名师优秀论文集

第六卷

主编　刘九权

名师优秀论文集

（第六卷）

主　　编　刘九权

副 主 编　招培辉　柯焕德

编　　委　麦卫国　李国金　曹华燕

罗信熙　韦绍盟　苏　科

柯秋兴

广东旅游出版社

责任编辑：徐原原
封面设计：卢仲坚

名师优秀论文集(第六卷)

刘九权　主编

广东旅游出版社出版发行
(广州市中山一路30号之一　邮编510600)
新华书店经销
茂名永达印刷有限公司印刷
850×1168毫米　32开　64.375印张　1600千字
2002年7月第1版　2002年7月第1次印刷
*
ISBN7-80521-931-1/G·100
全8册定价：138.00元

目　　录

立体几何中最值的求法

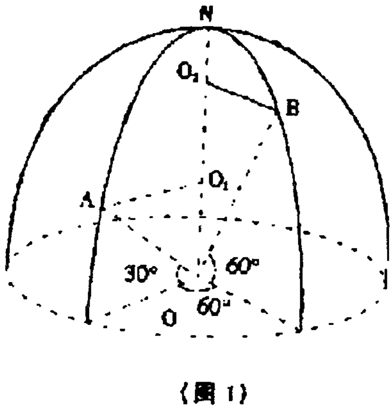
化州市官桥中学　黄　岐

中学数学的教学目的在于培养学生的“四大能力”(运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力、应用知识分析问题和解决问题能力),其中最高的层次是综合应用数学知识解决实际问题的能力。立体几何中的最值问题既涉及空间概念的理解、空间图形的识别,又涉及平几、立几、解几、代数、三角等方面的内容,题目综合性强,方法灵活多变。因此,在课内、外适当引入此类问题,既能提高学生综合运用知识解决实际问题的能力,又能有效地培养学生的创造性思维。本文拟从七个方面谈谈立几最值的求法

一、利用定义求最值

立几中个别距离,有时可应用定义求其最值。例如异面直线间的距离,球面距离等可根据它们的定义值进行计算最值。

例 1、设地球半径为 R,城 A 位于东经 28°、北纬 30°,另一城市 B 位于东经 88°,北纬 60°,求城市 A 与城市 B 之间的最短距离。



(图 1)

解：A、B 两城市之间的最短距离就是 A、B 两城市之间的球面距离。如图 1 所示，设球心为 O，A、B 城所在纬线圈中心分别为 O_1，O_2，则二面角 $A-ON-B=88^\circ-28^\circ=60^\circ$，$AO_1\perp ON$，$BO_2\perp ON$，

$AO_1=R\cos30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}R$，$BO_2=R\cos60^\circ=\frac{1}{2}R$，

$$O_1O_2=OO_2-OO_1=R\sin 6o^\circ-R\sin30^\circ=\frac{\sqrt{3}-1}{2}R$$

由异面直线上两点间的距离公式，得

$$AB=\sqrt{AO_1^2+BO_2^2+O_1O_2^2-2AO_1\cdot BO_2\cdot\cos60^\circ}=\frac{\sqrt{8-3\sqrt{3}}}{2}R$$

$$\therefore\angle ABO=\arccos\frac{\sqrt{2R^2-AB^2}}{2R^2}=\arccos\frac{3\sqrt{3}}{8}$$

故 A、B 两城市间的最短距离为 $R\cdot\arccos\frac{3\sqrt{3}}{8}$。

二、利用展开图求最值

求几何体表面上两点间的最短距离，一般可将几何体表面沿某一直线展开，转化为求平面上两点间的最短距离。

例 2、圆柱的高为 6 厘米，底面半径为 3 厘米，在上、下底面的圆内各有半径 OA、O_1A_1，它们互相垂直，求从 A_1 沿圆柱侧面到 A 的最短距离。（如图 2－1）

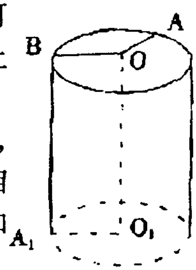


图 2－1

解：如图 2－1，过 OO_1、A_1O_1 作轴截面，则 $O_1A_1 // OB$，沿 A_1B 将圆柱侧面展开（如图 2－2 所示），得矩形 $A_1A_1'B'B$

$\because OB\perp OA$

$\therefore AB=\frac{1}{4}\times$底面周长

$=\frac{1}{4}\times2\pi\times3=\frac{3}{2}\pi$

$$\therefore A_1A = \sqrt{A_1B^2 + AB^2}$$

$$= \sqrt{6^2 + (\frac{3\pi}{2})^2}$$

$$= \frac{3}{2}\sqrt{16+\pi^2}(\text{厘米})$$

所以从 A_1 沿圆柱侧面到 A 的最短距离为$\frac{3}{2}\sqrt{16+\pi^2}$(厘米)。

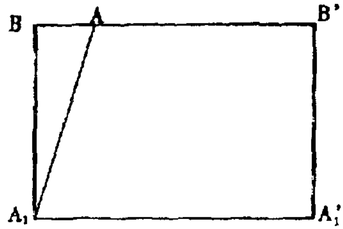


图 2-2

例 3、正三棱锥 A-BCD 的底面边长为 a,体积为$\frac{\sqrt{11}}{12}a^3$,过顶点 B 作与侧棱 AD、AC 都相交的截面 BEF,求此截面周长的最小值。(如图 3-1)。

解:设 A 在底面的射影为 O,AO = h,由$\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}a^2h = \frac{\sqrt{11}}{12}a^3$,得 $h = \frac{\sqrt{33}}{3}a$,又 $BD = \frac{\sqrt{3}}{3}a$,故 $AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = 2a$ 沿 AB 将侧面展开(如图 3-2),则线段 BB_1 之长为△BEF 周长之最小值。设∠BAD = a,则

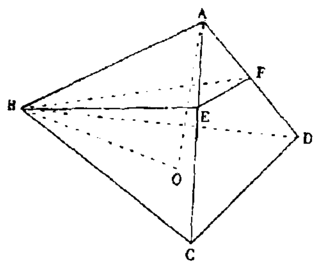


图 3-1

$$\cos a = \frac{(2a)^2 + (2a)^2 - a^2}{2\cdot 2a\cdot 2a} = \frac{7}{8}$$

$$\cos = 4\cos^3 a - 3\cos a = \frac{7}{128}$$

$$\therefore BB_1 = \sqrt{(2a)^2 + (2a)^2 - 2\cdot 2a\cdot 2a\cdot\frac{7}{128}} = \frac{11}{4}a$$

故△BEF 周长最小值为$\frac{11}{4}a$。

三、构造二次函数求最值

根据图形特征,选用适当的变化线段长作为自变量 x,构造一

个二次函数，把立几的最值问题转化为二次函数的最值。

例4、等边圆锥底面半径为R，AC为轴截面SAB的底角A的平分线，BD为底面上一条弦，且$\angle ABD=30°$，求AC与BD之间的距离。

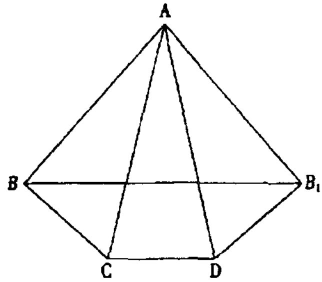


图3－2

解：在AC上任取一点M，在平面SAB上作$MN\perp AB$，则$MN\perp BD$，在底面上过N作$NK\perp BD$于K，连结MK，则$MK\perp BD$，设$MN=x\in(0,\frac{\sqrt{3}}{2}R)$，则$AN=x\cdot ctg30°=\sqrt{3}x$　　$\therefore NB=2R-\sqrt{3}x$

在$Rt\triangle BNK$中，$\angle ABK=30°$

$\therefore NK=NB\cdot \sin30°=(2R-\sqrt{3}x)\times\frac{1}{2}=R-\frac{\sqrt{3}}{2}x$

$\therefore MK^2=MN^2+NK^2=x^2+(R-\frac{\sqrt{3}}{2}x)^2=\frac{7}{4}(x-\frac{2\sqrt{3}}{7}R)^2+\frac{4R^2}{7}$

当$x=\frac{2\sqrt{3}}{7}R\in(0,\frac{\sqrt{3}}{2}R)$时，$MK^2$有最小值$\frac{4R^2}{7}$，此时$MK=\frac{2\sqrt{7}}{7}R$，

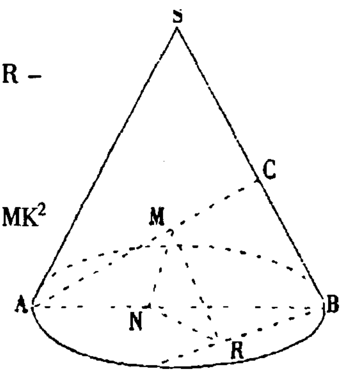


图4

故AC与BD间的距离为$\frac{2\sqrt{7}}{7}R$。

四、构造三角形函数最值

根据图形特征，选用适当的变角作为自变量，构造一个三角函

数，再利用三角函数的单调性或正、余弦函数的有界性等求最值。

例 5：已知圆柱的轴截面的对角线 AC 的长为 a(定值)，求圆柱侧面积的最大值。

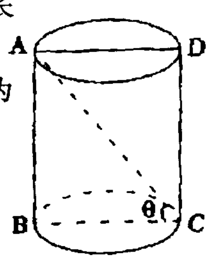


图 5

解：设对角线与底面所成的角即∠ACB 为 $\theta[\theta\in(0,\frac{\pi}{2}]$，则 $AB = a\cdot\sin\theta, BC = a\cdot\cos\theta$

$\therefore S$ 圆柱侧 $= 2\pi R\cdot AB$

$= \pi\cdot BC\cdot AB = \pi\cdot a^2\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta$

$= \frac{\pi}{2}a^2\sin2\theta\leqslant\frac{\pi}{2}a^2$

当且仅当 $\sin2\theta = 1$ 时，上式取等号即 $2\theta = \frac{\pi}{2}$。

$\theta = \frac{\pi}{4}\in(0,\frac{\pi}{2}$ 时，圆柱侧面积为最大，最大值为 $\frac{\pi}{2}a^2$。

五、利用基本不等式求最值

利用基本不等式求最值时，要注意使用不等式的条件，并注意取等号时的自变量 x 是否存在等。

例 6、已知圆锥外切于半径为 1 的球，求当圆锥体积最小时它的表面积。

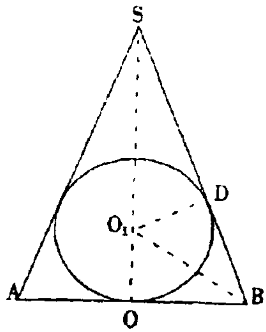


图 6

解：如图 6 所示，设 $\angle SBO = 2\theta(0 < 2\theta < \frac{\pi}{2})$，则 $\angle O_1BO = \theta(0 < \theta < \frac{\pi}{4})$，$BO = 1\cdot ctg\theta = ctg\theta, SO = BO\cdot tg2\theta = ctg\theta\cdot tg2\theta$

$\therefore V = \frac{1}{3}\pi\cdot BO^2\cdot SO = \frac{\pi}{3}ctg^2\theta\cdot ctg\theta\cdot tg2\theta = \frac{\pi}{3}\cdot\frac{2}{tg^2\theta(1-tg^2\theta)}$

$\because tg^2\theta(1-tg^2\theta)\leqslant[\frac{tg^2\theta+1-tg^2\theta}{2}] = \frac{1}{4}$，当 $tg^2\theta = 1-tg^2\theta$ 时等号成立。

$\therefore tg\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$时，$V_{最}$小$=\frac{8}{3}\pi$

此时，$BO=\sqrt{2}$，$SO=4$。$\therefore SB=\sqrt{BO^2+SO^2}=3\sqrt{2}$。

$\therefore S_{全}=S_{侧}+S_{底}=\pi\cdot BO\cdot SB+\pi\cdot BO^2=8\pi$。

六、利用根的判别式求最值

利用二次方程的根的判别式求立几的最值时，要注意达到最值时的自变量 x 必须在其允许值范围内。

例 7、在半径为 1 的球的所有内接圆锥中，求出底面半径与高之和为最大的圆锥。

解：设内接圆锥的底面直径为 $2x(0<x\leq1)$，则它的高为 $1+\sqrt{1-x^2}$。于是，，内按圆锥的底面直径与高之和为 $f(x)=2x+1+\sqrt{1-x^2}(0<x\leq1)$，令 $y=2x\sqrt{1-x^2}$，则 $y-2x=\sqrt{1-x^2}$，两边平方，整理得：$5x^2-4yx+y^2-1=0$…………①要使关于 x 的方程①有实数解，必须$\triangle=16y^2-20(y^2-1)=4(5-y^2)\geq0$

$\therefore -\sqrt{5}\leq y\leq\sqrt{5}$　将 $y=\sqrt{5}$代入方程①，得 $x=\frac{2}{5}\in(0,1)$

$\therefore y_{最}$大$=\sqrt{5}$　　从而 $f(x)_{最}$大$=1+\sqrt{5}$。

故所求圆锥的底面直径为$\frac{4\sqrt{5}}{5}$，高为 $1+\frac{\sqrt{5}}{5}$。

七、借助解析法求最值

借助解析法求立几的最值，其一般步骤是先运用立几的知识将立几的最值问题转化为平几的最值问题，再借助解几何平几的问题转化为代数的问题，然后通过代数的计算得出某种代数结论，最后反演回去得到立几问题的结论。知识综合，方法灵活是此法的最大特点。

例 8、在边长为 1 的正主体 AC_1 中，P 是 A_1B_1 边上的一个动点，分别过 P、A、D_1 与 P、B、C_1 作截面，这两个截面与对角面 ABC_1D_1 所成二面角的大小分别为 α、β，求 α + β 的最值。

解：如图 7－1，作对角面 A_1B_1CD 交 AD_1、BC_1 于 F、E，由三垂线定理可得∠PFE 为截面 PAD_1 与平面 ABC_1D_1 所成二面角的平面角，∠PEF 为截面 PBC_1 与平面 ABC_1D_1 所成二面角的平面角。

$\therefore \alpha+\beta=\angle PFE+\angle PEF=\pi-\angle FPE$。因此问题等价于在矩形 A_1B_1CD 中，当 P 在 A_1B_1 上移动时，求∠FPE 的最大值与最小值。

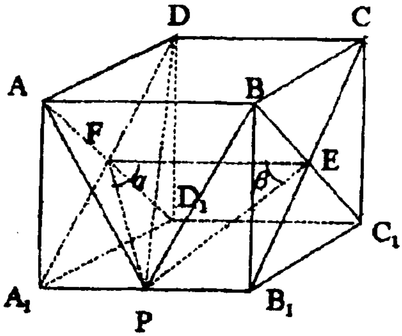


图 7－1

再如图 7－2 所示，借助于解几可得，$tg<FPE=\frac{k_{PF}-k_{PE}}{1+k_{PF}\cdot k_{PE}}$

$$=\frac{\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}-0}{-x}-\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}-0}{1-x}}{1+\left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{-X}\right)\cdot\left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1-x}\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2(x-\frac{1}{2})^2}+\frac{1}{2}(0\leq x\leq 1)。$$

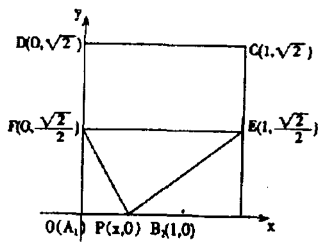


图 7－2

由代数可知，当 $x=\frac{1}{2}$ 时，tg∠FPE 取最大值 $2\sqrt{2}$，此时∠FPE 取最大值 $arctg2\sqrt{2}$，则 $\alpha+\beta$ 的最小值为 $\pi-arctg2\sqrt{2}$；当 x＝0 或 1 时，tg∠FPE 取最小值$\sqrt{2}$，此时∠FPE 取最小值 $arctg\sqrt{2}$，则 $\alpha+\beta$ 的最大值为 $\pi-arctg\sqrt{2}$。

中学班主任工作浅谈

化州市中垌中学　黄　福

班集体是学校进行正常教育教学的基本单位。学生要全面发展,健康成长,班主任的影响是举足轻重的,二十多年的班主任工作和实践使我深深体会到:班主任工作是一项非常繁琐复杂的教学管理工作。在纷繁的工作中,如何把班级管理好呢?我结合班级的实际,着重注意以下几点,收到了较理想的效果 。

一、注重对幸福观的教育

当前,随着改革开放的逐步深入,在市场经济大潮的冲击下,人们重视金钱的观念越来越重,物质生活的享受越来越讲究。中学生接触事物较敏感,通过阅读书报杂志、看影视、收听广播……获得了大量的信息,在受到良好的教育的同时,也受到社会不良现象的影响。我曾教过一个这样的学生小李,他父亲是一位远近有名的包工头,夫妻远离家乡,到广州、深圳、珠海……承包工程,对小李的教育不算不重视,但方法不对。小李的父亲为他在街上包上一套出租房,装上电话,配上 BP 机和高级组合音响,其余就放手不管了。由于小李有优越的生活条件,平时总是谈论音响的档次,西服的质地,摩托车的牌子,入专业性歌舞厅的刺激。谁给他做一次作业就给谁“三个 5”(香烟),因为他摆成十足的大款,吸引着一群男女同学绕着身边转,有钱就幸福、读书无用的念头十分浓厚,有些同学被他牵着鼻子走,随便迟到、旷课。

我针对这种情况,召开了一个“有钱就幸福吗”的主题班会。

会上，讲了大量的无钱幸福和有钱不幸福的事实。如马克思没有钱，有时甚至身无分文，但是他为了人类的幸福而工作，因此是幸福的。我国革命战争时期，不少革命青年，宁愿放弃城市的优越舒适的生活，到抗日前线，到最艰苦的地方。一大批科学家放弃外国的高薪聘请，回国艰苦创业，物质生活条件水平降低了，工作环境差了，但是他却深感幸福。好干部孔繁森二次进西藏，不论工作或生活都艰苦了，但他却深感幸福……同时也讲了大量在金钱腐蚀下犯罪的例子。并引导同学们联系身边的实际例子展开讨论，一系列典型事例使大家深受教育，小李居然舍弃了街上的出租房，搬到学校来食宿，并决心在艰苦生活中磨练自己。他还常常把零用钱省下来，购买学习资料，或周济经济困难的同学，受到老师的赞扬。后来成了班上一名品学兼优的学生。原来跟着他转的同学个个勤奋好学，班上出现了一个可喜的新局面。

二、注重学生思想素质的提高

由于人们生活水平的提高，绝大多数的学生在家里娇生惯养，享受的是特殊的待遇，唯我至上的心理很强，常会因为一些鸡毛蒜皮的小事情而与同学、老师、家长闹意见，甚至给老师取绰号，老师在他们眼中似乎没有什么可尊敬的。直接影响了学校教育教学各项工作，影响了教育教学质量的提高。

班主任应针对这种矛盾，有计划地加强对学生思想素质的教育，绝不能认为他们对自己不尊敬就一味训斥或疏远。应亲近学生，接触学生，了解学生，向他们敞开心扉，诉心曲，和他们交朋友，叙情谊，使他们对老师产生信任，从而敬重老师，把“小皇帝”转化为尊师勤学的“小主人翁”。

三、注重对后进生的转化教育

在教育工作中，鼓励先进重要，但教育后进更重要。往往一两个后进生，就会把一个班集体搞得鸡犬不宁。如何做好后进生的转化，乃是班主任最棘手的问题。对于后进生不能冷眼相看、讽刺

挖苦，而应以师爱师尊去温暖感化他们，并时常注重其身上的闪光点，及时表扬，激发其进取心，这样才能收到好的效果。

点亮了一盏灯，照亮了一大片，其他一些跟后进生寻滋闹事的“朋友”也会随之走上了学习正轨。

四、注重对共青团知识的教育

进行共青团知识教育，是当前对中学生进行思想教育的重要环节。尤其初中学生，已从少年开始步入青年，随着年龄的增长，他们认识到自己已逐渐长大了，共青团对他们吸引力大大超过了先前的“少年先锋队”，他们都希望胸前佩戴闪光的团徽。因此，班主任必须紧扣其心理特点，向其灌输共产主义青年团的知识，使他们在共青团的组织中发挥其应有的作用，从而把班级的思想政治工作做得更好。

五、注重为人师表的作用

革命导师列宁说：“榜样的力量是无穷的。”中小学生是在潜移默化中成长的，他们最爱仿效教师的言行举止。班主任与学生接触频繁，不仅在课堂上要做表率，在平常生活中的言谈举止，梳装打扮，交朋接友等，也要成为学生的榜样，凡要求学生做到的，我首先做到。正因如此，我负责的班级每次都被评为学校的文明班，年终被评为市的文明班。

“言传不如身教”，这是人所共知的。古代教育家孔子曾说过：“其身正，不令而行；其身不正，虽令不从。”班主任的言行举止，对学生具有很强的感染力，对形成良好的班风，具有强大的向心力；班主任的模范行动，会起到“随风潜入夜，润物细无声”的巨大作用。

综上所述，在纷繁的班主任工作中，深入做好这几方面的工作，都可以使学生沿着正确的方向发展，从而树起理想的风帆，驶向理想的知识王国的彼岸。

发挥多媒体作用，促教学质量提高

化州市第三小学　王雄艺

数学，是一门比较抽象的学科。单调的教学方法，单一的教学手段，会使课堂教学变得枯燥无味。如果我们充分灵活地运用多种教学手段，特别是充分运用多媒体进行教学，不仅可以使课堂教学生动有趣，还可以启发学生思维，培养学生的科学思维头脑，从而达到高效率大面积提高教学质量的目的。

一、运用多媒体教学，激发学习兴趣

激发学生学习兴趣，调动其内在的学习动力。长期以来，学校的教学质量是以正规的逻辑思想为基础的。数学教育忽视了数学领域中超越逻辑思想的东西，如直觉、美感或单纯的乐趣，结果学校教学脱离了学生的生活经验和认识水平，儿童看上去缺乏内在的学习动力。尤其是部分学生因不会学习数学而导致害怕甚至厌烦学数学。多媒体的图、文、声并茂，可以直观、生动展现教学内容，在儿童的认识与教学要求之间架起一座桥梁，使他们在愉快地探索知识奥秘过程中感受、体验数学规律，把“厌学”变为“爱学”，更好地完成学习任务。通常人们认为，录音机在数学教学中没有作用，其实不然，收录机的声控效应不仅作用于语言中，它还可增