时 $x_1 = 4$ ， $x_2 = 2$ ， $x_3 = x_4 = 0$ ， $x_5 = 0$ 。

通过例题求解，大家已经对其基本求解有了初步印象。本例题特殊之处是一开始便可以轻易地看出哪几个是基变量，其根本原因是通过增加变量使得不等式变为等式，从而造就了特殊列向量，只有一个为 1，其他为 0，于是轻易找出 3 个作为单位向量。

事实上在更多情况下，不能轻易看出基变量，此时可以通过两个方法解决：①增加附加变量，人为造就单位列向量，但是此时注意，人为造就的要注意增加向量的求值，如果是等式中人为增加，必须最终求解结果其值为零，否则无解；②通过矩阵变换，行间加减，找出基变量，此种情况在本书第四章运输优化中会出现。

随着计算机技术的出现，线性规划的计算机求解程序大量出现，最常用的是 Excel，简单方便、快捷，这部分内容将在第二章中进行介绍，并在第四章中进行实际运用。

第二节 解释结构模型和层次分析法

一、层次分析法的基本概念

AHP (Analytical Hierarchy Process) 是层次分析法的简称，它是 20 世纪 70 年代初由美国运筹学家、匹兹堡大学教授萨坦 (T. L. Saaty) 在米勒 (Miller) 层次分析过程 (MHP) 的基础上提出来的。这是一种简明实用的定性与定量相结合的多目标决策分析方法。特别是将决策者的经验给予量化，这对系统目标结构复杂，且缺乏必要数据的情况更为实用。层次分析法解决问题的基本思路是，把系统各因素之间的隶属关系由高到低排成若干层次，并建立不同层次元素之间的相互关系，根据对一定客观现实的判断，利用数学方法，确定每一层次全部元素相对重要性次序的权值，通过排序结果，对问题进行分析和决策。

层次分析法具体应用在经济管理和规划，能源、资源、交通运输的开发利用和政策分析；人才预测、规划和评选；资源分配、方案评选和计划等领域和方面。

层次分析法也是一种决策模型，内容丰富，使用经常，读者可以将其与其他决策模型比较，进一步丰富决策理论，并应用到实际中去。

二、层次分析法的主要步骤

应用层次分析法主要有四个步骤：第一步，对构成决策问题的各种要素建立多层次递接结构模型；第二步，对同一层次的要素以上一级的要素为准则进行两两比较，并根据评定尺度确定其相对重要程度，最后据此建立判断矩阵；第三步，通过一定的计算，确定各要素的相对重要度；第四步，通过综合重要度的计算，对所有的替代方案进行优先排序，从而最终为决策人选择最优方案提供科学的决策依据。

三、层次分析法的原理

1. 递阶层次结构原理

递阶层次结构是关于系统结构的抽象概念。它赋予如下假设：系统中所有元素可划分成若干层（组），其中任一层中的元素只对另外特定层中的元素发生影响，同时也只受到另外一层中元素的影响，同一层内部之间的元素彼此之间独立。

根据对问题的初步分析，将其所包含的因素分层，按最高层、若干中间层和最低层的形式排列：最高层表示解决问题的目的，即所要达到的目标，称为目标层；中间层表示衡量目标是否能够实现的标准，称为准则层；最低层表示解决问题的方案、方法、手段等，称为措施层。将各因素分层后，按照目标到措施自上而下地将各因素之间的直接影响关系排列于不同层次，并构成一张层次结构图。

应用层次分析法分析的系统，其递阶结构有三种类型：①完全相关型结构，其特点是上一个层次每一个要素与下一个层次的所有要素完全相关；②完全独立型结构，其特点是上一层要素都有各自独立的、完全不同的下一分层的要素；③混合结构，是介于上述两者之间的一种情况，是一种非完全相关又非完全独立的递阶层次结构。

为了能够建立科学反映实际情况的层次结构图，经常会采用解释结构模型知识，其主要内容介绍如下。

(1) 解释结构模型的基本概念

在决策过程中，建立模型是非常重要的。因为模型可以认为是实际系统的代替物，通过模型可以对系统进行了解、观察、计量、变换及试验，研究其中的重要因素及其相互关系，从而做出正确决策。ISM (Interpretative Structural Modeling) 是解释结构模型的简称，它是美国 J. 华费尔特教授 1973 年为分析复杂的社会经济系统的有关问题而开发的，其特点是把复杂的系统分解为若干子系统或要素，利用人们的实践经验，运用数学方法处理系统要素之间的逻辑关系，最终构造成一个多级递阶的结构模型，使系统内部各要素之间的地位和关系一目了然。

(2) 解释结构模型法的主要步骤

运用 ISM 方法分析各种问题，一般要按以下六个步骤进行。

第一步，组织 ISM 实施小组。小组成员一般以 10 人左右为宜，对所要解决的问题比较了解，能发表各自较为成熟的看法。

第二步，设定问题。由于小组成员观点不尽相同，对问题的设定必须取得较为一致的意见，方能较好地发挥小组的整体功能。

第三步，选择构成系统的要素。小组成员首先各自独立地把各自的看法表示出来，小组召集人进行汇总，形成一个较为合理的系统要素表。

第四步，根据系统要素表做方格图，判断要素两两之间的因果关系，据此建立邻接矩阵，在邻接矩阵上加一单位矩阵，得到可达矩阵。

第五步，将可达矩阵按行列变换后得到缩减可达矩阵，据此画出问题的结构模型。

第六步，根据结构模型，用相应的因素名称代入，得到所需要的解释结构模型。

(3) 解释结构模型的原理

① 邻接矩阵和可达矩阵 对于有 n 个要素的系统 $(P_1, P_2, P_3, \dots, P_n)$ ，定义邻接矩阵 A 为： $A = [a_{ij}]$ 。

当 P_i 对 P_j 有影响时（线段从 P_i 指向 P_j ）， $a_{ij} = 1$ ，否则为 0。

邻接矩阵有下列特性：全零的行所对应的点为汇点（无线段离开该点），即系统的输出要素；全零的列所对应的点为源点（无线段进入该点），即系统的输入要素；对应于每点的行中，1 的数目就是离开该点的线段数量；对应于每点的列中，1 的数目就是进入该点的线

段数量。

邻接矩阵表示了系统各要素间的直接关系。若该矩阵中第 i 行第 j 列的元素为 1，则表明从 P_i 可以到达 P_j 。在邻接矩阵上加一单位矩阵，即为可达矩阵，它表明了各点间经长度不大于 $n-1$ 的通路的可达情况。

② 从可达矩阵到结构模型 首先，要对可达矩阵进行级划分。级划分的目的是将系统中各要素分为不同级。对每个要素 P_i ，将它的可达要素组成的集合定义为 P_i 的可达集 $R(P_i)$ 。它由可达矩阵中对应于 P_i 的行中所有元素为 1 的列所对应的要素组成。类似地将到达 P_i 的要素所组成的集合定义为 P_i 的前因集 $A(P_i)$ 。它是由 P_i 列中所有元素为 1 的行所对应的要素组成。一个多级结构的最高级要素，没有再高级的要素可以到达。所有它的可达集 $R(P_i)$ 中只能包括它本身和它同级的强连接要素。它的前因集 $A(P_i)$ 包括 P_i 本身，可以到达它的下级要素，以及最高级中包括 P_i 的强连接要素。

利用级划分将所有单位按级划分，将可达矩阵排列成下三角矩阵。找出最大回路集，每一回路集中选一代表要素，去掉其余要素，得到缩减可达矩阵。据此可以较容易地画出结构模型和解释结构模型。

2. 两两比较的标度和判断原理

上述层次化递阶结构的中心问题是：如何对递阶结构中的任一元素的影响进行测度，每一个元素对总目标的影响有多大。判断是量化的前提，标度是量化的基础。

(1) 判断——两两比较方法

从最下层要素开始，依次以上一层某要素 A_k 作为判断准则，对下一层要素两两比较，建立判断矩阵。记判断矩阵为 $B=(b_{ij})$ ，其形式如下。

A_k	B_1	B_2	...	B_i	...	B_n
B_1	b_{11}	b_{12}	...	b_{1j}	...	b_{1n}
B_2	b_{21}	b_{22}	...	b_{2j}	...	b_{2n}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
B_i	b_{i1}	b_{i2}	...	b_{ij}	...	b_{in}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
B_n	b_{n1}	b_{n2}	...	b_{nj}	...	b_{nn}

判断矩阵 B 中的元素 b_{ij} 表示以 A_k 为判断准则，要素 B_i 对要素 B_j 的相对重要度，即

$$b_{ij} = \frac{W_i}{W_j}$$

式中， W_i 、 W_j 分别表示要素 B_i 、 B_j 的重要性量度值。为了便于定量化描述，因此采用两两比较方法。

(2) 标度——两两比较的赋值

当需要决策的对象不能直接量化时，层次分析法提供了将抽象的逻辑思维判断转化为定量分析的方法，用 1 到 9 作为比率标度。即元素 b_{ij} 通常可取值 1、3、5、7、9 及它们的倒数。其含义见表 1-5。

表 1-5 标度含义

标度 a_{ij}	定 义	标度 a_{ij}	定 义
1	i 因素与 j 因素相同重要	9	i 因素比 j 因素绝对重要
3	i 因素比 j 因素略重要	2, 4, 6, 8	为以上两判断之间的中间状态对应的标度值
5	i 因素比 j 因素较重要	倒数	若 j 因素与 i 因素比较，得到的判断值为 $a_{ji} = 1/a_{ij}$
7	i 因素比 j 因素非常重要		

3. 层次排序原理

包括层次单排序和层次总排序，层次单排序表示某一层各元素对相邻上一层各元素所产生影响效能的排序；层次总排序表示最低层次上的各元素对总目标的影响程度的排序。同时要做相容性检验。

4. 层次单排序

通常采用一种近似计算方法——方根法，计算分三步。

采用方根法进行求解，求出最大特征根和对应特征值，其具体步骤如下。

① 计算 A 中每行元素 a_{ij} 的几何平均数 β_i

$$\beta_i = n\sqrt[n]{M_i}$$

$$M_i = \prod_{j=1}^n a_{ij} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n)$$

② 对向量 $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3 \dots)^T$ 做归一化处理，即令

$$W_i = \frac{\beta_i}{\sum_{i=1}^n \beta_i}$$

此向量 $W = (W_1, W_2, \dots, W_n)^T$ ，即为所求的特征向量。

5. 相容性检验

对所依据的判断矩阵要进行相容性检验。误差如在允许范围内，则排序在技术上有效，否则意味着其中存在互相矛盾的元素，需要重新调整判断矩阵。

根据矩阵的性质，完全相容性的矩阵具有唯一非零的最大特征值 λ_{\max} 。一般情况下，构造的判断矩阵基本满意时， λ_{\max} 稍大于 n ， λ_{\max} 是判断相容性的测度。

相容性指标
$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

$CR = CI/RI \leq 0.1$ ，符合一致性；如果得出 $CR > 0.1$ ，则不符合一致性检验指标，说明判断矩阵判断结果有误，或者表明层次分析法在此不适用。 RI 与维数的关系见表 1-6。

表 1-6 RI 与维数的关系

阶数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RI	0	0	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45

6. 层次总排序

层次总排序是层次分析法的最终目的，是在层次单排序的基础上进行的。计算中利用同一层次中所有元素单排序的结果，就可计算针对上一层而言，本层次所有元素重要性的权值，依此下去，就可得到层次总排序的结果。最优方案为权值最大的方案。

四、举例

例题：本问题的简化目标层次系统用图 1-1 表示，其各层次的判断矩阵已通过专家调查

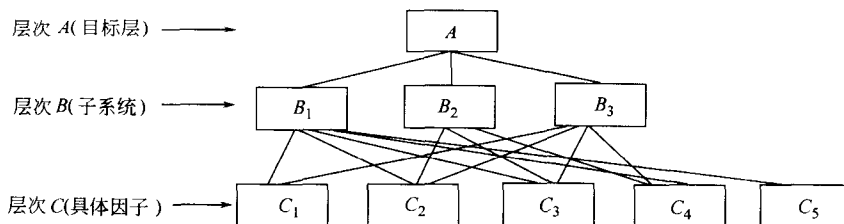


图 1-1 系统的层次结构模型

得到，试进行层次总排序和一致性检验。

已知层次之间 A—B、B₁—C、B₂—C、B₃—C 的判断矩阵如下。

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 A & B_1 & B_2 & B_3 \\
 B_1 & \begin{bmatrix} 1 & 11/5 & 1/3 \end{bmatrix} \\
 B_2 & \begin{bmatrix} 5 & 1 & 3 \end{bmatrix} \\
 B_3 & \begin{bmatrix} 3 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}
 \end{array} &
 \begin{array}{ccccc}
 B_1 & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \\
 C_1 & \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 4 & 7 \end{bmatrix} \\
 C_2 & \begin{bmatrix} 1/3 & 1 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix} \\
 C_3 & \begin{bmatrix} 1/5 & 1/3 & 1 & 1/2 & 2 \end{bmatrix} \\
 C_4 & \begin{bmatrix} 1/4 & 1/2 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \\
 C_5 & \begin{bmatrix} 1/7 & 1/5 & 1/2 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}
 \end{array} \\
 \\
 \begin{array}{ccccc}
 B_2 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \\
 C_2 & \begin{bmatrix} 1 & 1/7 & 1/3 & 1/5 \end{bmatrix} \\
 C_3 & \begin{bmatrix} 7 & 1 & 5 & 3 \end{bmatrix} \\
 C_4 & \begin{bmatrix} 3 & 1/5 & 1 & 1/3 \end{bmatrix} \\
 C_5 & \begin{bmatrix} 5 & 1/3 & 3 & 1 \end{bmatrix}
 \end{array} &
 \begin{array}{ccccc}
 B_3 & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\
 C_1 & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 \end{bmatrix} \\
 C_2 & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 \end{bmatrix} \\
 C_3 & \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\
 C_4 & \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & 1 & 1 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \end{array}$$

解：首先计算相应判断矩阵的权重向量、最大特征值，即进行层次单排序和一致性检验。

判断矩阵 A—B: $W_{11} = [0.105, 0.637, 0.258]$, $\lambda_{\max} = 3.038$, $CI_{11} = 0.019$, $RI_{11} = 0.58$, $CR_{11} = 0.033 < 0.1$, 符合相容性检验。

判断矩阵 B₁—C: $W_{21} = [0.491, 0.232, 0.092, 0.138, 0.046]$, $\lambda_{\max} = 5.126$, $CI_{11} = 0.032$, $RI_{11} = 1.12$, $CR_{21} = 0.028 < 0.1$, 符合相容性检验。

判断矩阵 B₂—C: $W_{21} = [0.053, 0.564, 0.118, 0.263]$, $\lambda_{\max} = 4.117$, $CI_{11} = 0.039$, $RI_{11} = 0.90$, $CR_{22} = 0.043 < 0.1$, 符合相容性检验。

判断矩阵 B₃—C: $W_{21} = [0.406, 0.406, 0.094, 0.094]$, $\lambda_{\max} = 4.0$, $CI_{11} = 0.0$, $RI_{11} = 0.90$, $CR_{22} = 0.0 < 0.1$, 符合相容性检验。

然后计算具体因子层对总目标层的总排序，计算结果见表 1-7。

表 1-7 C 层各因子对总目标的总排序计算结果

C 层	B ₁	B ₂	B ₃	层次 C 对总目标 A 的总排序
		0.105	0.637	
C ₁	0.491	0.00	0.406	0.157
C ₂	0.232	0.055	0.406	0.164
C ₃	0.092	0.564	0.094	0.393
C ₄	0.138	0.118	0.094	0.113
C ₅	0.046	0.263	0.000	0.172

C₁ 对总目标的排序值（权值）计算过程为：

$$0.105 \times 0.491 + 0.637 \times 0.00 + 0.258 \times 0.406 = 0.157$$

C₂ 对总目标 4 的排序值（权值）计算过程为：

$$0.105 \times 0.232 + 0.637 \times 0.055 + 0.258 \times 0.406 = 0.164$$

其他计算过程省略，按照权重，方案依次选择 C₃、C₅、C₂、C₁、C₄，方案 C₃ 最优。

第三节 模糊数学知识

模糊综合评价模型的基础是模糊集合的理论和运算方法，核心是模糊变换。环境质量具有多种属性，例如水环境质量状况是由其中多种物质含量状况决定的。因此，在对环境质量