

全 日 制 普 通 高 级 中 学

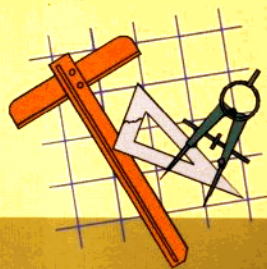
每课一练

MEIKEYILIAN

数学

二年级

上



最新版



浙江少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

全日制普通高级中学每课一练. 数学. 二年级. 上/

施储主编. —杭州: 浙江少年儿童出版社, 2002. 5

(2006. 7 重印)

ISBN 7-5342-2608-2

I. 全... II. 施... III. 数学课—高中—习题

IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 034282 号

责任编辑 饶虹飞

封面设计 陈 敏

书 名 每课一练 全日制普通高级中学 数学 二年级(上)

主 编 施 储

出 版 浙江少年儿童出版社(杭州市天目山路 40 号)

印 刷 杭州出版学校印刷厂

发 行 浙江省新华书店集团有限公司

开 本 880×1230 1/16 印张 4.5 字数 127 千

版 次 2002 年 8 月第 1 版 2006 年 7 月第 5 次印刷

书 号 ISBN 7-5342-2608-2/G·1430

定 价 5.70 元

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与承印厂联系调换

版权所有 翻印必究

编写说明

这套由具有丰富教学经验的特级教师和高级教师参加编写的高中《每课一练》，是以现行高中语文、数学、英语、物理、化学、历史、地理、生物、思想政治等教材为依据分学科编写的学生助学读物，目的是使高中学生在课堂学习之后，能及时进行知识的巩固性训练。

本丛书各册均与现行教材同步，紧扣教学要求和知识训练点，针对学习重点和难点，安排适量与恰当的习题，每课配一练习，每单元配一测验，期末配模拟考试 A、B 两份试卷。所编习题均按新颖、灵活、精当的要求，重视知识的连贯和综合运用，既具广度、深度，又具梯度、新意。

《每课一练》高中数学部分共分五册。高一、高二年级（各分上、下两册）各分册的习题注重双基训练，难度参照会考要求，高三年级（全一册）的习题配合高考第一轮复习，因此注重实用性和综合性，难度参照高考要求。

数学学科由施储主编，参加编写的有娄彦飞、杨永华、施储、李学军、蔡小雄等，由施储统稿。

本丛书习题均经过浙江大学竺可桢学院的学生验算。

编 者

2002 年 8 月

每课一练

目 录

MEI KE YI LIAN

第六章 不等式	1
6.1 不等式的性质	1
6.2 算术平均数与几何平均数	4
6.3 不等式的证明	6
6.4 不等式的解法举例	12
6.5 含有绝对值的不等式	15
第六章单元测验	17
第七章 直线和圆的方程	20
7.1 直线的倾斜角和斜率	20
7.2 直线的方程	22
7.3 两条直线的位置关系	27
7.4 简单的线性规划	32
7.5 曲线和方程	33
7.6 圆的方程	34
第七章单元测验	35
第八章 圆锥曲线方程	38
8.1 椭圆及其标准方程	38
8.2 椭圆的简单几何性质	39
8.3 双曲线及其标准方程	41
8.4 双曲线的简单几何性质	42
8.5 抛物线及其标准方程	43
8.6 抛物线的简单几何性质	44
第八章单元测验	46
期末模拟考试(A 卷)	49
期末模拟考试(B 卷)	52
部分参考答案	55

第六章 不等式

6.1 不等式的性质

(一)

一、选择题

1. 已知 $p < 0, -1 < q < 0$, 则 p, pq, pq^2 的大小关系为().
 A. $p > pq > pq^2$ B. $pq^2 > pq > p$
 C. $pq > p > pq^2$ D. $pq > pq^2 > p$
2. 若 $a > 0, b < 0$, 且 $a < |b|$, 则下列各式成立的是().
 A. $b < -a < a < -b$ B. $-b < -a < b < a$
 C. $-a < b < a < -b$ D. $-a < -b < a < b$
3. 若 $0 < a < b < 1$, 则下列不等式正确的是().
 A. $(1-a)^{\frac{1}{b}} > (1-a)^b$ B. $(1+a)^a > (1+b)^b$
 C. $(1-a)^b > (1-a)^{\frac{1}{b}}$ D. $(1-a)^a > (1-a)^b$
4. 下列各题中, 错误的是().
 A. 若 $a > b$, 则 $a+m^2 > b+m^2$ B. 若 $a < b, b < c$, 则 $a < c$
 C. 若 $a > b$, 则 $am^2 > bm^2$ D. 若 $a > b, m \neq 0$, 则 $\frac{a}{m^2} > \frac{b}{m^2}$

二、填空题

5. 设 a, b 为实数, 那么 $a > b > 0$ 是 $a^2 > b^2$ 成立的_____条件.
6. 已知 $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}, -\pi < \beta < \frac{\pi}{2}$, 那么 $2\alpha - \frac{1}{3}\beta$ 的取值范围是_____.
7. 若 $a > b > c > 1$, 那么 $\sqrt{abc}, \sqrt{ab}, \sqrt{ac}, \sqrt{bc}$ 由小到大的排列顺序是_____.

三、解答题

8. 已知 $0 < \frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, 试比较 $\frac{b}{a+b}$ 与 $\frac{d}{c+d}$ 的大小.
9. 若 $x < y < 0$, 试比较 $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ 与 $\frac{x+y}{x-y}$ 的大小.

10. 设 $0 < x < 1, a > 0$ 且 $a \neq \frac{1}{3}$, 试比较 $|\log_{3a}(1-x)^3|$ 与 $|\log_{3a}(1+x)^3|$ 的大小.

(二)

一、选择题

- 下列命题正确的是().
 A. 若 $|a| > b$, 则 $a^2 > b^2$ B. 若 $a > b > c$, 则 $(a-b)c > (b-a)c$
 C. $a > b, c > d$, 则 $a-c > b-d$ D. 若 $a > b > 0, c > d > 0$, 则 $\sqrt{\frac{a}{d}} > \sqrt{\frac{b}{c}}$
- 若 a, b 是任意实数, 且 $a > b$, 则下列不等式正确的是().
 A. $a^2 > b^2$ B. $\frac{b}{a} < 1$ C. $\lg(a-b) > 0$ D. $(\frac{1}{2})^a < (\frac{1}{2})^b$
- 在实数范围内, 下列命题正确的是().
 A. $a > b$, 则 $\sqrt{a^2} > \sqrt{b^2}$ B. $a > b, c > d$, 则 $\lg(a-d) > \lg(b-c)$
 C. $a > b > 0$, 则 $a(c^2+1) > b(c^2+1)$ D. $a > b$, 则 $(\frac{1}{2})^{ac^2} > (\frac{1}{2})^{bc^2}$
- 正数 a, b, c, d 满足 $a+d=b+c$, 且 $|a-d| < |b-c|$, 则().
 A. $ad=bc$ B. $ad < bc$ C. $ad > bc$ D. ad 与 bc 的大小不能确定

二、填空题

- 已知 $a, b, c, d \in \mathbf{R}$, 且 $ab > 0, -\frac{c}{a} < -\frac{d}{b}$, 那么 bc 与 ad 的大小关系是_____.
- 已知下列六个命题: (1) 若 $a > b, c > b$, 则 $a > c$; (2) 若 $a > b$, 则 $\lg \frac{a}{b} > 0$; (3) 若 $a > b, c > d$, 则 $ac > bd$; (4) 若 $a > b > 0$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$; (5) 若 $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$, 则 $ad > bc$; (6) 若 $a > b, c > d$, 则 $a-d > b-c$. 其中正确命题的序号是_____.
- 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $a^2 + b^2 < 1$ ”是“ $ab + 1 > a + b$ ”的_____条件.

三、解答题

- 已知 $m < n, p < q$, 且 $(p-m)(p-n) < 0, (q-m)(q-n) < 0$. 试比较 m, n, p, q 的大小关系.

9. 已知 $a < b < c, x < y < z$, 设 $A = ax + by + cz, B = ax + cy + bz, M = bx + ay + cz, N = bx + cy + az$. 试找出 A, B, M, N 中的最大者, 并说明理由.

10. 设 $x > 0$, 且 $x \neq 1$, 试比较 $1 + \log_x 3$ 与 $2\log_x 2$ 的大小.

(三)

一、选择题

1. 设 $a > b > c$, 且 $a + b + c = 0$, 则下列不等式恒成立的是().
A. $ab > ac$ B. $ac > bc$ C. $a \cdot |b| > c|b|$ D. $ab > bc$
2. 命题甲: $\begin{cases} x > 1, \\ y > 2, \end{cases}$ 命题乙: $\begin{cases} x + y > 3, \\ xy > 2, \end{cases}$ 则命题甲成立是命题乙成立的().
A. 必要但不充分条件 B. 充分但不必要条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 设 $a > b > c > 0, x = \sqrt{a^2 + (b+c)^2}, y = \sqrt{b^2 + (c+a)^2}, z = \sqrt{c^2 + (a+b)^2}$, 那么 $xy, yz, zx, x^2, y^2, z^2$ 中, 最小的是().
A. xy B. yz C. x^2 D. y^2
4. 若 $0 < a < 1$, 则下列不等式不成立的是().
A. $\log_a(1-a) > 0$ B. $\sin(1+a) < \sin(1-a)$
C. $\pi^{-(1+a)} < \pi^{a-1}$ D. $(1+a)^{\frac{1}{2}} > (1-a)^{\frac{1}{2}}$

二、填空题

5. 已知 $\log_a \frac{\pi}{3} < \log_b \frac{\pi}{3} < 0$, 那么 $a, b, 1$ 的大小关系是_____.
6. 若 $a > b > 0$, 且 $a + b = 1$, 设 $P = \log_a b, Q = \log_{\frac{1}{b}} a, R = \log_{(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})} ab$, 那么 P, Q, R 的大小关系是_____.
7. 直角三角形的三边分别为 a, b, c , 且 $c > b > a$, 设 V_a, V_b, V_c 分别表示以长度为 a, b, c 的三边为轴旋转所成的旋转体的体积, 则 V_a, V_b, V_c 之间的大小关系是_____.

三、解答题

8. 已知 $x > a > 0$, 试比较 $x^3 + 13a^2x$ 与 $5ax^2 + 9a^3$ 的大小.

9. 如果实数 x, y 满足等式 $(x-2)^2 + y^2 = 3$, 试求 $\frac{y}{x}$ 的最大值.

10. 已知实数 x, y 满足 $2x^2 + y^2 = 6x$, 求 $x^2 + y^2 + 2x$ 的最大值, 并求出此时 x, y 的值.

6.2 算术平均数与几何平均数

(一)

一、选择题

1. 在 $a > 0, b > 0$ 的条件下, 给出三个结论: (1) $\frac{2}{a^{-1} + b^{-1}} \leq \frac{a+b}{2}$; (2) $\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$; (3) $\frac{b^2}{a} + \frac{a^2}{b} \geq a + b$. 其中正确的个数是().

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

2. 已知 $x > 0$, $f(x) = \frac{(x + \frac{1}{x})^6 - (x^6 + \frac{1}{x^6}) - 2}{(x + \frac{1}{x})^3 + (x^3 + \frac{1}{x^3})}$, 则有().

A. $f(x) \leq 2$

B. $f(x) \geq 10$

C. $f(x) \geq 6$

D. $f(x) \leq 3$

3. 函数 $f(x) = \frac{3}{16}x^2 + \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 的最小值是().

A. $\frac{3}{2}\sqrt[3]{3}$

B. $\frac{9}{4}$

C. 1

D. $\frac{3}{4}$

4. 设 $x > 0, y > 0$, 且 $xy - (x + y) = 1$, 则有().

A. $x + y \geq 2(\sqrt{2} + 1)$

B. $xy \leq \sqrt{2} + 1$

C. $x + y \leq (\sqrt{2} + 1)^2$

D. $xy \geq 2(\sqrt{2} + 1)$

二、填空题

5. 已知实数 x, y 均为非负数, 且 $x^2y = 2$, 那么 $xy + x^2$ 的最小值是_____, 此时 $x =$ _____, $y =$ _____.

6. 设 $0 < a < b$, 且 $a + b = 1$, 则 $\frac{1}{2}, a, b, 2ab, a^2 + b^2$ 按从小到大排列的顺序为_____.

7. 已知函数 $f(x) = \sin x \cos^2 x, x \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $f(x)$ 的最大值是_____.

三、解答题

8. 已知 a, b, c 都是正数, 且 a, b, c 成等比数列, 求证: $a^2 + b^2 + c^2 > (a - b + c)^2$.

9. 设 $a > 0$ 且 $a \neq 1, t > 0$, 试比较 $\frac{1}{2} \log_a t$ 与 $\log_a \frac{1}{2}(t+1)$ 的大小, 并证明你的结论.

10. 现需制作一个容积为 $16\pi \text{ m}^3$ 的圆柱形容器(有底有盖), 问: 圆柱的底半径 r 和高 h 各为多少时, 用料最省(不计加工时的损耗及接缝用料)?

(二)

一、选择题

1. 已知 $a, b \in \mathbf{R}_+$, 则下列不等式不成立的是().

A. $\sqrt{\frac{a^2 + 2b^2}{3}} \geq \frac{a + 2b}{3}$

B. $ab^2 \leq (\frac{a+2b}{3})^3$

C. $\sqrt{\frac{a}{b}} \leq \frac{2a}{a+b}$

D. $\frac{2}{a^{-1} + b^{-1}} \leq \sqrt{ab}$

2. 已知 $a > b > 0$, 全集 $I = \mathbf{R}, M = \{x | b < x < \frac{1}{2}(a+b)\}, N = \{x | \sqrt{ab} < x < a\}, P = \{x | b < x \leq \sqrt{ab}\}$, 则().

A. $P = M \cap \bar{N}$

B. $P = \bar{M} \cap N$

C. $P = M \cap N$

D. $P = M \cup N$

3. 已知 $p = a + \frac{1}{a-2} (a > 2), q = (\frac{1}{2})^{x^2-2} (x < 0)$, 则 p, q 的大小关系为().

A. $p > q$

B. $p < q$

C. $p = q$

D. 不确定

4. 下列各式中, 错用算术平均数与几何平均数这一重要不等式的是().

A. 已知 $0 < x < 1, 0 < a < 1$, 则 $\log_a x + \log_x a \geq 2$

B. 已知 $x \in \mathbf{R}$, 则 $\frac{x^2 + 5}{\sqrt{x^2 + 4}} \geq 2$

C. 已知 $a > 0$, 则 $(1+a)(1+\frac{1}{a}) \geq 4$

D. 已知 $x, y, z \in \mathbf{R}_+$, 则 $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} \geq 3$

二、填空题

5. 若 $x \in [-1, 1]$, 则 $\frac{x^2 - 2x + 2}{2(x - 1)}$ 的最大值为_____.

6. 若 $x \in [0, 6]$, 则 $f(x) = (36 - x^2)x$ 的最大值为_____.

7. 已知 $x^2 + y^2 = a^2, u^2 + v^2 = b^2$ ($a > 0, b > 0$ 且 $a \neq b$), 那么 $xu + yv$ 的最大值是_____, 最小值是_____.

三、解答题

8. 设 n, b 为实数, 求证: $\frac{6^n}{36^{n+1} + 1} \leq \frac{5}{6} - b + \frac{b^2}{3}$.

9. 已知 $a > b > c > 1$, 设 $M = a - \sqrt{c}, N = a - \sqrt{b}, P = 2(\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab}), Q = 3(\frac{a+b+c}{3} - \sqrt[3]{abc})$. 试找出 M, N, P, Q 中的最小者, 并说明理由.

10. 若圆锥的底面半径为 r , 高为 h , 求内接于这个圆锥并且体积最大的圆柱体的高.

6.3 不等式的证明

(一)

一、选择题

1. 若 $a < b < 0$, 则下列不等式不成立的是().

A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

B. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$

C. $|a| > |b|$

D. $a^2 - b^2 > 0$

2. 设 $0 < x < 1$, 若 $a = \sqrt{2x}, b = 1 + x, c = \frac{1}{1-x}$, 那么 a, b, c 中最大的一个是().

- A. a B. b C. c D. 不能确定
3. 已知 a, b 为任意实数, 记 $A = a^2 + b^2 + 2, B = 2(a + 3b - 4)$, 那么 A 与 B 的大小关系应是 ().
- A. $A > B$ B. $A \geq B$ C. $A < B$ D. $A \leq B$
4. 设函数 $f(x) = ax^2 + bx + c (a > 0)$, 且满足 $f(1-x) = f(1+x)$, 则 $f(2^x)$ 与 $f(3^x)$ 的大小关系为 ().
- A. $f(3^x) > f(2^x)$ B. $f(3^x) < f(2^x)$
C. $f(3^x) \geq f(2^x)$ D. $f(3^x) \leq f(2^x)$

二、填空题

5. 已知 a, b, c 为实数, 若 $a + b + c = 3$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 - 3$ 与 0 的大小关系为 _____.
6. 若不等式 $x^2 - \log_a x < 0$ 在 $(0, \frac{1}{2})$ 上恒成立, 那么实数 a 的取值范围是 _____.
7. 若 $a > b > 0, x > 0$, 则 $\frac{b+x}{a+x}$ 的取值范围是 _____.

三、解答题

8. 已知 $m > n$, 求证: $m^3 - m^2n - 3mn^2 > 2m^2n - 6mn^2 + n^3$.
9. 已知 $a > 0$, 且 $a \neq 1, P = \log_a(a^3 + 1), Q = \log_a(a^2 + 1)$, 求证: $P > Q$.
10. 已知 $a > 0, b > 0$, 求证: $a + b + 4 < (a+2)(b+2)$.

(二)

一、选择题

1. 已知函数 $f(x) = 2^x - 1, g(x) = -x^2 + 2x - \frac{9}{4}$, 则对一切实数 x , 下列关系式成立的是 ().
- A. $f(x) > g(x)$ B. $f(x) < g(x)$
C. $x > 1$ 时, $f(x) > g(x)$; $x < 1$ 时, $f(x) < g(x)$ D. 大小关系不能确定
2. 若 x, y 是关于 m 的方程 $m^2 - 2am + a + 6 = 0$ 的两个根, 则 $(x-1)^2 + (y-1)^2$ 的最小值为 ().

A. $-12\frac{1}{4}$

B. 18

C. 8

D. 无最小值

3. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}_+$, 则三个数 $a + \frac{1}{b}, b + \frac{1}{c}, c + \frac{1}{a}$ ().

A. 都不大于 2

B. 都不小于 2

C. 至少有一个不大于 2

D. 至少有一个不小于 2

4. 若 $-1 < \alpha < \beta < 1$, 则下列各式恒成立的是 ().

A. $-2 < \alpha - \beta < 0$

B. $-2 < \alpha - \beta < 2$

C. $-1 < \alpha - \beta < 0$

D. $-1 < \alpha - \beta < 1$

二、填空题

5. 设 $a > 0, b > 0$, 且 $ab - (a + b) = 1$, 则 $a + b$ 的取值范围为 _____.

6. 已知 $x, y \in \mathbf{R}_+$, 且 $x + 2y = 1$, 那么 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值是 _____.

7. 已知 $f(x) = ax^2 + c$, 且 $-2 \leq f(1) \leq -1, -1 \leq f(2) \leq 4$, 那么 $f(3)$ 的取值范围是 _____.

三、解答题

8. 设 $a > b > c$, 求证: $b^2c + c^2a + a^2b > bc^2 + ca^2 + ab^2$.

9. 已知 $f(x) = x^2 + ax + b$, 且 $p + q = 1$, 求证: $pf(x) + qf(y) \geq f(px + qy)$ 对任意实数 x, y 均成立的充要条件是 $0 \leq p \leq 1$.

10. 设二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c (a > 0)$, 方程 $f(x) - x = 0$ 的两个实根为 x_1, x_2 , 且满足 $0 < x_1 < x_2 < \frac{1}{a}$. (1) 当 $x \in (0, x_1)$ 时, 证明: $x < f(x) < x_1$; (2) 设函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = x_0$ 对称, 证明: $x_0 < \frac{1}{2}x_1$.

(三)

一、选择题

1. 已知 $A = a + d, B = b + c, a, b, c, d \in \mathbf{R}_+, ad = bc, a, b, c, d$ 中 a 最大, 那么 A 与 B 的大小关系是 ().
A. $A \geq B$ B. $A \leq B$ C. $A > B$ D. $A < B$
2. 已知 α, β 是方程 $(x - a)(x - b) - 2 = 0$ 的两个根, 则实数 a, b, α, β 的大小关系可能是 ().
A. $\alpha < a < b < \beta$ B. $a < \alpha < \beta < b$ C. $a < \alpha < b < \beta$ D. $\alpha < a < \beta < b$
3. 设 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 > 0\}, B = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$. 若 $A \cup B = \mathbf{R}, A \cap B = (3, 4]$, 则 $a + b$ 的值是 ().
A. 7 B. 1 C. -1 D. -7
4. 设长方体的长、宽、高分别为 a, b, c , 其对角线长为 1, 且 $a + b - c = 1, b > a$, 则 c 的取值范围是 ().
A. $(\frac{1}{3}, +\infty)$ B. $(\frac{1}{3}, 1)$ C. $(0, 1)$ D. $(0, \frac{1}{3})$

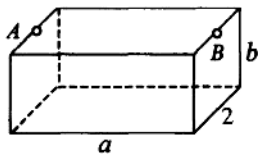
二、填空题

5. 在 $\triangle ABC$ 中, 三边 a, b, c 成等比数列, 则角 B 的取值范围是 _____.
6. 已知 $a > 2$, 设 $p = a + \frac{1}{a-2}, q = 2^{-a^2+4a-2}$, 则 p, q 的大小关系是 _____.
7. 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 是它的三个内角, 若 $\lg \tan A, \lg \tan B, \lg \tan C$ 成等差数列, 则角 B 的取值范围是 _____.

三、解答题

8. 已知函数 $f(x) = \lg(\frac{1}{x} - 1), x \in (0, \frac{1}{2})$. 若 $x_1, x_2 \in (0, \frac{1}{2})$, 且 $x_1 \neq x_2$, 证明: $f(\frac{x_1 + x_2}{2}) < \frac{1}{2} \cdot [f(x_1) + f(x_2)]$.

9. 如图, 为处理含有某种杂质的污水, 需制造一底宽为 2m 的无盖长方体沉淀箱, 污水从 A 孔流入, 经沉淀后从 B 孔流出. 设长方体的长度为 a m, 高为 b m, 已知流出的水中该杂质的质量分数与 a, b 的乘积成反比, 现有制箱材料 60 m^2 . 问: 当 a, b 各为多少 m 时, 经沉淀后流出的水中该杂质的质量分数最小 (A, B 孔的面积忽略不计)?



10. 设 $a_1, a_2 \in (0, +\infty)$, $a_1 + a_2 = 1$, $\lambda_1, \lambda_2 \in (0, +\infty)$, 求证: $(\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2) \left(\frac{a_1}{\lambda_1} + \frac{a_2}{\lambda_2} \right) \leq \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}{4\lambda_1 \lambda_2}$.

(四)

一、选择题

- 实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 12 = 0$, 则 $\frac{y}{x}$ 的最大值为().
A. $3 + 2\sqrt{2}$ B. $2 + \sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. 6
- 设 $c \in (0, 1)$, 则 $a > b > 1$ 成立的必要不充分条件是().
A. $a^c < b^c$ B. $c^a < c^b$ C. $\log_c a > \log_c b$ D. $\log_a c < \log_b c$
- 已知 $A = \{x | \frac{1}{2} \leq x \leq 2\}$, $f(x) = x^2 + px + q$ 和 $g(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ 是定义在 A 上的函数, 当 $x, x_0 \in A$ 时, 有 $f(x) \geq f(x_0)$, $g(x) \geq g(x_0)$, 且 $f(x_0) = g(x_0)$, 则 $f(x)$ 在 A 上的最大值是().
A. 8 B. 4 C. 10 D. $\frac{17}{4}$
- 一批货物随 17 列货车从 A 市以 v km/h 的速度匀速驶往 B 市, 已知两地间的铁路线长为 400 km. 为了安全起见, 两列货车之间的距离不得小于 $(\frac{v^2}{20})$ km, 那么这批货物全部运到 B 市时最快需要().
A. 6h B. 8h C. 10h D. 12h

二、填空题

- 函数 $f(x) = ax + 2a + 1$, 当 $x \in [-1, 1]$ 时, 函数值有正有负, 则实数 a 的取值范围是_____.
- 已知 $x > 0, y > 0, x + y = 1$, 则 $(\frac{1}{x^2} + 1)(\frac{1}{y^2} + 1)$ 的最小值为_____.
- 设 $A = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}}$, $B = 2\sqrt{n+1} - 2$, 那么 A 与 B 的大小关系是_____.

三、解答题

- 已知函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a > b > c$), 且满足 $f(1) = 0$, 又函数 $f(x)$ 的图象上有两点 $P_1(x_1, f(x_1)), P_2(x_2, f(x_2))$ 满足 $a^2 + [f(x_1) + f(x_2)]a + f(x_1)f(x_2) = 0$, 求证: $b \geq 0$.

9. 设关于 x 的一元二次方程 $2x^2 - ax - 2 = 0$ 的两个实根是 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$, 函数 $f(x) = \frac{4x-a}{x^2+1}$.

(1) 求 $f(\alpha) \cdot f(\beta)$ 的值; (2) 证明: $f(x)$ 在 $[\alpha, \beta]$ 上是增函数; (3) 问: 当 a 为何值时, $f(x)$ 在 $[\alpha, \beta]$ 上的最大值与最小值之差最小?

10. 已知 $a, b, c \in (0, 1)$, 求证: $a(1-b), b(1-c), c(1-a)$ 中至少有一个不大于 $\frac{1}{4}$.

(五)

一、选择题

1. 设命题甲: 关于 x 的不等式 $a_1x^2 + b_1x + c_1 > 0$ 与 $a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0$ 的解集相同, 命题乙: $\frac{a_1}{a_2}$

$= \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, 则乙是甲的().

A. 充要条件

B. 必要非充分条件

C. 充分非必要条件

D. 既不充分也不必要条件

2. 某种商品分两次提价, 现有三种提价方案, 方案甲: 第一次提价 $p\%$, 第二次提价 $q\%$; 方案乙: 第一次提价 $q\%$, 第二次提价 $p\%$; 方案丙: 第一次提价 $\frac{1}{2}(p+q)\%$, 第二次提价 $\frac{1}{2}(p+q)\%$.

已知 $p > q > 0$, 则上述三种方案相比较的结果是().

A. 方案甲的提价较多

B. 方案乙的提价较多

C. 方案丙的提价较多

D. 方案甲与方案乙的提价都较多

3. 甲、乙两车从 A 地沿同一路线到达 B 地, 甲车一半时间的速度为 a , 另一半时间的速度为 b , 乙车用速度 a 行驶了一半路程, 用速度 b 行驶了另一半路程. 若 $a \neq b$, 则两车到达 B 地的情况是().

A. 甲车先到达 B 地

B. 乙车先到达 B 地

C. 甲、乙两车同时到达 B 地

D. 无法判定

4. 已知 $0 < a < \sqrt{3}$, $b = \frac{1}{2}(a + \frac{3}{a})$, $c = \frac{1}{2}(b + \frac{3}{b})$, 那么 a, b, c 的大小关系为().

A. $c > b > a$

B. $b > c > a$

C. $b > a > c$

D. $a > b > c$

二、填空题

5. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}_+$, 且 $a + b + c = 1$, 记 $M = (\frac{1}{a} - 1)(\frac{1}{b} - 1)(\frac{1}{c} - 1)$, 那么 M 的取值范围是 _____.

6. 记 $A = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$, 那么 A 与 2 的大小关系是 _____.

7. 已知 $a^2 + ab + ac < 0$, 那么 b^2 与 $4ac$ 的大小关系是 _____.

三、解答题

8. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 求证: $a^2 + ac + c^2 + 3b(a + b + c) \geq 0$.

9. 已知 a, b 为不相等的正数, 且 $a^3 - b^3 = a^2 - b^2$, 求证: $1 < a + b < \frac{4}{3}$.

10. 已知函数 $f(x) = ax^2 + 2(b+1)x$, $g(x) = 2x - c$, 其中 $a > b > c$, $a + b + c = 0$. (1) 求证: $\frac{1}{3} < \frac{a}{a-c} < \frac{2}{3}$; (2) 求证: $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象总有两个不同的公共点; (3) 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象上的两个公共点分别为 A, B , 记 $s = |AB|$, 求证: $\sqrt{15} < s < 2\sqrt{15}$.

6.4 不等式的解法举例

(一)

一、选择题

1. 已知函数 $f(x) = x^2 - ax + 1$ 有负值, 则实数 a 的取值范围是 ().

- A. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ B. $(-2, 2)$
 C. $\{a | a \neq \pm 2, a \in \mathbf{R}\}$ D. $(1, 3)$
2. 不等式 $\frac{3x-1}{2-x} \geq 1$ 的解集是().
 A. $\{x | \frac{3}{4} \leq x \leq 2\}$ B. $\{x | \frac{3}{4} \leq x < 2\}$
 C. $\{x | x > 2 \text{ 或 } x \leq \frac{3}{4}\}$ D. $\{x | x > 2\}$
3. 对一切实数 x , 不等式 $x^4 + ax^2 + 1 \geq 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是().
 A. $(-\infty, -2]$ B. $[-2, +\infty)$
 C. $[0, 2]$ D. $[0, +\infty)$
4. 不等式 $x^2 + px + q < 0$ 的解集是 $\{x | 1 < x < 2\}$, 则不等式 $\frac{x^2 + px + q}{x^2 - 5x - 6} > 0$ 的解集是().
 A. $(1, 2)$ B. $(-\infty, -1) \cup (6, +\infty)$
 C. $(-1, 1) \cup (2, 6)$ D. $(-\infty, -1) \cup (1, 2) \cup (6, +\infty)$

二、填空题

5. 不等式 $-2 < \frac{1}{x} < 3$ 的解集是_____.
6. 若不等式 $-9 < \frac{3x^2 + px + 6}{x^2 - x + 1} \leq 6$ 对任意实数 x 恒成立, 则实数 p 的值是_____.
7. 已知不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $\{x | \alpha < x < \beta\}$, 其中 $\beta > \alpha > 0$, 则不等式 $cx^2 + bx + a < 0$ 的解集为_____.

三、解答题

8. 解关于 x 的不等式 $3^{x^2} < (\frac{1}{3})^{x-2}$.
9. 如果集合 $A = \{x | 2ax^2 + (2-ab)x - b > 0\}$, $B = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 3\}$, 其中 $b > 0$, 且 $A \supseteq B$, 试求 a, b 的取值范围.
10. 已知关于 x 的不等式 $x^2 - (3m-1)x + (2m^2 - m) > 0$ 的解集为 A , 集合 $B = \{x | -2 < x < 3\}$, 且 $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围.