教育部职业教育与成人教育司推荐教材
五年制高等职业教育文化基础课教学用书

初等数学（上）

主　　编 张　波
本册主编 张志强

中国财政经济出版社

教育部职业教育与成人教育司推荐教材
五年制高等职业教育文化基础课教学用书

初等数学（上）

主　　编　张　波
本册主编　张志强
审　　稿　李　琳　刘厚容

中国财政经济出版社

图书在版编目（CIP）数据

初等数学．上/张志强主编．—北京：中国财政经济出版社，2005.8
教育部职业教育与成人教育司推荐教材．五年制高等职业教育文化基础课教学用书
ISBN 7－5005－8345－1

Ⅰ.初…　Ⅱ.张…　Ⅲ.初等数学—高等学校：技术学校—教材　Ⅳ.O12

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 071811 号

中国财政经济出版社出版

URL：http：//www. cfeph. cn

E－mail：cfeph @ cfeph.cn

社址：北京市海淀区阜成路甲 28 号　邮政编码：100036

发行电话：88190616　88190655（传真）

慧美印刷厂印刷　各地新华书店经销

787×1092 毫米　16 开　10 印张　234 000 字

2005 年 9 月第 1 版　2005 年 9 月北京第 1 次印刷

定价：12.00 元

ISBN　7－5005－8345－1/O·0039

（图书出现印装问题，本社负责调换）

出版说明

为了进一步贯彻落实《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》和全国职业教育工作会议的精神，适应五年制高等职业教育发展的趋势，满足各类职业技术院校专业教学的实际需要，我们组织编写了五年制高等职业教育教学用书。该系列教材涵盖了五年制高等职业教育教学中所需的公共课（包括文化基础课、思想政治课）、财务会计、市场营销、电子商务、金融与证券、国际贸易、旅游饭店与管理等专业主干课程，从2005年秋季开学起，这些教材将陆续提供给各类职业技术院校使用。

该系列教材是根据教育部提出的“以综合素质培养为基础，以能力培养为主线”为指导思想，结合五年制高等职业教育的教学培养目标而编写的，经教育部职业教育与成人教育司批准立项，并由专家审定，作为教育部职业教育与成人教育司推荐教材出版。新教材全面贯彻素质教育思想，从社会发展对高技术应用性人才的需求出发，在内容的构建上结合专业岗位（群）对职业能力的需要来确定教材的知识点、技能点和素质要求点，并注重新知识、新技术、新工艺、新方法的应用，注重对学生的创新精神和实践能力的培养。新教材在理论体系、组织结构和阐述方法等方面均作了一些新的尝试，以适应高等职业教育教学改革，满足各类高等职业技术院校教学需要。在此，我们真诚的希望各类职业技术院校在教材的使用过程中，能够总结经验，及时提出修改意见和建议，使之不断完善和提高。

2005年4月

前　言

本套教材是“五年制”高等职业教育规划教材，是依据教育部“2004—2007年职业教育教材开发编写计划”有关精神，参照教育部职业教育数学大纲编写的．适用于五年制高等职业教育各专业（尤其是经济管理类专业），其中《高等数学》分册也可作为高职高专院校和成人高等学校的数学教材．《初等数学》也可作为中职学校的教材．

本套教材共分三册：《初等数学（上）》、《初等数学（下）》、《高等数学（微积分初步）》．

一、教材的编写原则

1. 贯彻教育部“2004—2007年职业教育教材开发编写计划”的精神，体现以提高学生的综合素质为目的，以培养学生的创新精神和实践能力为重点的现代职业教育理念．坚持“以学生发展为本”的教育思想，通过对学生数学思维方式的训练，培养学生发现问题、分析问题和解决问题的能力，使其具有适应技术创新和终身学习的综合素质与潜能．

2. 以五年制高职学生必备的素养为中心，既遵循数学教学的一般规律，又考虑到五年制高职学生的思维、认知能力特点；既照顾了高职数学与初中数学的有机衔接，又考虑到学生的后续发展和深造．

3. 体现五年制高等职业教育数学课程改革的特色，将数学与专业相融，让数学为专业服务、为经济应用服务．在内容“必需、够用”的基础上，构建五年制高职数学教材的新体系．

二、教材的主要特点

1. 实用性．本套教材是在认真领会教育部有关职业教育课程改革的精神，深入研究部颁大纲和国内外同类教材的基础上，广泛征求意见，充分考虑五年制高职学生的现状以及高职院校的数学教学时数，由从事五年制高职数学教学且教学经验丰富、科研成果显著的教师编写．编写时，我们对传统教材内容削枝强干，对教学内容进行了大胆调整，以现实生活及专业学习中广泛应用的知识作为必学内容，使教材贴近生活、贴近专业．

2. 可读性．本套教材大量采用了以实例引入基本概念、以直观的几何说明代替理论证明的方法，减少了系统的理论推导，加强了重要法则和公式的运用，

突出了有关理论方法的应用和对经济数学模型的介绍．教材内容条理清楚、层次分明、深入浅出、通俗易懂．为了激发学生的学习兴趣，解决学生在阅读课本时遇到的困难，教材中使用了多种图标，形式新颖．力求做到既便于教师教学，又利于学生学习．

3. 衔接性．本套教材注重与五年制高职学生的实际基础相衔接，降低了知识起点；注重与专业课及学生就业需要相衔接，增加了经济应用模型；注重与学生进一步深造相衔接，在《高等数学》及相关的学习指导书中，增加了部分与“专升本”有关的内容，为学生持续发展奠定基础．同时，注重教材内部结构之间的衔接，由浅入深、温故知新，重要的知识点、重要的数学思想和方法在不同的知识层面上逐步体现．

4. 实践性．本套教材根据学生的认知能力、思维特点，将“具有解决数学问题的能力”作为“数学素养”的一个重要标志，突出了解决数学问题的实践过程．依据学生的认知规律，在初等数学中，主要的知识点后都设有“试一试”(练习)，每一节后设有“课外作业”（巩固）和由学生自己完成的“小看板”(复习小结)．在高等数学中，每一节后都设有“试一试”．本套教材每章后还设有复习思考题．形成了以点到面、从局部到整体的实践体系，让学生积极参与到教学活动中来，巩固旧知识、获得新知识．

5. 灵活性．针对高职院校专业的多样性与灵活性以及不同专业对数学能力的要求不尽相同的情况，本套教材在教学内容上分为必学和选学（带 * 号内容）两个部分，给出了较宽的选择范围，增加了教学的弹性．同时，考虑到数学课程面对的学生的个体差异，适应学生的发展需要，在教学的要求上也分为多种层次．在教材中冠 * 号部分（包括复习思考 B 组题）供对数学有较高要求的专业选用，有兴趣进一步扩大知识面的学生也可自学．

本套教材由张波任总主编．在编写过程中，我们自始至终得到了教育主管部门和有关学校的热情关怀和大力支持．伦敦大学教育学院数学教育博士研究生许国蓉为本套教材编写给予了有益的指导，并提供了大量国外职业教育的最新信息．许多专家教授和教学一线的数学教师对教材的编写提出了有益的建议，华正歧、郭晓英也参加了本书的编写工作．在编写过程中，我们借鉴了许多专家、学者的科研成果，在此一并表示感谢．衷心希望同行和读者继续对本套教材予以关心和支持．

限于编者的水平和编写时间，不妥之处在所难免，恳请专家、同行和读者批评指正．

本册为《初等数学》(上）．

本册主编　张志强

参加编写人员（按章节先后顺序）

张波（第一章）　周永莲（第二章）　谢叔葵（第三章）　张志强（第四、五、六章）

张忠诚、吴学伟、唐富贵（第七章）

编　者

2005年4月

目　录

第一章

集　合

集合是近代数学中最基本的内容之一，集合的思想已广泛渗透到自然科学的众多领域.通过对集合初步知识的学习，可以使我们对数学中的一些基本概念理解得更深刻，表达得更明确，为进一步学好数学打下基础.在本章中，我们将学习集合的概念、集合之间的关系及其运算.

§1－1 集合及其表示法

一、集合的概念

在日常生活和学习中，我们常常要把某些指定的对象作为一个整体来加以考虑，例如：

① 所有的正整数；

② 所有的等边三角形；

③ 我班的全体同学；

④ 某校三号微机房的全部电脑.

以上各组对象分别是由一些数、图形、人、物组成的，他们分别属于某种特定的范畴.通常我们把这些具有某种属性的对象组成的总体叫做集合(简称集).把组成集合的每一个对象叫做这个集合的元素.为了表达上的方便，常用大写拉丁字母 A、B、C、…来代表集合.对几个常用的集合，规定用特定的大写拉丁字母来表示：

集合名称	自然数集 (非负整数集)	正整数集	整数集	有理数集	实数集
记　号	$\mathbf{N}$	$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$	$\mathbf{Z}$	$\mathbf{Q}$	$\mathbf{R}$

集合中的元素常用小写拉丁字母 a、b、c、…来代表.

二、元素与集合之间的关系

勿忘我

定义　如果 a 是集合 A 的元素，就称 a 属于集合 A，记作 $a\in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就称 a 不属于集合 A，记作 $a\notin A$(或 $a\overline{\in}A$).

例如：$1\in \mathrm{N}$；$-1\notin \mathrm{N}$.

试一试

用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空：

(1) -1 ________ Z；　(2) $(-1)^0$ ________ N_+；

(3) 0 ________ N_+；　(4) 0 ________ N；

(5) 3.14 ________ Q；　(6) $-\dfrac{2}{3}$ ________ Q；

(7) -1 ________ N；　(8) $-\sqrt{2}$ ________ R；

(9) π ________ Q；　(10) π ________ R.

三、集合中元素的特性

1.确定性

集合中的元素必须是能够确定的.对于集合 A 和某一元素 x，有一个明确的判断标准：要么 $x\in A$，要么 $x\notin A$，二者必居其一，不会模棱两可.例如“我校身高 1.78 米以上的同学”可以构成一个集合，而“我校所有的高个子同学”就不能构成集合，因为无法确定多高才算是高个子.

2.互异性(不重复性)

同一集合中的任何两个元素都是互不相同的，任何两个相同的对象在同一集合中时，只能算作这个集合中的一个元素.例如“我班的全体同学”组成的集合中，每个元素(即每位同学)都是不同的；又如在三位数 110 的数字组成的集合中，只有 1 和 0 两个元素，而不是 1，1，0 三个元素.

3.无序性

集合是由一些事物组成的整体，因此与其中元素的排列次序无关.例如由 a、b、c 组成的集合与由 c、a、b 组成的集合是相同的.

试一试

1.下列每组对象能否构成一个集合？为什么？

(1) 某班的电脑爱好者；

(2) 不超过 20 的非负数；

(3) 直角坐标平面内第一象限的一些点；

(4) 方程 $x^2-1=0$ 在实数范围内的解；

(5) 接近 0 的所有实数.

2.请举出一些集合的实例.

四、集合的分类

按元素个数来考虑，集合可以分为以下几类：

1. 有限集

即含有有限个元素的集合.

例如，在“小于一千万的自然数”集合中，由于它的元素个数一千万是有限数，所以此集合是有限集；本节最前面所给例子中的③、④也是有限集.

2. 无限集

即含有无限个元素的集合.

例如，在“小于 1 的正数”的集合中，其元素的个数有无限多，因此它是无限集；本节最前面所给例子中的①、②也是无限集.

3. 空集

即不含任何元素的集合.空集记作$\varnothing$.

例如，方程 $x^2+1=0$ 在实数范围内无解，因此它的解集为空集$\varnothing$.

至少含有一个元素的集合叫做**非空集合**.只含有一个元素的集合叫做**单元素集**.

例如只含一个元素 0 的集合是非空集合，并且是单元素集.

试一试

请按集合的分类填空：

(1) 长江中所有的鱼；

(2) 平方小于 0 的全体实数；

(3) 小于十亿的正整数；

(4) 大于 -1 小于 0 的数.

其中无限集是________，有限集是________，空集是________.

五、集合的表示法

集合的表示方法有列举法、描述法和图示法.常用的是列举法和描述法,有时也用图示法.

1. 列举法

将集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法称为列举法.

例 1 用列举法表示下列集合：

(1) 组成我国国旗图案的颜色；

(2) 不大于 10 的非负偶数集；

(3) 小于 100 的自然数集.

解：(1) 组成我国国旗图案颜色的集合是{红色，黄色}

(2) 不大于 10 就是小于或等于 10；非负数是大于或等于 0 的意思，因此不大于 10 的非负偶数集是{0，2，4，6，8，10}.

(3) 小于 100 的自然数集是{0，1，2，3，4，5，...，99}.

寻规律

由例 1 可见，当有限集合中元素个数不多时，用列举法表示集合比较方便.如果构成该集合的元素个数较多，但有明显规律，也可用列举法表示.

使用列举法时，元素之间要用逗号“ ，”分隔.

2.描述法

把集合中元素的公共属性描述出来，写在大括号内表示集合的方法称为描述法.它的一般形式是：

$$\{x \mid x \text{ 满足的条件}\},$$

其中 x 叫做代表元素.

有时为了简便，也可以将满足某种条件的元素的名称直接写在大括号内.例如{直角三角形}、{正偶数}.但不能表示成{直角三角形的集合}、{正偶数集}，因为这里的大括号{ }已经包含“全体”的意思，它本来就表示集合.又如实数集 **R** 不能写成{**R**}

例 2 用描述法表示下列集合：

(1) 所有正偶数；

(2) 所有被 3 除余 1 的整数；

(3) 不等式 $x-1<2$ 的解集；

(4) 坐标平面上不在一、三象限内的点集.

解：(1) 所有正偶数的集合可表示为

$$\{x \mid x=2n \text{ 且 } n\in \mathbf{N}_+\}.$$

(2) 所有被 3 除余 1 的整数可表示为

$$\{x \mid x=3n+1 \text{ 且 } n\in \mathbf{Z}\}.$$

(3) 不等式 $x-1<2$ 的解集可表示为

$$\{x \mid x<3\}.$$

(4) 坐标平面中，在一、三象限内的点的特点是纵、横坐标同号，即 $xy>0$.所以不在一、三象限内的点的集合(点集)可表示为

$$\{(x,\ y) \mid xy\leqslant 0\}.$$

寻规律

由例 2 可见，无限集常用描述法来表示.一般对于无限集，不宜采用列举法，因为不能将无限集里的元素一一列举出来.

试一试

用适当的方法表示下列集合：

(1) 大于 0 的奇数；

(2) 一元二次方程 $x^2-2x-3=0$ 的解集；

(3) 不等式 $2x-5>3$ 的解集；

(4) 在坐标平面上第四象限内的所有点.

3.图示法

画一条封闭的曲线，用它的内部来表示一个集合的方法叫做图示法.这种表示集合的图形通常叫做**文氏图**，用文氏图表示集合比较直观、方便.例如图 1－1 分别表示集合 A、集合 B 和集合 $\{a, b, c\}$：

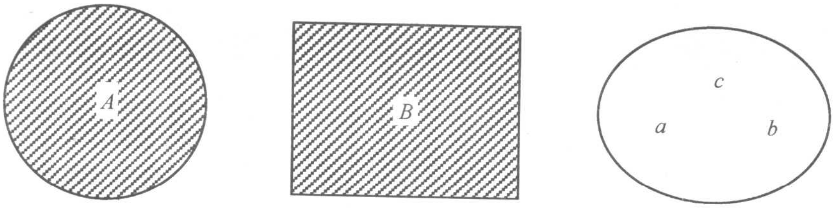

图 1－1

小看板

※ 集合是指____________________

※ 集合中元素的特性有________________

※ 集合可分为______________三类.

※ 集合的表示方法有______________

※ **R** 表示______数集，**Q** 表示______数集，**Z** 表示______数集，**N** 表示______数集，$\mathbf{N}^*$ 或(　　)表示______数集.

课外作业 1－1

1.用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空：

(1) 如果 $A = \{x \mid x^2 - x - 3 = 0\}$，则 3 ______ A；

(2) 如果 $B = \{x \mid x = x^2\}$，则 0 ______ B；

(3) $(-1, 1)$____$\{y \mid y = x^2\}$；

(4) $(-1, 1)$____$\{(x, y) \mid y = x^2\}$.

2.用列举法表示下列集合：

(1) {中国古代的四大发明}；

(2) {大于 1 小于 10 的偶数}；

(3) {平方等于 1 的实数}；

(4) {方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解}.

3.用描述法表示下列集合，并说明它们是有限集、无限集还是空集.

(1) 大于 1 小于 10 的全体实数；

(2) 所有奇数组成的集合；

(3) 大于 2 小于 3 的整数集；

(4) 在直角坐标系中，x 轴上的所有点组成的集合.

§1－2

集合之间的关系

一、子集

我们先来观察两个集合：$A=\{1, 3, 5\}$，$B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$.容易看出，集合 A 中的每一个元素都是集合 B 的元素，对于集合之间的这种关系，有如下定义：

勿忘我

设有两个集合 A 与 B，如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么就称集合 A 是集合 B 的子集.记作 $A\subseteq B$(或 $B\supseteq A$)，读作 A 包含于 B(或 B 包含 A).

例如：$\mathbf{N}_+\subseteq\mathbf{N}$，$\mathbf{Z}\subseteq\mathbf{Q}$，$\mathbf{Q}\subseteq\mathbf{R}$

由于任何一个非空集合 A，它的每一个元素都属于集合 A 本身，所以**任何集合都是它本身的子集，记作 $A\subseteq A$.**

另外，我们还规定：**空集是任何集合的子集，即对任意集合 A，有$\varnothing\subseteq A$.**

例 1 设集合 $A=\{2, 3, 4, 6\}$，写出 A 的“元素是 2 的倍数”的所有子集.

解：在 A 中 2 的倍数的所有元素组成的集合为$\{2, 4, 6\}$，其中任取一个、两个、三个元素组成的集合都是它的子集.另外，空集是任何集合的子集.因此满足题意的全部子集有$\varnothing$，$\{2\}$，$\{4\}$，$\{6\}$，$\{2, 4\}$，$\{2, 6\}$，$\{4, 6\}$，$\{2, 4, 6\}$.

寻规律

一般地，由 n 个元素组成的集合，其子集个数有 2^n 个.

试一试

请分别写出例 1 中满足下列条件的集合 A 的所有子集：

(1) 元素是 3 的倍数；

(2) 元素既是 2 的倍数，又是 3 的倍数；

(3) 元素既不是 2 的倍数，也不是 3 的倍数.

二、集合的相等

我们先来观察集合 $A=\{a, b, c\}$与集合 $B=\{b, c, a\}$的关系；集合 $M=\{x\,|x^2-1=0\}$与集合 $P=\{-1, 1\}$的关系.

可以发现：A 与 B 的元素完全相同，即 $A\subseteq B$，$B\subseteq A$；M 与 P 的元素也完全相同，即 $M\subseteq P$，$P\subseteq M$.一般地，有如下定义：

对于两个集合 A、B，如果 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，那么称这两个集合相等，记作 $A=B$.

三、真子集

勿忘我

定义　如果 $A\subseteq B$ 且 $A\neq B$，则称集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$(或 $B\supsetneqq A$).

例如，$\{1,3,5\}\subsetneqq\{1,2,3,4,5\}$；

$\mathbf{N}\subsetneqq\mathbf{Z}$；$\mathbf{Z}\subsetneqq\mathbf{Q}$.

集合 A 是集合 B 的真子集，可以用图 1-2 表示.

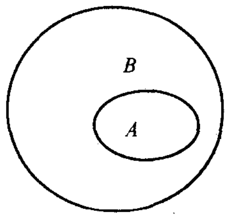

图 1-2

显然，**空集是任何非空集合的真子集**.

例 2　指出下列两个集合之间的关系：

(1) $A=\{a,b,d,f,g\}$，$B=\{b,f,d\}$；

(2) $C=\{奇数\}$，$\mathbf{Z}=\{整数\}$；

(3) $S=\{x\,|x^2-2x-3=0\}$，$T=\{-1,3\}$.

解：(1) 容易看出，集合 B 中的元素都在集合 A 中，且 $A\neq B$，因此 $B\subsetneqq A$

(2) 整数包括奇数和偶数，因此 $C\subsetneqq\mathbf{Z}$.

(3) 集合 S 中方程 $x^2-2x-3=0$ 的解是 $x=-1$ 或 $x=3$，用列举法表示集合 S 为$\{-1,3\}$.因此 $S=T$.

例 3　用适当的符号表示下列各组关系：

(1) 0 与$\{0\}$；

(2) $\{0\}$与$\varnothing$；

(3) 0 与$\varnothing$；

(4) $\{1,2\}$与$\{2,1\}$；

(5) $\{1,2\}$与$\{(1,2)\}$；

(6) $\{(1,2)\}$与$\{(2,1)\}$.

解：(1) $\{0\}$是含有单元素 0 的集合，0 与$\{0\}$的关系是元素与集合之间“属于与否”的关系，因此 $0\in\{0\}$.

(2) $\{0\}$与$\varnothing$都是集合，集合与集合之间是“包含与否”的关系，空集是任何非空集合的真子集，因此$\varnothing\subsetneqq\{0\}$.

(3) $\varnothing$是不含任何元素的集合，因此 $0\notin\varnothing$.

(4) $\{1,2\}$与$\{2,1\}$是两个元素完全相同的集合，因此$\{1,2\}=\{2,1\}$.

(5) $\{1,2\}$是含两个元素 1 和 2 的集合，而$\{(1,2)\}$是以有序数组为元素的单元素(1，2)的集合，因此$\{1,2\}\neq\{(1,2)\}$.

(6) $\{(1,2)\}$与$\{(2,1)\}$都是有序数组为元素的集合，其中 1 和 2 排列的顺序不同，因此$\{(1,2)\}\neq\{(2,1)\}$.

寻规律

解题时应注意：元素与集合之间是“属于”的关系，应该用符号$\in$或$\notin$来表示；集合与集合之间是“包含”的关系，应该用$\subseteq$等符号来表示.

试一试

用适当的符号($\in$，$\notin$，$\subseteq$，$\supseteq$，$\subsetneqq$，$\supsetneqq$，$=$)填空：

(1) {正方形}____{平行四边形}；

(2) 0 ____ $\varnothing$；

(3) $\{0\}$ ____ $\varnothing$；

(4) $\{2\}$ ____ $\{x \mid x-2=0\}$；

(5) 0 ____ $\mathbf{N}$；

(6) {非负整数}____{正整数}.

小看板

※子集($\subseteq$)的定义：____；

※真子集($\subsetneqq$)的定义：________________________；

※集合相等的定义：________________________；

※空集是________________的子集；

※空集是________________的真子集.

课外作业 1-2

1. 判断下列结论是否正确，并说明理由.

(1) $a \subseteq \{a\}$；

(2) $a \in \{a\}$；

(3) $-1 \notin \mathbf{N}$；

(4) $\varnothing \in \{1, 2, 3\}$；

(5) $\varnothing \subsetneqq \{1, 2, 3\}$；

(6) $\varnothing = \{0\}$；

(7) $\{x \mid |x| = 2\} = \{x \mid x^2 = 4\}$；

(8) $\{a, b\} \subseteq \{b, a\}$.

2. 设集合$A = \{a, b, c\}$，写出集合A的所有子集，并指出其中的真子集.