中国科学院规划教材

中国科学院电子信息与通信系列规划教材

随机信号分析与应用

马文平 李兵兵
田红心 朱晓明 编著

科学出版社
www.sciencep.com

中国科学院电子信息与通信系列规划教材

随机信号分析与应用

马文平　李兵兵
田红心　朱晓明　编著

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书系统地介绍了随机信号、随机信号通过线性时不变系统和随机信号通过非线性系统的基本理论和分析处理方法。全书分为相互联系而又相互独立的五章，主要介绍随机过程的基本概念和一些重要的随机过程，随机信号的谱分析方法，随机信号通过线性系统分析，随机信号通过非线性系统分析，随机信号的变换和滤波。阅读本书要求读者具备一些线性系统理论、傅里叶变换及一般工程等方面的知识。

本书可作为电子工程、通信工程、信息工程和应用数学等专业高年级本科生和研究生的教材，也可供从事电子通信系统的研究、设计、开发和应用的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

随机信号分析与应用/马文平等编著. —北京：科学出版社，2006
(中国科学院电子信息与通信系列规划教材)
ISBN 7-03-017802-5

Ⅰ.随… Ⅱ.马… Ⅲ.随机信号-信号分析-高等学校-教材
Ⅳ.TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 092894 号

责任编辑：匡 敏 余 江 于宏丽 / 责任校对：李奕萱
责任印制：张克忠 / 封面设计：陈 敬

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

铭浩彩色印装有限公司印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2006 年 9 月第 一 版 开本：B5(720×1000)
2006 年 9 月第一次印刷 印张：13 1/4
印数：1—4 000 字数：241 000

定价：18.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换〈环伟〉)

《中国科学院电子信息与通信系列规划教材》
编 委 会

丛 书 序

信息技术的高速发展及广泛应用，使信息技术成为当今国际竞争中最重要的战略技术。信息技术对经济建设、社会变革乃至国家安全、起着关键性的作用，它是经济发展的“倍增器”和社会进步的“催化剂”，是体现综合国力的重要标志。在人类历史上，没有一种技术像信息技术这样引起社会如此广泛、深刻的变革。在20世纪末和21世纪前半叶，信息技术乃是社会发展最重要的技术驱动力，可以说，21世纪人类已经步入了信息时代。信息产业在世界范围内正在由先导产业逐步变为主导产业。从微观上看，表现为单位产品的价格构成中，能源和材料的消耗减少而信息技术和信息服务的比重上升；从宏观上看，表现为国民生产总值(GDP)中信息产业所占的比重增加。一个国家信息产业的发展水平将是衡量该国社会经济总体发展和现代化程度的重要标志之一。

目前，信息科学已成为世界各国最优先发展的科学之一。党的十六大提出了“加速发展信息产业，大力推进信息化，以信息化带动工业化”的发展战略，以及“优先发展信息产业，在经济和社会领域广泛应用信息技术”的基本国策，使我国信息产业得到了前所未有的重视，信息产业呈现出飞速发展的势头。信息产业的发展离不开信息化人才，信息化人才建设将是信息产业可持续发展的关键。然而，有关调查表明，我国国家信息化指数为38.46，而信息化人才资源指数仅为13.43。据权威机构预测，从2005年到2009年，中国信息行业将以18.5%的年复合增长率高速增长，中国信息市场将迎来又一个“黄金年代”。

为了适应新世纪信息学科尤其是电子信息与通信学科的长足发展，在规模上、素质上更好地满足我国信息产业和信息科学技术的发展需要，更好地实现电子信息与通信学科专业人才的培养目标，推进国内信息产业的发展，中国科学院教材建设专家委员会和科学出版社组织电子信息与通信领域的院士、专家、教学指导委员会成员、国家级教学名师及电子信息与通信学科院校的相关领导等组成编委会，共同组织编写这套《中国科学院电子信息与通信系列规划教材》。

本套教材主要面向全国范围内综合性院校电子信息工程、通信工程、信息工程等相关专业的本科生。本套教材的编委会成员具有国内电子信息与通信方面的较高学术水平，他们负责对本套教材的编写大纲及内容进行审定，可使本套教材的质量得以保证。

本套教材主要有以下几方面的特点：

1. 适应多层次的需要。依据最新专业规范，系列教材主要根据教育部最新公布的电子信息与通信学科相关专业的“学科专业规范”和“基础课程教学基本要求”进行教材内容的安排与设置。同时，根据各类型高校学生的实际需要，编写不同层次的教材。

2. 结构体系完备。本套教材覆盖本科、研究生教学层次，各门课程的知识点之间相互衔接，以便完整掌握学科基本概念、基本理论，了解学科整体发展趋势。

3. 作者水平较高。我们将邀请设有电子、通信国家重点学科的院校，以及国家级、省级教学名师或国家级、省级精品课程负责人编写教材。

4. 借鉴国外优秀教材。编委会为每门课程推荐一本国外相关的经典原版教材，作为教师编写的参考书。

5. 理论与实际相结合，加强实践教学。教材编写注重案例和实践环节，着力于学生实际动手能力的培养。

6. 教材形式多样。本套教材除主教材外，还配套有辅导书、教师参考书、多媒体课件、习题库及网络课程等。

根据电子信息与通信学科专业发展的战略要求，我们将对本套系列教材不断更新，以保持教材的先进性和适用性。热忱欢迎全国同行以及关注电子信息与通信领域教育及教材建设的广大有识之士对我们的工作提出宝贵意见和建议。

北京交通大学校长 谈振辉

2005年10月

前　言

本书是编者在多年教学实践积累的基础上编写的。在编写过程中，既考虑了“随机信号分析与应用”本身的体系和基本要求，又考虑了非无线电专业的实际需求，并吸收了国内外有关教材的长处。与国内外目前常用教材相比，本书具有如下特点：

(1) 本书采用连续时间信号分析和离散时间信号分析交叉安排的体系。这样既有助于读者了解两者之间的相同点和不同点，也可适当压缩学时。

(2) 增加了随机信号分析方法在数字通信中的应用的介绍。

(3) 增加了随机信号变换和滤波的内容，对线性均方估计中的正交性原理及其应用作了详细的介绍。

(4) 在内容的取舍上，本书主要讲授随机信号的分析方法和在通信中的应用，对有关方法的直接应用，如白噪声和色噪声的产生等内容，则放在习题中，这样既可保持精炼又可适当压缩学时。

本书共分 5 章，参考学时约为 46 学时，与本书配套有 16 学时的《随机信号分析与应用》实验。第一章介绍随机过程的基本概念及重要的随机过程，特别对平稳随机过程的相关函数、遍历性、通信中常用到的正态随机过程、马尔可夫过程和泊松过程作了全面的论述。第二章介绍随机过程的谱分析方法，分别对连续时间平稳随机过程的功率谱密度函数和离散时间的平稳随机过程的功率谱密度函数进行了详细的介绍，对沟通连续与离散随机信号的抽样定理做了证明，并讨论了带宽受限的连续时间信号与其抽样信号功率谱密度之间的关系。第三章对连续时间和离散时间随机信号通过线性系统的性能进行了分析，对窄带信号及其有关特性进行了详细的论述。第四章主要介绍了随机信号通过非线性系统的分析方法——直接法和特征函数法，对高斯噪声和准正弦振荡信号通过非线性系统的性能进行了详细的分析。第五章对离散时间随机信号的变换和滤波进行了介绍，并对线性均方估计中的正交性原理和维纳-柯尔莫哥洛夫理论及其应用做了详细的论述。

学习本书前，读者需具备微积分、概率论、信号与系统分析基础、电子线路和数字信号处理等基础课程的知识。

本书第一章由李兵兵编写，第二章由朱晓明编写，第三章由田红心编写，第四、

五章由马文平编写。马文平统编全稿。

本书由潘进教授详细审阅，并提出很多宝贵意见。在本书的出版过程中，得到了西安电子科技大学通信工程学院领导的热情支持及学校主管教材工作的领导的热情帮助，在此深表谢意。科学出版社的匡敏和余江两位编辑对本书的出版也做了大量的工作，在此表示感谢。

本书的编写得到西安电子科技大学教材基金资助；本书的部分工作也得到了教育部“新世纪优秀人才支持计划”资助。

由于编者水平有限，本书在内容的选择、体系的安排、文字的叙述上会有疏漏，恳请读者指正。

编　者

2006年6月

目　录

第一章　随机过程

1.1　随机过程的基本概念及统计特性

随机过程是数学的一个重要分支，它产生于20世纪的初期，它研究随“时间”变化的“动态”的随机现象，是对一系列随机事件之间动态关系的定量描述。它是在自然科学、工程科学、社会科学各领域研究随机现象的有力工具。随机过程与概率论的关系类似于物理学中动力学与静力学的关系。它在自然科学、工程技术及社会科学中日益呈现出广泛的应用前景和蓬勃的发展前景，例如，在气象预报、天文观测、通信工程、原子物理、宇航遥控、生物医学、管理科学、运筹决策、计算机科学、经济分析、人口理论、可靠性与质量控制等众多领域都得到了广泛的应用。

在研究随机过程时，人们需要透过表面的偶然性找出必然的内在规律并以概率的形式来描述这些规律。从偶然中寻找必然是这一学科的魅力所在。

1.1.1　随机过程的定义

在概率论中，所研究的随机变量在试验中的结果与每次试验 ξ 有关而与时间 t 无关。在实际中，经常会遇到随机变量在试验中的结果不仅与每次试验 ξ 有关而且与时间 t 有关，例如，无线通信中的接收机的噪声电压就随着时间 t 而随机地变化。这时的随机变量就称为随机过程，可记为 $X(\xi,t)$。更为一般的情况，参量 t 不一定表示时间，而表示其他的参量，如随高度而变化的气温图表中的高度，此时 $X(\xi,t)$ 就被称为随机函数。由于 $X(\xi,t)$ 与 ξ 和 t 相关联，因此可以从不同的角度来描述随机过程。首先从假定 ξ 确定，而 t 变化可给出以下定义。

定义1　设随机试验的样本空间 $S=\{\xi\}$，如果对于每个 ξ，对应有参数 t 的函数 $X(\xi,t)$，$t\in T$，那么，对于所有的 ξ，得到一族 t 的函数 $\{X(\xi,t),t\in T\}$，这个 t 的函数族称为随机过程，简记为 $X(\xi,t)$ 或 $X(t)$。族中每个函数称为该过程的一个样本，它是随机过程的一次试验的物理实现，是一个确知的时间函数。

假定 ξ 确定时，这相当于对随机过程作单次观察，这时得到 $X(\xi,t)$ 的一个随 t 变化的样本函数。

若固定某个观察时刻 t_i，此时 $X(\xi,t_i)$ 是一个取决于 ξ 的随机变量。此时可给出下面的定义。

定义2　若对于每个任意给定的时间 $t_i(i=1,2,\cdots)$，$X(\xi,t_i)$ 都是随机变量，

则称 $X(\xi,t)$ 为随机过程。

这个定义是从多维随机变量的角度来对随机过程进行描述，而多维随机变量的概念是分析随机过程的重要理论基础。

以上两种定义从不同的角度来描述随机过程，但本质是相同的，互为补充。在对随机过程作实际观测时，常用定义 1，随着观测样本次数的增加，所得的样本数目也越多，则越能掌握随机过程的统计规律。在对随机过程作理论分析时，常用定义 2，这样随着采样间隔的减小，所得的维数越大，则越能掌握随机过程的统计规律。

例 1.1 具有随机初相位的正弦波 $X(t)=A\cos(\omega_0 t+\Phi)$，$-\infty<t<\infty$，其中 A 与 ω_0 是正常数，而 Φ 服从在区间 $[0,2\pi]$ 上的均匀分布。判断 $X(t)$ 是否为一随机过程。

解 因为 t 取某一固定值时，$X(t)$ 是随机变量，所以 $\{X(t),-\infty<t<\infty\}$ 是一族随机变量。另一方面，对随机变量 Φ 做一次试验可得到一个试验值 φ，$X(t)=A\cos(\omega_0 t+\varphi)$ 就是一个样本函数。如 $\varphi=0$ 时，$X_1(t)=A\cos(\omega_0 t)$；$\varphi=\frac{2\pi}{3}$ 时，$X_2(t)=A\cos\left(\omega_0 t+\frac{2\pi}{3}\right)$；而 $\varphi=\frac{4\pi}{3}$ 时，$X_3(t)=A\cos\left(\omega_0 t+\frac{4\pi}{3}\right)$ 等（图 1.1）。因而，从两种不同角度来看，$X(t)$ 都是随机过程。

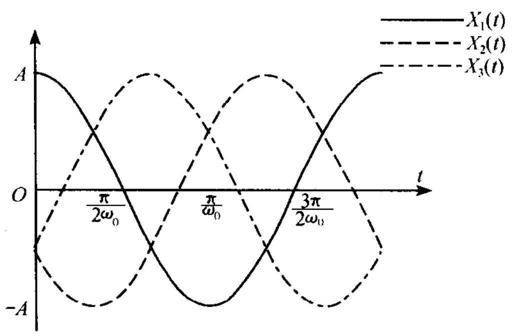

图 1.1

1.1.2 随机过程的分类

对于随机过程按照不同的特性，可以得到不同的分类方法。

当把随机过程 $X(\xi,t)$，$t\in T$ 解释为一个物理系统时，对于固定的 ξ 和 t，$X(\xi,t)$ 为一实数，表示系统在时刻 t 所处的状态。例如，"$X(t)=x$"表示 t 时刻系统位于状态 x，$X(\xi,t)$ 所有可能状态所构成的集合称为状态空间或相空间，记为 E。

1. 根据参数集 T 和状态空间 E 的情况进行分类

T 和 E 都可分为离散集和连续集两种情况，因此随机过程可分成下列四类：

(1) 若 T 和 E 都取连续集时，$X(t)$称为连续型随机过程。例 1.1 给出的随机过程就是连续型随机过程。

(2) 若 T 取连续集而 E 取离散集时，$X(t)$称为离散型随机过程。例如，某电话交换台在时间段$[0,t]$内接到的呼唤次数是与 t 有关的随机变量 X，对固定的 t，X 是一取非负整数值的随机变量，此时的随机过程就是离散型随机过程。这种情况也可通过对连续型随机过程的状态空间 E 进行量化而得到。

(3) 若 T 取离散集而 E 取连续集时，$X(t)$称为连续型随机序列。这种情况可通过对连续型随机过程进行等间隔采样而得到。例如，在 $T=\{\Delta t,2\Delta t,\cdots,n\Delta t,\cdots\}$上观测接收机的噪声电压过程 $V(t)$，可得到一个随机序列$\{v_1,v_2,\cdots,v_n,\cdots\}$，此序列就是一个连续型随机序列。

(4) 若 T 和 E 都取离散集时，$X(t)$称为离散型随机序列，也称为随机数字序列或数字信号。这种情况可通过对连续型随机过程进行等间隔采样和对采样值进行量化而得到。例如，有一生物群体，由于繁殖而产生下一代，令 $X(n)$表示第 n 代生物体个数，$X(n)$可取非负整数值，则序列$\{X(n),n=1,2,\cdots\}$就是一个随机数字序列。

2. 按照随机过程的样本函数的形式进行分类

(1) 若随机过程的任意样本函数的未来值，不能由过去的观测值准确地预测，则称此过程为不确定的随机过程。例如，接收机的噪声电压过程 $V(t)$就是一个不确定的随机过程。

(2) 若随机过程的任意样本函数的未来值，可以由过去的观测值准确地预测，则称此过程为确定的随机过程。例 1.1 给出的随机过程就是一个确定的随机过程。

3. 按照随机过程的概率结构和特性来分类

(1) 按分布函数或概率密度特性，可分为平稳随机过程、马尔可夫过程、正态随机过程、独立增量过程、独立随机过程和瑞利过程等。

(2) 按照遍历性，可分为遍历过程和非遍历过程。

(3) 按照平稳性，可分为平稳过程和非平稳过程。

(4) 按照随机过程的功率谱密度特性，可分为宽带过程和窄带过程、白色或非白色过程。

1.1.3 随机过程的概率分布

在概率论中我们知道，一个随机变量的概率统计特性由它的分布函数决定。随机向量的概率论统计特性由它的联合分布函数决定。按照定义 2，当对随机过程进行采样时，便得到无穷多个随机变量(多维随机变量)，当采样间隔满足一定条

件时，则可用由此而得到的无穷多个随机变量的全部可能的有限维联合分布函数来决定它的概率统计特性。也就是说随机过程可看作为多维随机变量在维数趋于无穷(不可列)情况下的自然推广。

基于以上的理解，我们可以将在概率论里对随机变量的概率统计特性的研究方法推广到随机过程。下面给出描述随机过程统计特性的概率分布函数和概率密度函数。

1. 一维概率分布

由于随机过程 $X(t)$在任一时刻 t_1 的状态 $X(t_1)$是一维随机变量，可按以下定义给出随机过程 $X(t)$的一维概率分布定义。

定义 3　设$\{X(t),t\in T\}$为随机过程，对任意固定的 $t_1\in T$，及实数 $x_1\in R$，称

$$F_X(x_1;t_1)=P\{x(t_1)\leqslant x_1\}$$

为随机过程$\{X(t),t\in T\}$的一维分布函数。

若 $F_X(x_1;t_1)$对 x_1 的一阶偏导数存在，则称

$$f_X(x_1;t_1)=\frac{\partial F_X(x_1;t_1)}{\partial x_1}$$

为随机过程$\{X(t),t\in T\}$的一维概率密度函数。

若 $P\{X(t_1)=x_k\}=p_k,k=1,2,\cdots$，满足条件

$$p_k\geqslant 0\quad 且\quad \sum_{k=1}^{\infty}p_k=1$$

则称 $P\{X(t_1)=x_k\}=p_k$ 为随机过程$\{X(t),t\in T\}$的一维概率分布(分布律)。

由定义 3 可以看出，$F_X(x_1;t_1)$和 $f_X(x_1;t_1)$都是取值 x_1 和时刻 t_1 的函数。对应不同时刻 t_1，通常 $F_X(x_1;t_1)$是不相同的，同样 $f_X(x_1;t_1)$也是不相同的。随机过程的一维分布函数和一维概率密度函数具有一维随机变量的分布函数和概率密度函数的各种性质，不同的是随机过程还是 t_1 的函数。

2. 二维概率分布

定义 4　设$\{X(t),t\in T\}$为随机过程，对任意固定的 $t_1,t_2\in T$，及实数 $x_1,x_2\in R$，称

$$F_X(x_1,x_2;t_1,t_2)=P\{X(t_1)\leqslant x_1,X(t_2)\leqslant x_2\}$$

为随机过程$\{X(t),t\in T\}$的二维分布函数。

若 $F_X(x_1,x_2;t_1,t_2)$对 x_1、x_2 的二阶混合偏导数存在，则称

$$f_X(x_1,x_2;t_1,t_2)=\frac{\partial F_X(x_1,x_2;t_1,t_2)}{\partial x_1\partial x_2}$$

为随机过程$\{X(t),t\in T\}$的二维概率密度函数。

二维概率分布描述了随机过程 $X(t)$ 在任意两时刻的状态之间的联系。通过二维概率密度函数 $f_X(x_1,x_2;t_1,t_2)$ 分别对 x_1、x_2 从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 积分可得到两个一维边沿概率密度函数 $f_X(x_2;t_2)$ 和 $f_X(x_1;t_1)$，因此，二维概率分布包含比一维概率分布更多的信息，对随机过程 $\{X(t),t\in T\}$ 的描述更细致。但是，二维概率分布不能反映两个以上的任意时刻的状态之间的联系，从而也不能完整地描述出随机过程的全部统计特性。为了描述随机过程 $X(t)$ 在任意 n 个时刻 $t_1,t_2,\cdots,t_n$ 的状态 $X(t_1),X(t_2),\cdots,X(t_n)$ 之间的联系，引入随机过程的 n 维分布函数与 n 维概率密度函数的概念。

3. n 维概率分布

定义 5 设 $\{X(t),t\in T\}$ 为随机过程，对任意固定的 $t_1,t_2,\cdots,t_n\in T$，及实数 $x_1,x_2,\cdots,x_n\in R$，称

$$F_X(x_1,x_2,\cdots,x_n;t_1,t_2,\cdots,t_n)=P\{X(t_1)\leqslant x_1,X(t_2)\leqslant x_2,\cdots,X(t_n)\leqslant x_n\}$$

为随机过程 $\{X(t),t\in T\}$ 的 n 维分布函数。

若 $F_X(x_1,x_2,\cdots,x_n;t_1,t_2,\cdots,t_n)$ 对 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的 n 阶混合偏导数存在，则称

$$f_X(x_1,x_2,\cdots,x_n;t_1,t_2,\cdots,t_n)=\frac{\partial F_X(x_1,x_2,\cdots,x_n;t_1,t_2,\cdots,t_n)}{\partial x_1\partial x_2\cdots\partial x_n}$$

为随机过程 $\{X(t),t\in T\}$ 的 n 维概率密度函数。

随机过程的 n 维分布函数（或概率密度）能够近似地描述随机过程的统计特性，而且 n 越大，n 维分布函数就可以越趋完善地描述随机过程的统计特性。

随机过程 $X(t)$ 的所有有限维概率密度函数的集合

$$\{f_X(x_1,x_2,\cdots,x_n;t_1,t_2,\cdots,t_n),\quad t_1,t_2,\cdots,t_n\in T,\quad n\geqslant 1\}$$

称为 $X(t)$ 的有限维概率密度函数族。类似可定义 $X(t)$ 的有限维分布函数族

$$\{F_X(x_1,x_2,\cdots,x_n;t_1,t_2,\cdots,t_n),\quad t_1,t_2,\cdots,t_n\in T,\quad n\geqslant 1\}$$

许多数学家研究了随机过程 $X(t)$ 与其有限维分布函数族的关系。1931 年，苏联数学家柯尔莫哥洛夫证明了关于有限维分布函数族的重要性的定理。定理表明有限维分布函数族或概率密度函数族可以完全确定随机过程的全部统计特性。

1.1.4 随机过程的数字特征

虽然随机过程的有限维分布函数族或概率密度函数族可以完全确定随机过程的全部统计特性，但是在实际应用中，要确定随机过程的有限维分布函数族，并加以分析常常是困难的，有时甚至是不可能的。随机过程可看成是在一定条件下取样而得到的多元随机变量组，因此可将随机变量的数字特征概念推广到随机过程。随机过程的数字特征既能描述随机过程的重要特性，又便于实际测量和进行运算。随机过程常用的数字特征包括数学期望（均值）、方差、相关函数等。